

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

F1
F2

FIZICĂ 11

Mihai POPESCU
Valerian TOMESCU
Smaranda STRAZZABOSCHI
Mihai SANDU

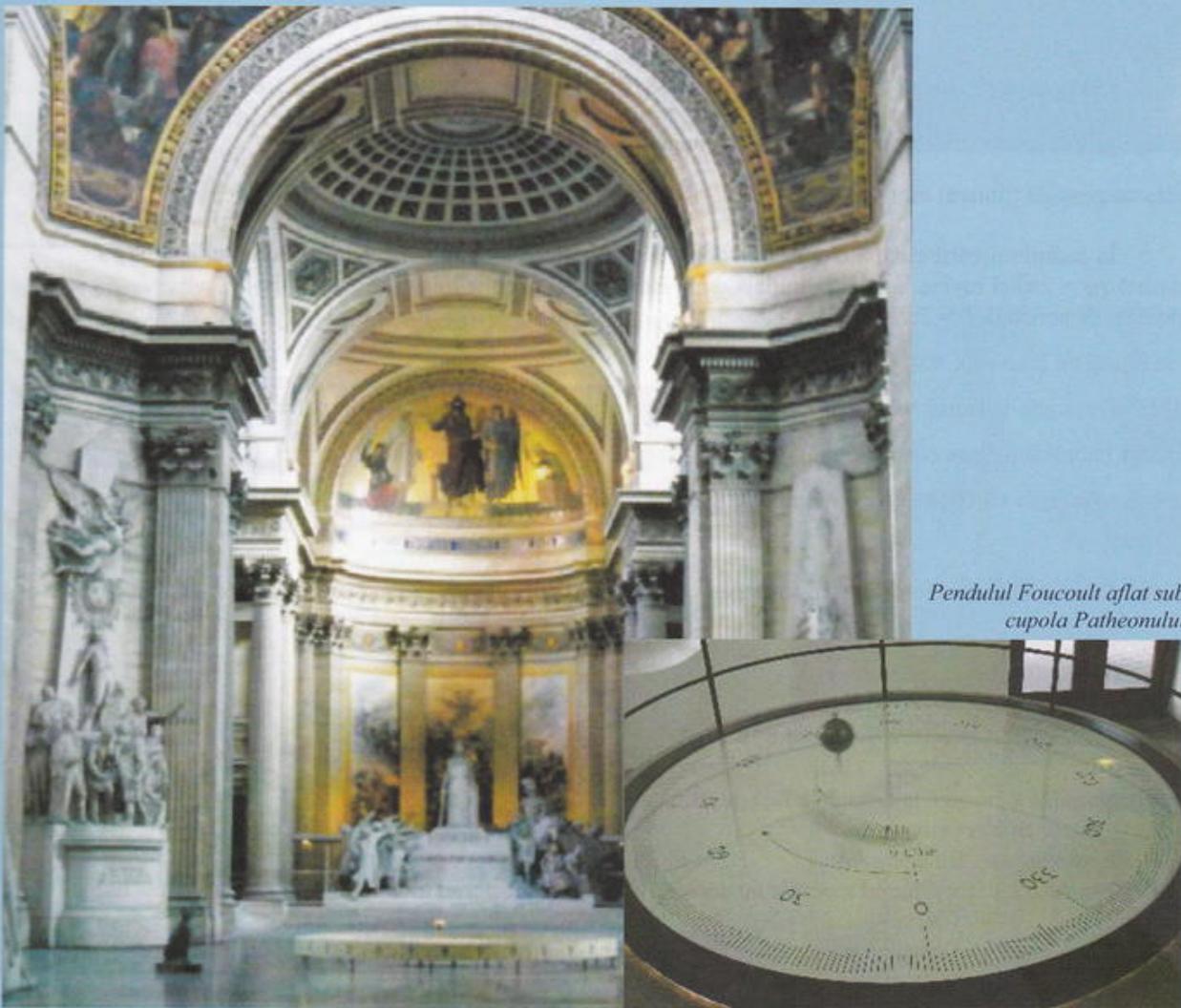


2006

Colecția EDUCATIONAL

OSCILAȚII MECANICE

Fiecare proces care are loc în natură poate fi considerat ca transformarea diferitelor tipuri de energie, unele în altele.
(Max Planck)



Pendulul Foucoul afiat sub
cupola Patheonului

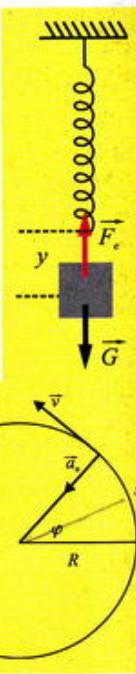
POTI AFLA

- Cum putem explica pe baza unui model simplu mișările care aparent au puține elemente comune: tremurul unei frunze în bătaia vântului, balansul pendulei unui ceasornic, mișcarea constituentelor unei rețele cristaline? Care sunt limitele "naturale" ale unui astfel de model?
- Cum se poate trece de la descrierea fenomenologică la modelarea matematică?
- Care sunt explicațiile mecanice, energetice, geometrice ce sprijină înțelegerea aplicațiilor tehnice ale fizicii?

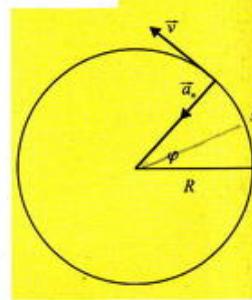
• **Forța elastică**

Dacă supunem un solid la o deformare, distanțele dintre particulele constitutive (atomi, molecule) se modifică. Dacă această perturbare nu este prea mare (în limitele elasticității), apar forțe care tend să restabilească echilibrul, proporționale cu deformația și orientate spre poziția de echilibru. Ca orice forță, se supune legii a două a lui Newton: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{y}, k - \text{constanta de elasticitate (N/m); } y - \text{deformația corpului (m).}$$



• **Mișcarea circulară uniformă** este mișcarea unui corp care străbate arce de cerc (de rază R) egale în intervale de timp egale cu viteza unghiulară $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \text{const} \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$; Viteza tangențială (liniară) este $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = R\omega$.



În cadrul mișcării circulare uniforme ω și v sunt constante, mobilul execută o rotație completă ($\phi = 2\pi$) și revine la poziția inițială după intervale de timp regulate, mișcarea fiind periodică, de perioadă $T = 2\pi/\omega$ (s).

$$\text{Ea se repetă cu frecvența } v = \frac{l}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (s^{-1} = \text{Hz}).$$

Deoarece vectorul vitezei se modifică numai ca direcție, apare accelerația normală, orientată întotdeauna spre centrul cercului, pe direcția razei: $a_n = v^2/R = R\omega^2 = v\omega$ (m/s^2)

• **Energia cinetică** - este o mărime de stare ce caracterizează mișcarea unui corp la un moment dat

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \quad (\text{J})$$

Variația energiei cinetice între două stări este egală cu lucrul mecanic efectuat din exterior asupra corpului.

$$L_{12} = E_{C(2)} - E_{C(1)}$$

• **Energia potențială**

- **elastică:** $E_p = \frac{ky^2}{2}$ la depărtarea y față de poziția de echilibru;

- **gravitațională:** $E_p = mgh$ la distanța h față de Pământ.

• **Forțe conservative**

Legea conservării energiei: $L_{12} = E_{P(1)} - E_{P(2)}$

Pentru aceste forțe lucrul mecanic nu depinde de forma traectoriei mobilului, ci numai de starea inițială și finală a corpului.

Suma energiilor cinetice și potențiale este constantă în orice punct al traectoriei mobilului care se mișcă într-un câmp de forțe conservative.

$$E_t = E_c + E_p = \text{const.}$$

$$\bullet \text{Puterea mecanică } P = \frac{L}{\Delta t} \quad (\text{W})$$

• **Formule de calcul trigonometric**

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

(F1,F2) 1. FENOMENE PERIODICE. PROCESE OSCILATORII ÎN NATURĂ ȘI ÎN TEHNICĂ

Întâlnim fenomene care se repetă periodic, peste tot în jurul nostru: balansul unui leagăn, al pendulului unui ceasornic sau al unui metronom, balansul unei trambuline, bătăile aripilor unui fluture, vibrațiile corzilor unei viori, mișcarea de du-te vino a ștergătoarelor de parbriz sau a pistoanelor unui motor.

Dacă extindem observarea asupra altor fenomene mai greu de sesizat în viața de zi cu zi, găsim încă multe alte exemple: vibrațiile atomilor într-un cristal, deplasările într-un sens și în celălalt ale sarcinii electrice transportate prin conductoarele unui circuit de curenț electric alternativ, emisia pulsatorie de radiații a unor corperi cerești, bătăile inimii (fig. 1), evoluția unei culturi de celule vii în prezența substratului nutritiv și a toxinelor produse etc.

Toate aceste exemple au în comun caracterul ciclic al evoluției sistemelor observate între două stări diametral opuse unde se produce o întoarcere, o răsturnare a sensului mișcării. Spunem că sistemele observate oscilează.



a)

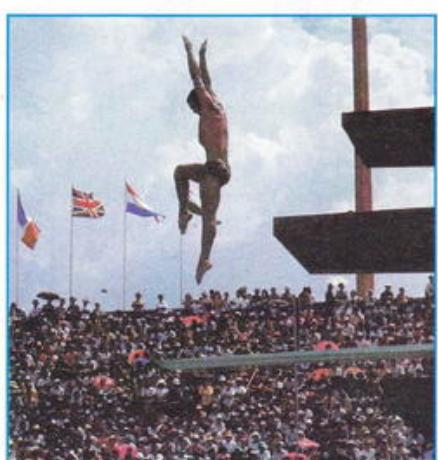


b)

Fig. 2 a, b, c



Fig. 1



c)

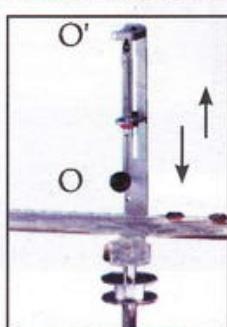


Fig. 3 Pendul elastic

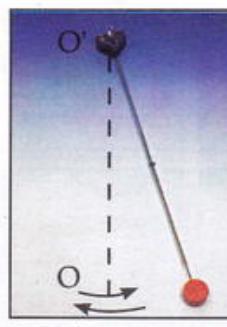


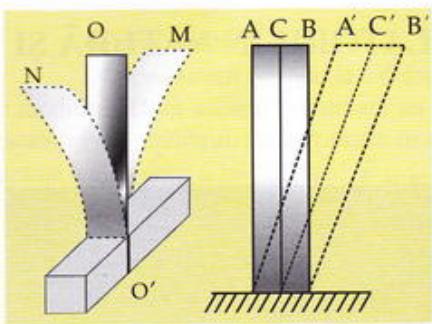
Fig. 4 Pendul gravitațional

Explorare. Investigare

➤ Sistemul reprezentat în figura 3 este un resort fixat la capătul superior (O') și care are la capătul inferior (O) legat un corp. Corpul alungește resortul, stabilindu-se în poziția pentru care greutatea corpului echilibrează forța elastică. Dacă se scoate corpul din această poziție (O), acționând asupra lui pe verticală în jos, după ce este eliberat, el oscilează pe direcția (OO').

➤ Sistemul reprezentat în figura 4 este format dintr-o tijă subțire, fixată în punctul (O'), care are la capătul inferior (O) un corp de dimensiuni mici și greu (o bilă de fier). Poziția de repaus este verticală, trece prin punctul de suspensie (O'). Dacă se acționează asupra sistemului, deviind corpul din poziția de echilibru, după eliberare, el se mișcă de-o parte și de cealaltă a verticalei ($O'O$).

Dacă în primul exemplu cauza mișcării este forța elastică dezvoltată în resort, de data aceasta cauza mișcării oscillatorii este acțiunea greutății bilei.



a) b)
Fig. 5 Arc lamelar

➤ Sistemul reprezentat în figura 5a. este o lamelă elastică fixată la capătul inferior (O'). Capătul liber al lamelei elastice (O) se află pe verticală care trece prin punctul O' . Dacă se acționează asupra capătului liber deplasându-l spre punctul M , lama se mișcă de o parte și de alta a poziției ($O'O$). Cauza oscilațiilor de data aceasta este tot o forță de tip elastic. Astfel, dacă lama este în poziția ($O'O$), este lipsită de tensiuni interne; la deformare în poziția $O'M$, în raport cu planul median, apar tensiuni de două categorii: straturile din zona AC se alungesc, generând forțe de revenire, iar straturile din zona CB se comprimă, generând de asemenea forțe de revenire (fig. 5b). Aceste forțe care apar în lama elastică sunt forțe de tip elastic.

➤ Sistemul reprezentat în figura 6 este o coloană de lichid aflat într-un tub de sticlă, tub de forma literei U. În mod natural, lichidul în cele două ramuri se află la același nivel OO' . Dacă se acționează asupra coloanei de lichid (se suflă ușor prin ramura din stânga), se produce o denivelare, coloana de lichid oscilează de-o parte și de alta a poziției de echilibru OO' . Cauza mișcării este de data aceasta greutatea lichidului, care se află deasupra nivelului celui mai scăzut și îndeplinește rol de forță de revenire.

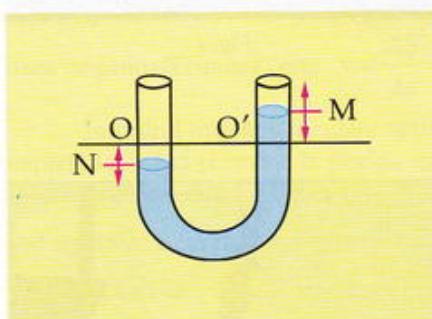


Fig. 6 Coloană de lichid

Sistemele reprezentate mai sus au în practică denumiri consacrate. În ordinea prezentării, ele sunt numite: **pendul elastic**, **pendul gravitațional**, **pendul cu arc lamelar**, **coloană de apă oscilantă**. Pot fi întâlnite în tehnică sau realizate în laborator și alte tipuri de sisteme care oscilează. De fiecare dată în decursul unui proces oscilatoriu are loc o continuă **transformare a energiei, din energie potențială în energie cinetică și invers**.

Constatăm, pentru toate cazurile descrise, că mișcarea „se stinge” după un timp mai lung sau mai scurt. „Stingerea” sau amortizarea oscilațiilor este datorată efectului ireversibil al forței de frecare, forță care transformă energia mecanică în căldură.

De regulă, ca model pentru studiul mișcării oscilatorii, se alege sistemul format dintr-un resort elastic și un corp de dimensiuni mici și greu.



Fig. 7 Metode moderne de studiu ale oscilațiilor mecanice folosesc ca instrumente de lucru simulările pe calculator. În imaginea de pe ecran se observă două mișcări amortizate (atenuate).

Verifică și consolidează

Recunoaște fenomenele periodice precum și sistemele care oscilează reprezentate în figurile 2a, b, c. Analizează pentru fiecare mișcare cauzele acesteia, precum și schimbările energetice care apar.

RETINETI

Mișcarea oscilatorie mecanică reprezintă deplasarea alternativă efectuată de un corp, de-o parte și de alta a unei poziții de echilibru.

În mod ideal se neglijă acțiunea frecării. Astfel, sistemul oscilant studiat este nedisipativ (în care nu apar pierderi de energie prin degajare de căldură), iar mișcarea sa va fi neamortizată.

(F1,F2) 2. MĂRIMI CARACTERISTICE MIȘCĂRII OSCILATORII

Fie un resort elastic fixat la un capăt, caracterizat de constanta de elasticitate k , în absența forțelor de frecare. Considerând masa resortului neglijabilă, atașăm un corp mic și greu (o bilă de oțel de masă m) la capătul liber al resortului.

Dacă se acționează, alungind resortul, apoi se eliberează bila, aceasta va oscila de-o parte și de alta a poziției inițiale de echilibru. Pozițiile extreme sunt simetrice în raport cu această stare.

Mișcarea bilei este periodică; ea se efectuează între punctele M și N, simetrice în raport cu poziția de echilibru O.

a) Deviația liniară momentană sau elongația x este distanța la care se află punctul material P (centrul bilei) față de poziția de echilibru (O). Este parametrul care intră în expresia forței elastice, $F = -kx$. Atribuind un sens segmentului de dreaptă OP și anume, de la poziția de echilibru (O), către poziția momentană (P), elongația este definită astfel ca vector: $\vec{x} = \vec{OP}$ (fig. 8).

b) O mărime fizică specifică mișcării oscilatorii este **amplitudinea**, notată cu simbolul A . Amplitudinea este valoarea maximă a modulului elongației: $x_{\max} = A$

Dacă elongația este o mărime algebraică, poate lua valori pozitive, valoare nulă sau valori negative (amplitudinea este o valoare prin definiție pozitivă și constantă pentru o mișcare osculatorie ideală). În cazul de față, amplitudinea este mărimea segmentului OM sau ON.

c) În cazul pendulului gravitațional (fig. 4) deviația firului de la poziția de echilibru este unghiulară (α), iar **unghiul maxim format de fir cu verticala se numește amplitudine unghiulară**.

d) Durata unei oscilații complete (după ce corpul revine la starea inițială) este **perioada mișcării oscilatorii și se notează cu simbolul T**.

Dacă într-un interval de timp Δt punctul material efectuează N oscilații complete, perioada este: $T = \frac{\Delta t}{N}$, $[T]_{SI} = s$.

e) **Frecvența** mișcării oscilatorii, notată cu simbolul v este câtul dintre numărul de oscilații complete și timpul în care au fost efectuate,

$v = \frac{N}{t}$, sau **numărul de oscilații complete efectuate în unitate de timp**.

$$[v]_{SI} = s^{-1} = Hz \text{ (hertz)}$$

Se observă că perioada și frecvența sunt mărimi inverse:

$$Tv = \frac{\Delta t}{N} \cdot \frac{N}{\Delta t} = 1, \text{ sau } v = \frac{1}{T}$$

Am arătat că mișcarea care se repetă la **intervale egale de timp** se numește **periodică** (condiția de izocronism).

REȚINETI

Mișcarea osculatorie are loc sub acțiunea unei forțe elastice de revenire, proporțională cu deplasarea. Ea este limitată de un interval de lungime numit **amplitudine $\pm A$** , de o parte și de alta a poziției de echilibru. Depărtarea față de poziția de echilibru la un moment dat se numește elongație. O oscilație completă corespunde unui interval de timp numit **perioadă T** și se repetă cu frecvența v .

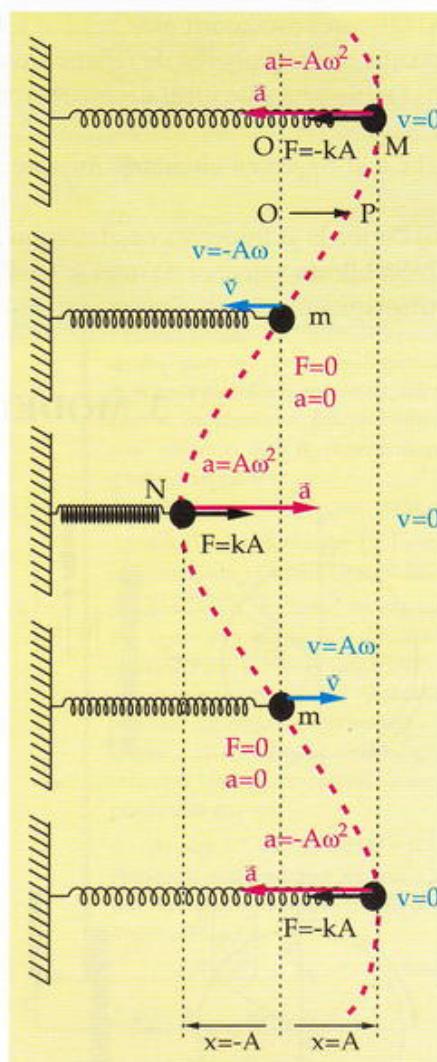


Fig. 8 Oscilație completă a punctului material de masă m .

Deoarece se neglijăază toate forțele de frecare, studiul mișcării oscilatorii ideale se poate face, fie dacă deplasarea se execută pe orizontală, fie pe verticală. În aceste cazuri diferă notația elongației, x sau y .



Pentru un experiment virtual accesăți:

www.portal.edu.ro

1. Completează spațiile marcate cu „.....”, astfel încât enunțurile să aibă sens fizic clar.
- a) Mișcarea oscillatorie este față de o anumită poziție, numită poziția de repaus o oscilatorului.
- b) Oscilatorul este ideal deoarece se neglijeează
- c) Ca și mișcarea circulară, mișcarea oscillatorie este
- d) Perioada și frecvența oscilatorului sunt
2. Stabilește valoarea de adevăr (A/F) a următoarelor afirmații:

A/F a) bătăile inimii omului sunt datorate unei mișcări periodice;

A/F b) noțiunile de periodic și ciclic sunt echivalente;

A/F c) procesele și funcțiile vitale ale organismelor vii (metabolismul, creșterea și înlocuirea celulelor, ritmurile activității biologice) sunt ciclice.

3. Determină experimental elongația unui oscilator, aflat inițial în poziție de echilibru, în următoarele momente de timp: $t = T/4, T/2, 3T/4$ în funcție de amplitudine.

3. MODELUL OSCILATORULUI ARMONIC

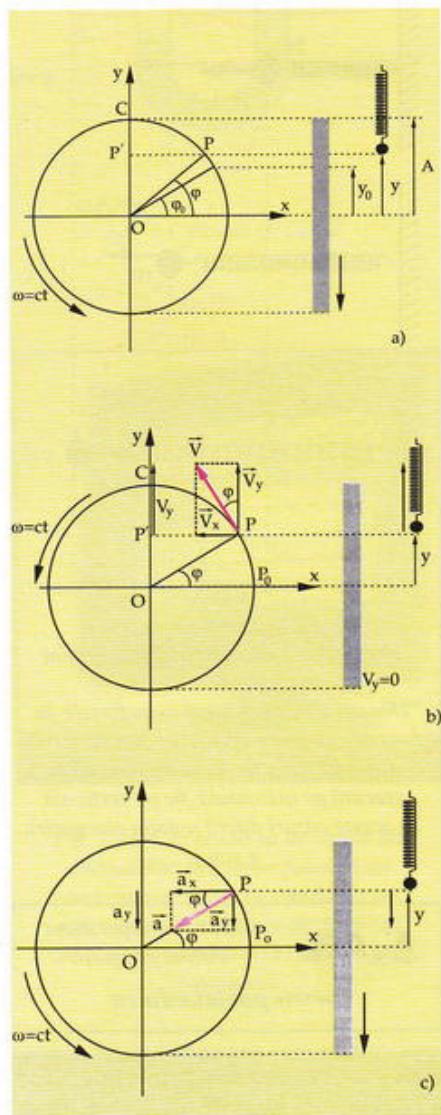


Fig. 9. Analogie între mișcarea circulară uniformă - mișcarea oscillatorie armonică

Vom demonstra în continuare că deplasarea unui corp aflat sub acțiunea unei forțe elastice poate fi exprimată întotdeauna cu ajutorul funcțiilor trigonometrice (sinus și cosinus), cunoscute sub numele de funcții armonice.

(F1,F2*) 3.1. Ecuatiile mișcării oscillatorului liniar armonic

Studiul elementar al mișcării oscillatorii printr-o metodă imaginată de Fresnel - metoda fazorială - ne va permite să obținem ecuațiile de mișcare prin transferul cunoștințelor pe care le avem despre mișcarea circulară uniformă.

Un punct material, P efectuează o mișcare circulară de rază R cu modulul vitezei constant. Proiecția lui pe diametrul vertical Oy , P' , efectuează o mișcare oscillatorie în care amplitudinea A este egală cu raza cercului descris de punctul material P , ($A = R$).

Perioada mișcării oscillatorii este identică cu perioada mișcării circulare. Din figura 9a. rezultă pentru elongația y relația:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

unde am înlocuit unghiul φ cu expresia care dă dependența lui de timp.

În figura 9b. viteza se descompune față de sistemul cartezian xOy , în v_x și v_y . Proiecției P' i se atribuie viteza v_y care are expresia:

$$v_y = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Din figura 9c. rezultă accelerația punctului P' :

$$a_y = \omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

unde $(-\omega^2 A)$ este mărimea accelerării centripete a mișcării circulare. Înțînd cont de faptul că $A \sin(\omega t + \varphi_0) = y$ rezultă $a_y = -\omega^2 y$.

Funcțiile: $y = y(t)$; $v = v(t)$ și $a = a(t)$ sunt reprezentate grafic în figura 10 pentru cazul în care, la momentul inițial, corpul se află în poziția de echilibru. Valorile maxime sunt proporționale:

$$y_{max} = A, \quad v_{max} = A\omega, \quad a_{max} = A\omega^2.$$

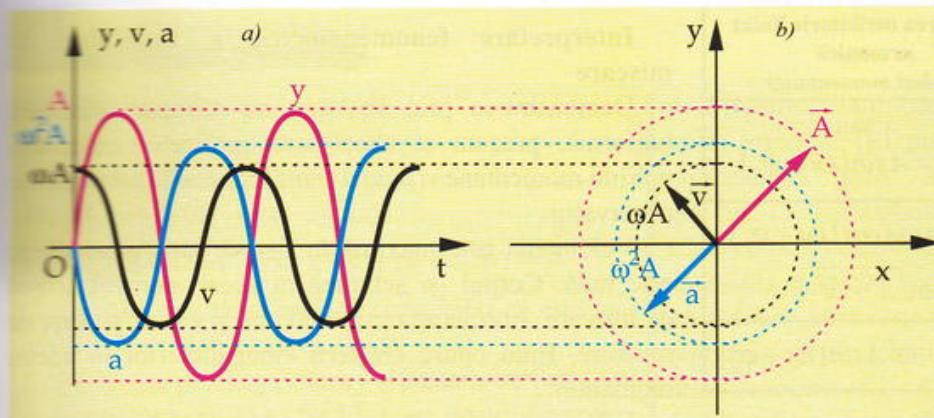


Fig. 10. Mișcarea oscillatorie liniar armonică este identică cu mișcarea proiecției pe diametrul vertical a punctului care se rotește pe un cerc de aceeași rază ca și amplitudinea oscilației.

Reprezentarea grafică (a) și fazorială (b) a ecuațiilor de mișcare ale oscillatorului liniar armonic pentru cazul particular $\varphi_0 = 0$.

Reprezentarea oscilațiilor prin fazori

Metoda descrisă mai sus a fost propusă de către Augustin Jean Fresnel (1788 - 1837).

Astfel, pornind de la analogia cu mișcarea circulară, mărimele fizice care se exprimă prin funcțiile sinus sau cosinus pot fi reprezentate grafic prin fazori.

Fazorul este un vector rotitor.

Modulul vectorului rotitor (\vec{r}) este amplitudinea mărimi sinusoidale, A ($A = |\vec{r}|$). Vectorul se rotește în sens trigonometric (în sens antiorar) cu o viteză unghiulară, ω , numeric egală cu pulsărea mărimi sinusoidale reprezentate.

Luăm ca exemplu elongația mișcării liniar armonice, cazul particular $\varphi_0 = 0$.

$y = Asin(\omega t)$ $A = OM = |\vec{r}|$
Proiecția vectorului \vec{r} pe axa Oy este elongația mișcării oscillatorii liniar armonice.

Un oscillator ale căruia ecuații de mișcare se exprimă cu ajutorul funcțiilor trigonometrice se numește **liniar armonic**. Faza (argumentul funcțiilor trigonometrice) **depinde liniar de timp**.

Pentru mișcarea circulară, parametrul $\omega = \Delta\varphi/\Delta t$ reprezintă **viteză unghiulară**. În cazul mișcării oscillatorii, el reprezintă variația în unitate de timp a fazei mișcării - acesta fiind argumentul funcțiilor armonice - și va fi numit **pulsărie**. Se exprimă în rad/s.

Perioada mișcării oscillatorii liniar armonice

Fiind o mișcare periodică, elongația $y(t)$ trebuie să se regăsească valoric după o perioadă: $y(t) = y(t+T)$, deci

$$A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin[\omega(t+T) + \varphi_0] : \text{rezultă } 2\pi = \omega T.$$

Perioada și frecvența mișcării oscillatorii liniar armonice sunt:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Temă experimentală

➤ Determinarea constantei de elasticitate a unui resort printr-o metodă dinamică.

Materiale necesare: resort fixat la capătul superior (fig. 11); corp sferic (bilă) de dimensiuni mici și masă cunoscută m ; cronometru.

Mod de lucru:

Se scoate pendulul din poziția de echilibru și se cronometrează de mai multe ori un număr arbitrar de oscilații complete, notându-se de fiecare dată perioadele (N_i, t_i).

Se calculează pentru fiecare caz constanta elastică a resortului astfel: $\frac{t}{N} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ rezultă $k_i = \frac{4\pi^2 m N_i^2}{t_i^2}$.

Se calculează apoi o valoare medie $k_m = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_n}{n}$.

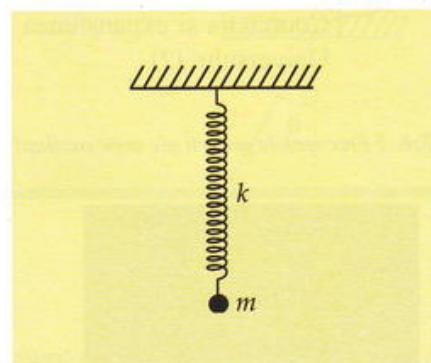


Fig. 11.

RETINETI

Oscillatorul liniar armonic se caracterizează prin pulsărie și amplitudine constantă.
Ecuatiile de mișcare ale oscillatorului liniar armonic sunt funcții armonice de timp:

$$y(t) = Asin(\omega t + \varphi_0), \quad v(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Perioada oscillatorului armonic ideal depinde numai de masă și constantă elastică a oscillatorului. Ea nu depinde de amplitudine. Modelul oscillatorului armonic liniar este valabil în limitele de aplicabilitate a legii forțelor elastice (deformații foarte mici).

Mișcarea rectilinie uniform variată (valori momentane)	Mișcarea oscilație liniar armonică (valori momentane)
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	x sau $y(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$
$v(t) = v_0 + at$ $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi_0)$ $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$
$a = \text{const.}$	$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi_0)$

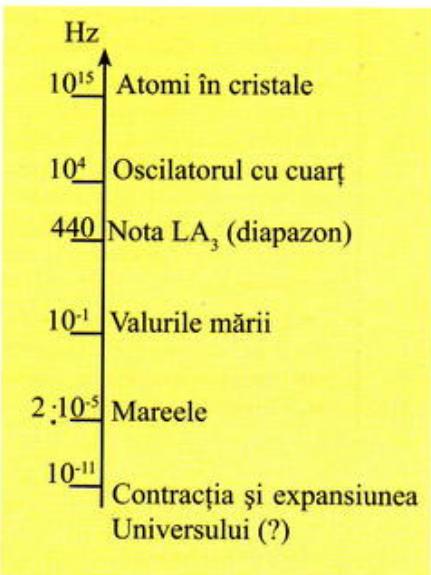
Tab. 1. Ecuatiile miscarii armonice liniare

pot fi sistematizate prin comparare cu ecuațiile mișcării rectilinii uniform variante.



Pentru un experiment virtual accesați:

www.portal.edu.ro



Tab. 2 Frecvențele proprii ale unor oscilații

Interpretare fenomenologică a ecuațiilor de mișcare

Demonstrarea prin analogie cu mișcarea circulară uniformă, precum și observarea graficelor celor trei mărimi momentane $y(t)$, $v(t)$ și $a(t)$ conduc la următoarele observații:

- elongația este maximă în fiecare sens când viteza este nulă. Corpul își schimbă în acest moment sensul de mișcare. Accelerăția este maximă și ea, ca și forța de revenire, fiind opuse creșterii elongației (tot în aceste momente);

- elongația este nulă și viteza este maximă când corpul trece prin poziția de echilibru. Accelerăția este zero deoarece forța de revenire este nulă;

- viteza crește când corpul se mișcă spre poziția de echilibru și descrește când se depărtează de ea, spre punctele de întoarcere.

Info plus

Ecuatiile mișcării oscillatorului liniar armonic se obțin, mai simplu, din ecuația dinamică, folosind calculul diferențial: $m\ddot{y} = -k\ddot{y}$

m - este masa punctului material;
 k - constanta de elasticitate a pendulului elastic ideal;
 y - elongația mișcării;
 a - accelerarea punctului material.

Folosind relațiile de definiție ale vitezei și accelerării, cu ajutorul calculului diferențial se pot scrie următoarele ecuații:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) = \frac{d^2y}{dt^2} = y'' \Rightarrow my'' + ky = 0 \text{ sau } y'' + \frac{k}{m}y = 0 .$$

$$\text{Notând: } \frac{k}{m} = \omega^2, \text{ obținem: } y'' + \omega^2 y = 0 .$$

În analiza matematică soluțiile acestei ecuații diferențiale se obțin ținând cont de condițiile initiale ale mișcării. Rezolvarea acestor soluții conduce la o formă identică cu cea obținută prin metodele prezentate anterior.

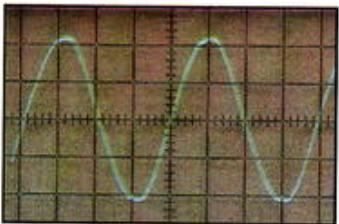
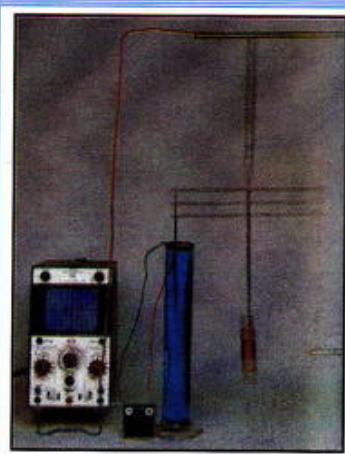
Studiu de caz

Studiul oscilațiilor mecanice cu ajutorul osciloscopului

Înregistrarea oscilațiilor unui corp cu ajutorul osciloscopului catodic permite determinări foarte exacte. Pentru aceasta este necesar un dispozitiv

traductor alcătuit dintr-un cilindru în care se află o soluție conductoare (electrolit). Explică modul de funcționare al traductorului alcătuit ca în figura alăturată.

Cunoscând că baza de timp a osciloscopului este 50 ms/div , se poate determina perioada oscilațiilor mecanice din graficul de pe ecran: $T = 4 \cdot 50 = 200 \text{ ms}$.



Verifică și consolidează

2. Comparați constanta de elasticitate a unui resort obținută prin metoda de la pagina 13 cu cea determinată prin metoda statică folosită în clasa a IX-a ($k = \frac{mg}{A}$).

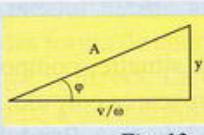


Fig. 12.

Care dintre cele două metode considerați că este mai precisă? Justificați alegerea făcută!

3. Cunoscând poziția y , viteza v și pulsulația oscilatorului la un moment dat (fig. 12), se poate determina amplitudinea acestuia, eliminând faza $\omega t + \varphi_0$ între ecuațiile de mișcare $y(t)$ și $v(t)$:

$$\sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{y^2}{A^2}, \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{v^2}{A^2 \omega^2}.$$

$$\text{Rezultă } I = \frac{y^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} \text{ sau } A = \pm \sqrt{y^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}.$$

4. Faza inițială poate fi determinată precizând poziția corpului și viteza sa inițială:

$$y_0 = A \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = \frac{y_0}{A}$$

$$v_0 = A \omega \cos \varphi_0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{v_0}{A \omega}$$

$$\text{rezultă } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\frac{y_0}{A}}{\frac{v_0}{A \omega}} = \frac{y_0 \omega}{v_0}$$

4. Mișcarea unui oscilator liniar armonic (P) poate fi reprezentată prin fazorul din fig. 13. Presupunând că masa corpului este $0,025 \text{ g}$ și constanta elastică

$k = 0,4 \text{ N/m}$, să se scrie și să se reprezinte grafic ecuațiile de mișcare ale oscilatorului liniar armonic: $y(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

5. Identificați perioada și amplitudinea celor două oscilații reprezentate în figura 14. Să se reprezinte apoi oscilațiile folosind metoda fazorială și să se calculeze diferența de fază și elongațiile la momentul $t = 3T/4$.

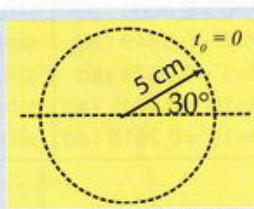


Fig. 13.

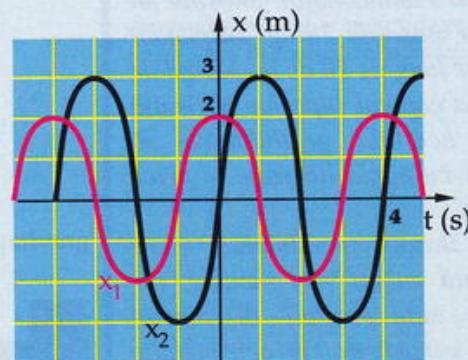


Fig. 14.

(F1) 3.2. Pendulul gravitațional (pendulul cu fir)

Un exemplu de oscilator este reprezentat în figura 15. El este alcătuit dintr-o mică sferă de masă m suspendată de un fir subțire, de masă neglijabilă (în raport cu masa sferei) și practic inextensibil.

Acest sistem este un model de pendul gravitațional ideal.

Poziția de echilibru a sistemului este cea verticală, O'O. Deplasat lateral și apoi lăsat liber, oscilează. Forța de revenire spre poziția de echilibru este componenta tangențială a greutății și are modulul: $F_{\text{revenire}} = mg \sin \theta$.

Segmentul OA cu sensul de la O către A reprezintă elongația liniară, iar unghiul θ este elongația unghiulară. Amplitudinii liniare (valorii maxime absolute a elongației liniare) îi corespunde o valoare maximă a elongației unghiulare, θ_m , valoare numită amplitudine unghiulară.

Forța de revenire nu este de tip elastic, iar oscilațiile pendulului gravitațional nu sunt de tip armonic. Nu se poate vorbi de o perioadă proprie de oscilație, deci oscilațiile pendulului gravitațional nu sunt izocrone.

Dacă analizăm cu atenție tabelul 2 de la pagina 16 conținând valori ale funcției $\sin \theta$, observăm că pentru $\theta < 5^\circ$ (sau $\theta < 0,09 \text{ rad}$) putem folosi aproximația $\sin \theta \approx \theta$.

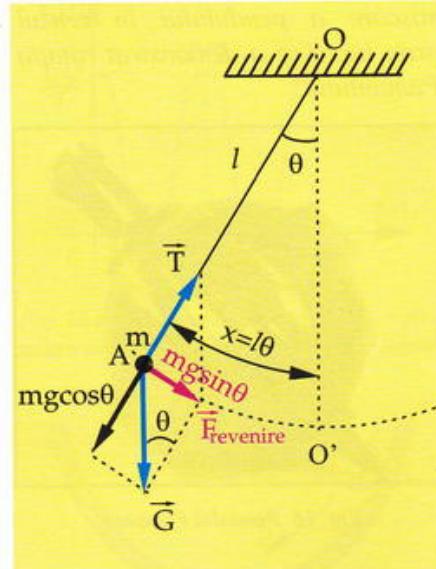


Fig. 15 Pentru unghi $\theta < 5^\circ$, oscilațiile pendulului gravitațional pot fi considerate armonice

	Diferență, %	
$\theta=0^\circ=0,0000$ rad	$\sin\theta=0,0000$	0
$\theta=2^\circ=0,0349$ rad	$\sin\theta=0,0349$	0,00
$\theta=5^\circ=0,0873$ rad	$\sin\theta=0,0872$	0,11
$\theta=10^\circ=0,1745$ rad	$\sin\theta=0,1736$	0,51
$\theta=15^\circ=0,2618$ rad	$\sin\theta=0,2588$	1,15

Tab. 2

Info plus

- Pendulul Foucault

A fost instalat la Paris de Foucault în 1851, pentru a demonstra efectul de rotație al Pământului (pag. 7). Experiența a fost făcută în public sub marea cupolă a Pantheonului, folosind un corp cu masa de 28 kg, suspendat de un fir lung de 70 de m. Modul de fixare la capătul superior al firului dădea acestuia posibilitatea să oscileze cu egală libertate în orice direcție.

Baza pendulului era prevăzută cu un vârf metalic, iar imediat sub pendul, la nivelul solului, s-a construit un cerc metalic cu raza de 3 m în care s-a pus nisip. În timpul balansului, urma lăsată pe nisip de vârful pendulului a arătat o anumită deviație a planului de mișcare a pendulului în sensul orar, lucru ce a demonstrat rotația Pământului.



Fig. 16 Pendulul Foucault

În astfel de situații (oscilații mici) forța de revenire poate fi scrisă astfel: $G_r = mg \sin \theta \approx mg \frac{x}{l} = \frac{mg}{l} x$ sau $\vec{G}_r = -k\vec{x}$.

În această situație, componenta tangențială a greutății, forță care determină mișcarea corpului sferic este de tip elastic. Este o forță de revenire *quasielastică*. Pendulul gravitațional poate fi considerat în aceste condiții un oscilator armonic. Sub 5° aproximarea este cu atât mai bună cu cât amplitudinea unghiulară este mai mică (tab. 2).

Componenta radială a greutății $G_r = mg \cos \theta$ determină tensiunea în firul care susține corpul sferic.

După cum se poate constata ușor, dacă firul nu ar fi inextensibil lungimea lui ar varia continuu și formula pentru calculul perioadei nu s-ar mai putea aplica.

Din relațiile de mai sus deducem pentru constanta elastică valoarea: $k = \frac{mg}{l}$.

Înlocuind în formula perioadei pendulului elastic, se obține:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Reținem relația: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ca fiind perioada pendulului gravitațional.

Temă experimentală

➤ Măsurarea accelerării gravitaționale cu ajutorul pendulului gravitațional

Materiale necesare:

- pendul (fir rezistent suspendat la un capăt);
- bilă de oțel legată de celălalt capăt al firului;
- cronometru.

Mod de lucru:

Se scoate sistemul din poziția de echilibru, deviindu-l cu $\alpha < 45^\circ$. După ce se eliberează sistemul, se cronometrează un număr arbitrar de oscilații complete, repetându-se operația. Se notează de fiecare dată numărul de oscilații și timpul corespunzător, respectiv perechile (N_i, t_i). Se calculează de fiecare dată accelerația gravitațională astfel:

$$\frac{t}{N} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g_i = \frac{4\pi^2 l N_i^2}{t_i^2}$$

Se calculează apoi valoarea medie, $\bar{g} = \frac{g_1 + g_2 + \dots + g_n}{n}$.

Comparați rezultatul obținut cu valoarea cunoscută a accelerării gravitaționale. Explicați care sunt cauzele neconcordanței constatate.

REȚINEȚI

Perioada pendulului gravitațional izocron nu depinde de masa corpului suspendat.
Perioada pendulului gravitațional izocron nu depinde de amplitudine.

(F1) 3.3. Energia oscilatorului liniar armonic

În timpul oscilațiilor unui pendul elastic are loc un proces continuu de transformare a energiei din forma de energie potențială (de deformare elastică) în energie cinetică și invers. La un moment dat t , când elongația este y , energia potențială a oscilatorului este:

$$E_p = \frac{ky^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t$$

unde k este constanta elastică a resortului ideal.

În același moment, energia cinetică este:

$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2 \omega t$ unde m și v sunt masa oscilatorului și respectiv, viteza lui în acel moment.

O dependență a energiei cinetice de elongația y se poate

$$\text{obține astfel: } E_c = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{kA^2}{2} (1 - \sin^2 \omega t)$$

$$\text{de unde } E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - y^2)$$

Energia totală a oscilatorului liniar armonic este:

$$E_t = E_p + E_c = \frac{m\omega^2 A^2}{2} (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

și cum era de așteptat, are valoarea constantă:

$$E_t = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 2\pi^2 v^2 mA^2.$$

În concluzie, energia mecanică a oscilatorului armonic este constantă în timp.

Analizând reprezentările grafice din figurile 17 și 18, se constată că în momentul în care energia potențială este maximă, energia cinetică este nulă și invers. Deducem astfel că energia potențială maximă este egală cu energia cinetică maximă și amândouă sunt egale cu energia mecanică totală a oscilatorului armonic: $E_{p_{max}} = E_{c_{max}} = E_t = \frac{kA^2}{2}$

Sistemul este conservativ. Tensiunea elastică ce ia naștere în resort este forță conservativă.

Info plus

* **Groapa de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere.**

Analizăm cei doi oscilatori ideali, pendulul elastic și pendulul gravitațional, din punct de vedere al energiei potențiale.

a) Pentru pendulul elastic luăm ca nivel energetic de referință energia potențială a oscilatorului în poziția de echilibru.

Se constată că în poziția de echilibru, $y = 0$, energia potențială $E_p = \frac{ky^2}{2}$, are un minim $E_p = 0$. Pentru că forma graficului ce reprezintă energia potențială este asemănătoare cu o groapă (fig. 19), se spune că pendulul se află într-o groapă de energie potențială.

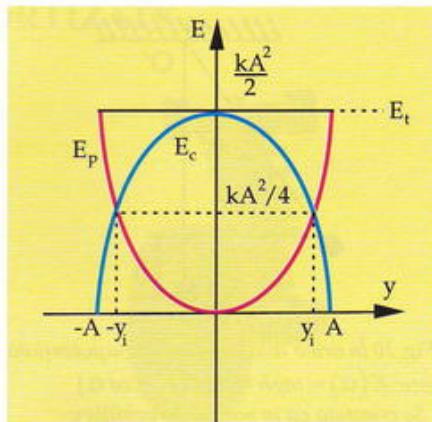


Fig. 17 Reprezentarea grafică a energiilor cinetică și potențială pe domeniul de definiție $[-A, A]$.

Graficul energiei potențiale este o parabolă cu vârful în origine, simetrică în raport cu axa OE . Graficul energiei cinetice este tot o parabolă simetrică în raport cu axa OE cu vârful situat în punctul de coordonate $y = 0$;

$$E = \frac{1}{2} kA^2.$$

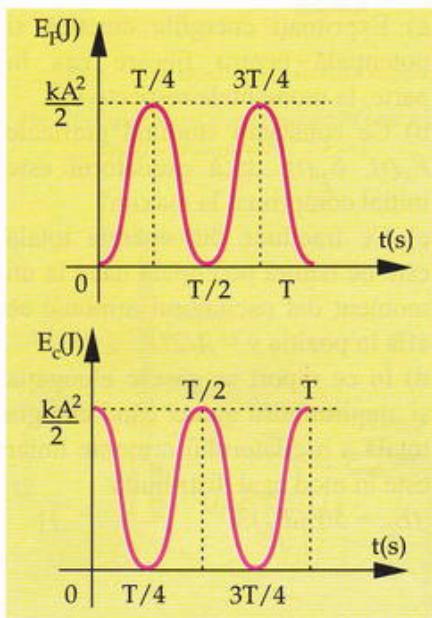


Fig. 18 Reprezentarea grafică $E_p, E_c = f(t)$ pentru un oscilator aflat la momentul inițial în poziția de echilibru.

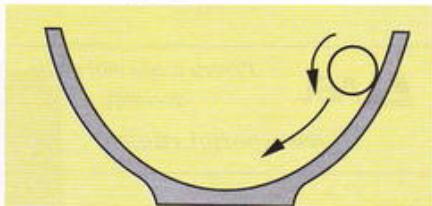


Fig. 19 Traекторia unei bilei pe o pantă dublă în formă literei U sugerează alura graficului $E_p = E_p(y)$.

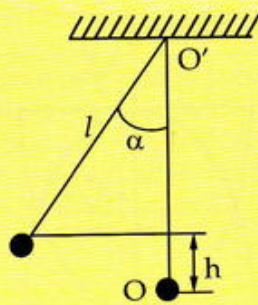


Fig. 20 În orice altă poziție energia potențială este: $E(\alpha) = mgh = mgl(1 - \cos \alpha)$

Se constată că în poziția de echilibru ($\alpha = 0$), $E_p = 0$, energia potențială este minimă. Ca și în cazul pendulului elastic, pendulul gravitațional nu părăsește de la sine această poziție de echilibru, $\alpha \neq 0$, forța de revenire reduce pendulul la poziția de echilibru, poziția stabilă, $\alpha = 0$, $E_p = 0$.

Verifică și consolidează

Analizați reprezentările din tabelul 2.

- Exprimăți energiile cinetică și potențială pentru fiecare caz în parte, la momentele respective.
- Ce constatați studiind graficele $E_c(t)$, $E_p(t)$, dacă oscilatorul este inițial comprimat la maxim?
- Ce fracțiune din energia totală este de natură potențială dacă la un moment dat oscilatorul armonic se află în poziția $y = A/2$?
- În ce raport se găsesc elongația și amplitudinea atunci când energia totală a oscilatorului armonic liniar este în mod egal distribuită ($E_c = 50\%E_t$)?



Pentru a afla mai multe accesați:

www.portal.edu.ro

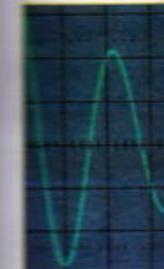
În momentul în care pendulul elastic a fost scos din poziția de echilibru, apare o forță de revenire care aduce oscilatorul în această poziție ($y = 0$) pentru care $F = 0$. Din acest moment spunem că $y = 0$ este poziția de echilibru stabil.

b) Pentru pendulul gravitațional luăm ca nivel energetic de referință energia lui în poziția de echilibru $O'O$.

În ambele cazuri, energia potențială a oscilatorului este o funcție care în intervalul de definiție are un minim. În poziția de echilibru, oscilatorul se află într-o groapă de energie potențială, ceea ce conținează acestei poziții calitatea de a fi în echilibru stabil. Scoaterea sistemului din această poziție (excitarea lui), urmată de lăsarea liberă a sistemului, determină revenirea la această poziție de echilibru. Depășirea poziției de echilibru stabil se datorează în ambele cazuri, inerției, faptului că ambele sisteme conțin un corp cu o anumită masă. Prin introducerea celor două efecte: tendința sistemului de a ajunge în starea de energie potențială minimă și efectul inerției corpului, se explică, obținerea mișcării de oscilație în jurul poziției de echilibru a sistemului.

Tab. 2

	Pendul simplu	Sistem corp-resort	Energia cinetică	Energia potențială
A $t=0$ $\theta=\theta_0$ $v=0$			—	■
B $t=\frac{\pi}{4\omega}$			■	■
C $t=\frac{\pi}{2\omega}$ $\theta=0$ $v=v_{max}$			■	—
D $t=\frac{3\pi}{4\omega}$			■	■
E $t=\frac{\pi}{\omega}$ $\theta=\theta_0$ $v=0$			—	■
F $t=\frac{5\pi}{4\omega}$			■	■
G $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ $\theta=0$ $v=v_{max}$			■	—
H $t=\frac{7\pi}{4\omega}$			■	■



(F1) 4. OSCILAȚII MECANICE AMORTIZATE

Observarea mișcării oscilatorii a sistemelor studiate anterior, pendulul elastic și pendulul gravitațional, au condus la concluzia că amplitudinea se micșorează treptat, până la încrezarea mișcării. O astfel de mișcare este numită amortizată.

Amortizarea este datorată acțiunii unor forțe disipative, de exemplu, frecarea dintre oscilator și aer, frecarea la legături, frecările interioare generate de deformarea continuă a sistemului (a resortului în cazul pendulului elastic, de exemplu). Acțiunea forțelor disipative face ca energia mecanică primită inițial de oscilator să se micșoreze treptat și astfel amplitudinea lui să scadă în timp.

Temă experimentală

Se realizează un oscilator cu perioadă mare, format dintr-un resort de care se suspendă un corp sferic de dimensiuni mici și masă mare (fig. 22).

Pe sistem se fixează un ac indicator care se mișcă în fața unei rigle gradate, riglă care are diviziunea zero la mijloc. În poziția de repaus, indicatorul se află în dreptul diviziunii zero.

Se determină perioada de oscilație, $T = t/N$, măsurând timpul t în care se efectuează N oscilații complete și valorile amplitudinii oscilatorului în următoarele situații:

- oscilatorul, corpul (bila de fier), se află în aer;
- sistemul oscilează astfel încât bilă de metal se află tot timpul în apă;
- sistemul oscilează astfel încât corpul se află într-un lichid foarte vâscos, ulei de motor.

Constatăm din analiza celor trei situații, următoarele:

- **Mișcarea oscilatorului depinde de mărimea forței de frecare:** când forța de frecare nu este prea mare (exemplul a și b) mișcarea este oscilatorie amortizată, iar când forța de frecare este mare (exemplul c) mișcarea nu mai este oscilatorie, este aperiodică.
- **Mișcarea oscilatorie amortizată nu poate fi considerată mișcare periodică, deoarece nu se reproduce identic după intervale egale de timp.**

Caracterul ciclic se manifestă totuși, căci timpul scurs între două treceri succesive, în același sens, prin poziția de echilibru este mereu același și este numit **perioada mișcării amortizate** (pseudoperioadă). Pseudoperioada este mai mare decât perioada proprie (perioada oscilatorului neamortizat).

În cazul unei forțe de frecare mici, amortizarea se face într-un timp mare, iar pseudoperioada poate fi aproximată cu perioada proprie a oscilatorului.

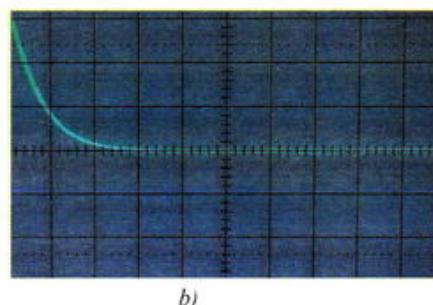
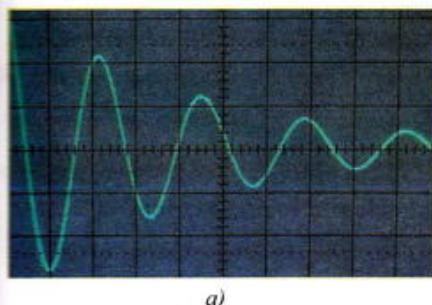
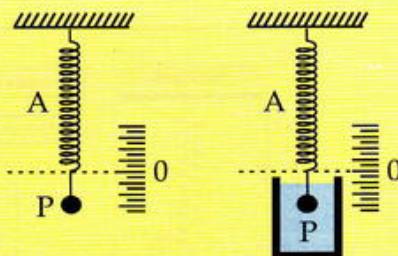


Fig. 21 Amortizor



a) aer b) apă c) lichid vâscos

Fig. 22 Experimental se constată în cele trei situații următoare: $T_c > T_b > T_a$

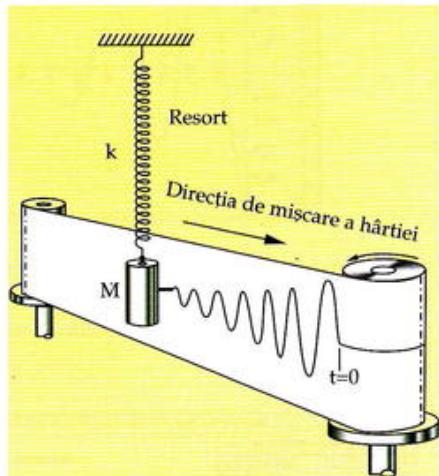


Fig. 23 Punerea în evidență a oscilațiilor amortizate.

Fig. 24
a) Oscilație amortizată
b) Oscilație aperiodică

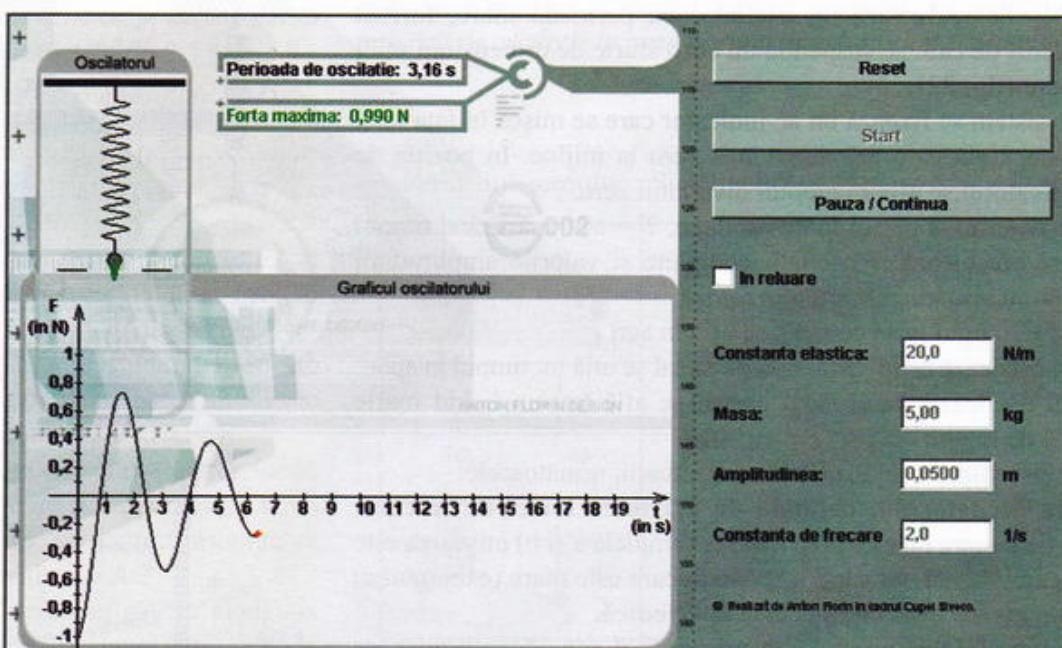
RETINETI

Mișcarea oscilatorului real este amortizată din cauza acțiunii forțelor de frecare. În funcție de mărimea forțelor de frecare, mișcarea oscilatorului real poate fi oscilație amortizată sau aperiodică. În cazul unor forțe de frecare foarte mici amortizarea se efectuează într-un timp foarte mare. În acest caz, pentru intervale de timp mult mai mici decât timpul de amortizare totală a oscilațiilor (de stingere a oscilațiilor), putem utiliza cu aproximație rezultatele stabilite pentru oscilatorul liniar armonic.

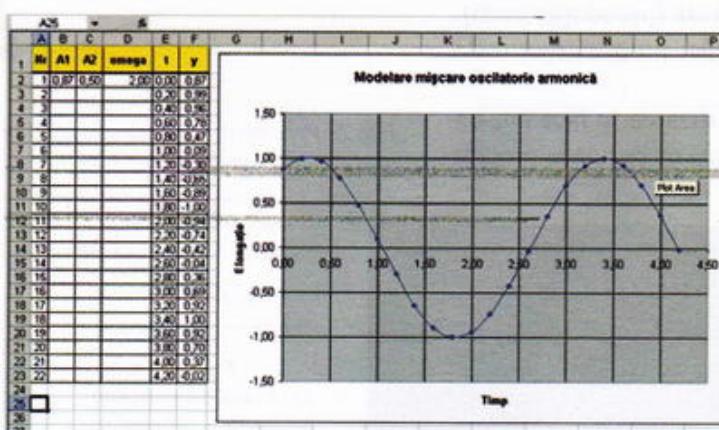
Studiu de caz

1. Studiul mișcării oscilatorului real cu ajutorul calculatorului

Folosind lecția interactivă din pachetul AeL modelați comportarea unui oscilator amortizat prin modificarea parametrilor corespunzători.



2. Să se demonstreze folosind o aplicație de calcul tabelar (exemplu Excel), că mișcarea descrisă cu ajutorul ecuației: $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t$ este o mișcare oscilatorie armonică și să se determine amplitudinea sa.



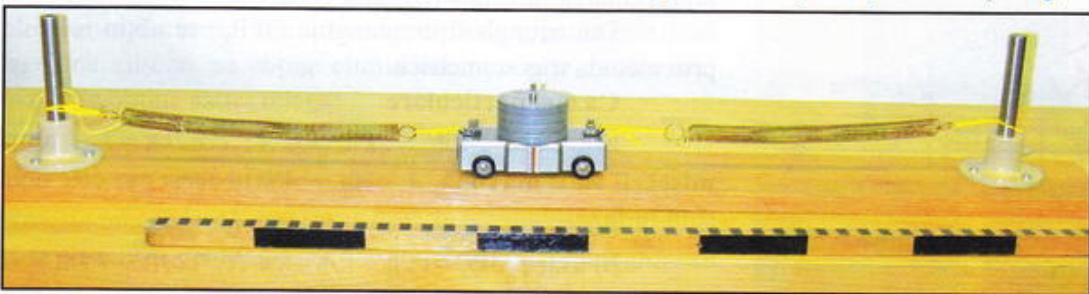
Indicație:

- în coloana A se va genera o serie liniară cu pasul 1 pentru nr. crt.;
- în coloanele B, C, D se introduc parametrii (A_1 , A_2 , pulsăția);
- în coloana E se generează o serie liniară cu pasul 0,2;
- în coloana F se introduce formula de calcul conform expresiei:
 $=\$B\$2*\COS(\$D\$2*E2)+\$C\$2*\SIN(\$D\$2*E2)$

Cum procedați ca să reprezentați grafic datele din foaia de calcul?

5. COMPUNEREA OSCILAȚIILOR ARMONICE

(F1,F2) 5.1. Compunerea oscilațiilor armonice paralele și de frecvențe egale



Este posibil ca asupra unui corp, considerat punct material de masă m , să acționeze simultan mai multe forțe de tip elastic. Mișcarea punctului material în acest caz este rezultatul compunerii oscilațiilor pe care le-ar produce fiecare forță în parte.

Să considerăm că două forțe elastice $\vec{F}_1 = -k\vec{y}_1$ și respectiv $\vec{F}_2 = -k\vec{y}_2$, paralele, acționează asupra punctului material de masă m (fig. 26). Forța rezultantă, \vec{F} , este tot o forță de tip elastic, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Rezultă: $\vec{F} = -(k\vec{y}_1 + k\vec{y}_2) = -k(\vec{y}_1 + \vec{y}_2) = -k\vec{y}$.

Elongația momentană rezultantă va fi $\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{y}_2$. Având aceeași dreaptă suport, putem însuma algebric: $y = y_1 + y_2$.

Presupunând că elongațiile punctului material, dacă asupra lui acționează separat fiecare forță, sunt: $y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01})$ și respectiv $y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02})$, mișcarea rezultantă are expresia de forma: $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ unde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Mișcarea punctului material este determinată dacă se cunosc parametrii A și φ_0 din relația de mai sus.

a) Metoda trigonometrică

Parametrii respectivi pot fi determinați pe cale trigonometrică, astfel:

$$A \sin(\omega t + \varphi_0) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02})$$

Identitatea este o relație care trebuie satisfăcută pentru orice valoare a variabilei, în speță timpul.

Particularizând pentru $t = 0$, $t = T/4$, obținem:

$$t = 0 \quad A \sin \varphi_0 \equiv A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}$$

$$t = T/4 \quad A \cos \varphi_0 = A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}$$

$$\text{Se obține astfel: } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}$$

Tot din particularizările anterioare pentru $t = 0$ și $t = T/4$, se poate obține, prin ridicare la pătrat:

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 (\sin^2 \varphi_{01} + \cos^2 \varphi_{01}) + 2 A_1 A_2 (\sin \varphi_{01} \sin \varphi_{02} + \cos \varphi_{01} \cos \varphi_{02}) + \\ &+ A_2^2 (\sin^2 \varphi_{02} + \cos^2 \varphi_{02}) \end{aligned}$$

Astfel, se obține pentru amplitudine relația:

$$A = \sqrt{A_1^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_{01} - \varphi_{02}) + A_2^2}$$

Fig. 25 Oscilații cuplate

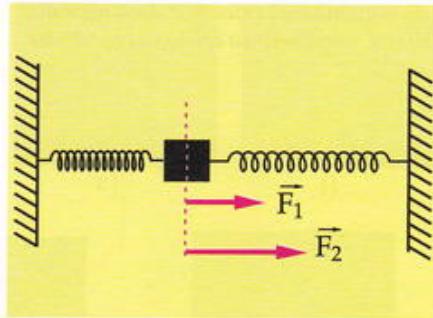


Fig. 26

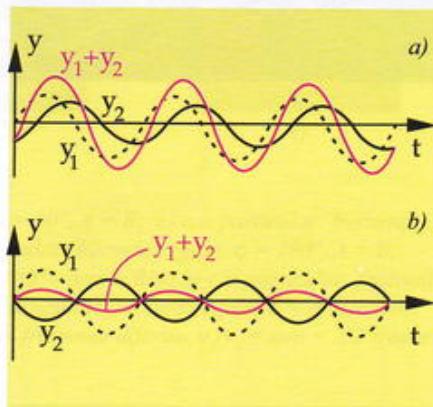


Fig. 27 Rezultatul suprapunerii a două oscilații paralele de frecvențe egale:
a) au același sens; b) au sensuri contrare

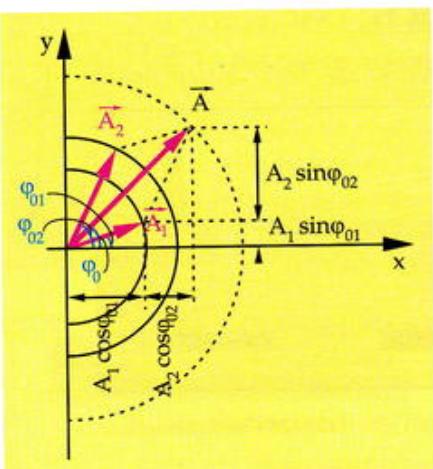


Fig. 28 Reprezentare fazorială a compunerii oscilațiilor paralele și de frecvențe egale la momentul $t = 0$
 - A_1 , amplitudinea primei oscilații;
 - A_2 , amplitudinea celei de a doua oscilații;
 $OP = A$, amplitudinea oscilației rezultante.

b) Metoda fazorială

Aceleași rezultate se pot obține pe cale geometrică utilizând reprezentarea fazorială (fig. 28)

Din triunghiul dreptunghic OPP_X , se obțin relațiile găsite și prin metoda trigonometrică.

Cazuri particulare

a) Dacă $\Delta\phi_0 = 2k\pi$, $k \in N$, $\cos 2k\pi = 1$, **amplitudinea mișcării va fi maximă**, $A = A_1 + A_2$. În acest caz cele două oscilații sunt **în fază**.

b) Dacă $\Delta\phi_0 = (2k+1)\pi$, $k \in N$, $\cos(2k+1)\pi = -1$, **amplitudinea mișcării este minimă**, $A = |A_1 - A_2|$. Cele două oscilații sunt **în opoziție de fază**. Dacă $A_1 = A_2$ oscilațiile se sting.

c) Dacă $\Delta\phi_0 = (2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in N$, $\cos(2k+1)\frac{\pi}{2} = 0$, rezultă pentru amplitudinea rezultantă, $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$. Oscilațiile sunt **în quadratură de fază**.

(F1*) 5.2. Compunerea oscilațiilor paralele de frecvențe puțin diferite. Fenomenul bătailor.

Fie două oscilații paralele de aceeași amplitudine cu frecvențele puțin diferite, $|v_1 - v_2| \ll v_1$ sau v_2

$$y_1 = A \sin \omega_1 t$$

$$y_2 = A \sin \omega_2 t$$

Legea de mișcare pentru punctul material care participă simultan la cele două mișcări oscillatorii se obține folosind proprietatea trigonometrică

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{a-b}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t. \text{ Astfel se obține:}$$

$$y = 2A \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$$

Folosind notațiile $\Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ și $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ rezultă $y = 2A \cos \Delta\omega t \sin \omega t$. Comparând această relație cu relația canonică $y = A \sin \omega t$, se constată că $2A \cos \Delta\omega t$ reprezintă noua amplitudine, ceea ce ilustrează faptul că amplitudinea variază periodic în timp, încet cu frecvența $\frac{v_1 + v_2}{2}$, în ritmul **frecvenței de bătăie** $v_b = \frac{v_1 - v_2}{2}$.

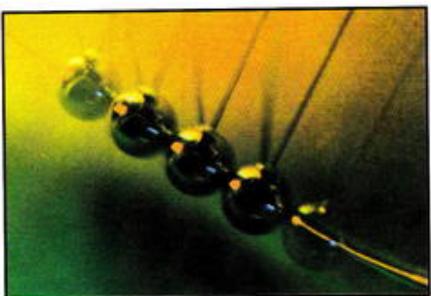
În radiotehnică (pentru undele electromagnetice) se folosește termenul **modulație în amplitudine**.

(F1*) 5.3. Compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare

Un punct material oscilează sub acțiunea unei forțe elastice pe direcția Ox . Legea de mișcare este:

$$x = As \sin \omega t$$

Același punct material poate oscila, sub acțiunea unei alte forțe de tip elastic pe direcția Oy .



Pentru un experiment virtual accesați:

www.portal.edu.ro

Legea de mișcare în acest caz este:

$$y = B \sin(\omega t - \varphi)$$

○ reprezintă diferența de fază a celor două oscilații.

Dacă punctul material respectiv participă simultan la cele două mișcări, legea de mișcare se obține eliminând între cele două relații termenii în ωt . Se obține astfel relația:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - 2 \frac{xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

Expresia precedentă reprezintă ecuația parametrică a familiei de elipse care au același centru și care pot fi înscrise în dreptunghiul cu laturile $2A$ și $2B$. Forma lor depinde de diferența de fază φ .

În cazurile $\varphi = 0$ și $\varphi = \pi$, mișcarea rezultantă se realizează pe dreapta, iar în celelalte cazuri este elipsă. Dacă $A = B$, amplitudini egale și $\varphi = \pi/2$, elipsa degeneră în cerc.

În cazul în care perioadele oscilațiilor care se compun nu mai sunt egale, traiectoriile sunt mai complexe. Traiectoriile respective formează figurile lui Lissajous (fig. 29)

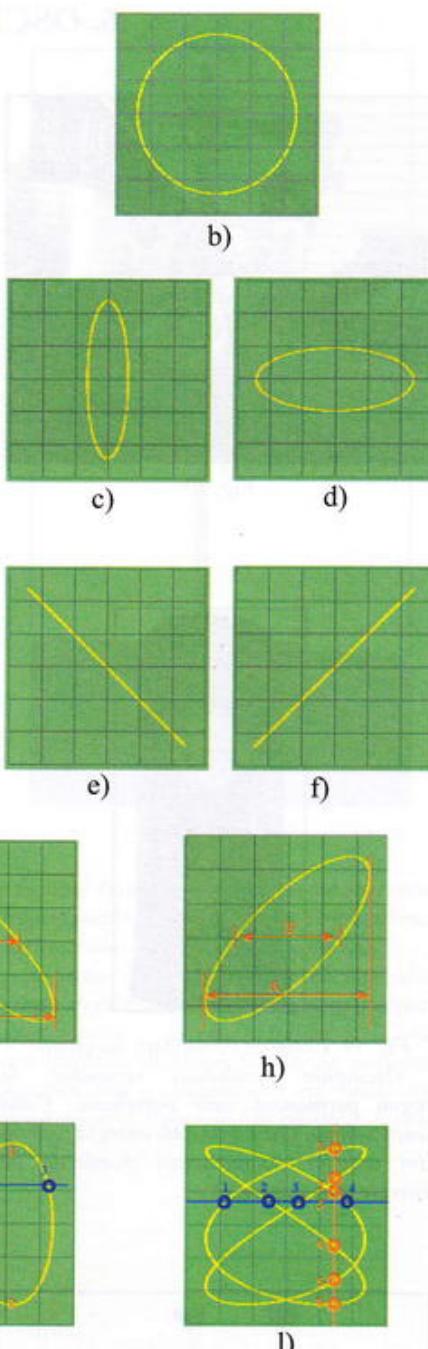


Fig. 29 Figuri Lissajous

- a) - oscilații perpendiculare de frecvențe diferite; b) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 90^\circ$, $A = B$; c) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 90^\circ$, $A < B$; d) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 90^\circ$, $A > B$; e) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 180^\circ$, $A = B$; f) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 0^\circ$, $A = B$; g) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 180^\circ - \arcsin B/A$; h) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = \arcsin B/A$; i) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = 180^\circ - \arcsin D/C$; j) caz particular: frecvențe egale, $\varphi = \arcsin D/C$; k) caz particular: frecvențe diferențiate, $v_x/v_y = m/n = 3/2$ (raport rațional); l) caz particular: frecvențe diferențiate, $v_x/v_y = m/n = 2/3$ (raport rațional)

RETINETI

Acțiunea simultană a două forțe elastice paralele duce la apariția unei oscilații armonice de aceeași perioadă și direcție cu oscilațiile componente, cu amplitudine și fază date de

$$\text{relațiile: } \operatorname{tg} \Phi_0 = \frac{A_1 \sin \Phi_{01} + A_2 \sin \Phi_{02}}{A_1 \cos \Phi_{01} + A_2 \cos \Phi_{02}} \text{ și } A = \sqrt{A_1^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\Phi_{01} - \Phi_{02}) + A_2^2}.$$

6. OSCILATORI MECANICI CUPLAȚI

(F1,F2) 6.1. Oscilații forțate și întreținute

În exemplele anterioare de oscilatori, forța exterioară avea rol de inițiere a oscilațiilor, efectul ei rezumându-se la scoaterea sistemului din starea de repaus.

În continuare se vor studia sisteme la care acțiunea forței exterioare se menține pe tot timpul oscilației. De exemplu: vibrația podurilor sub acțiunea greutății mașinilor, camioanelor sau unei coloane de soldați care merg în marș, oscilația cablurilor electrice pe stâlpi sub influența curenților de aer, etc.

Oscilațiile care rezultă sunt **oscilații forțate**. Ele au frecvență forței externe și nu frecvența proprie a corpurilor.

O succesiune de mici impulsuri, aplicate cu o frecvență convenabilă poate produce oscilații de mare amplitudine. Un copil dându-se în leagăn învață că prin anumite mișcări, la intervale de timp potrivite poate mări amplitudinea oscilațiilor sale.

Sunt numite oscilații forțate, oscilațiile unui sistem care sunt datorate acțiunii unei forțe periodice exterioare.

Sistemul care produce forța exterioară (forța excitatoare) este numit excitator. Sistemul asupra căruia acționează forța excitatoare este numit sistem oscilator excitat.

Dacă un oscilator este scos din poziția de repaus și lăsat liber, așa cum s-a constatat din cele prezentate anterior, oscilațiile care se produc, fiind slab amortizate, ele pot fi assimilate ca armonice. Perioada acestor oscilații libere se numește **perioadă proprie de oscilație**.

Când asupra unui sistem oscilant acționează în afara forței elastice și a forței de rezistență și o forță periodică sinusoidală $f = f_0 \sin \omega t$, sistemul execută o mișcare rezultată din suprapunerea mișcărilor pe care le-ar impune fiecare forță în parte.

Energia necesară mișcării forțate a sistemului oscilator este furnizată de sistemul excitator. Energia sistemului oscilator excitat crește, o parte din ea fiind transformată în căldură, prin frecare. Cu cât frecările sunt mai mici cu atât energia tinde la valoare maximă.

(F1,F2*) 6.2. Rezonanță

În paragraful precedent s-a studiat mișcarea oscillatorie forțată a unui sistem în cazul când oscilatorul nu poate influența excitatorul.

Sunt sisteme oscilator-excitator astfel cuplate (legate), încât mișcarea oscillatorului influențează mișcarea excitatorului.

Cuplajul este sistemul mecanic care realizează legătura dintre excitator și oscilator, mijlocind transferul de energie de la un sistem la celălalt.

Fenomenul de rezonanță este des întâlnit în diferite ramuri ale fizicii:

- mecanică

- mișcarea unui leagân împins din exterior • balansul podurilor datorat curenților mari de aer • vibrația pieselor mobile aflate în compoziția mecanismelor unui autoturism ce se deplasează cu o anumită viteză;

- electromagnetism

- transmisia radio - TV;



Fig. 30

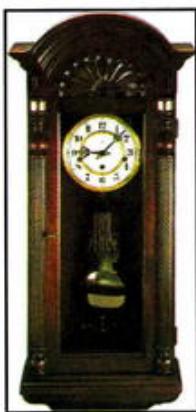


Fig. 31 Exemplu de oscilații întreținute.

Oscilațiile pendulului rezonator, în regim permanent sunt întreținute. Când amplitudinea este constantă, energia primită din exterior compensează pierderile de energie prin frecare.

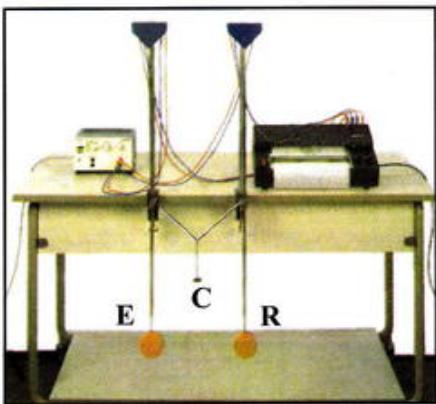


Fig. 32 Model experimental pentru cuplajul a două pendule: E - sistem excitator; C - cuplaj; R - sistem rezonator (oscilatorul care primește energia de la excitator)

- acustică
- sunetele emise de o cântăreață de operă pot sparge un pahar (vibratia aerului induce aceeași vibratie sticlei ca și a vocii cântăreței).

Temă experimentală

➤ Se realizează sistemul cuplat format din două pendule (fig. 33). Pendulele sunt formate din tije metalice, ușoare, având cuțite de suspensie, așezate pe suporturi fixe. Pe tije se pot fixa coruri cilindrice de mase diferite. Tijele sunt prevăzute fiecare cu câte un indicator care se deplasează în fața unui arc gradat, permitând măsurarea amplitudinii. Cuplajul se realizează prin intermediul unui resort elastic ușor care unește tijele celor două pendule.

Un sistem este excitator (E), iar celălalt este oscilatorul excitat (R). Se realizează astfel sistemul, încât cele două pendule să poată oscila în același plan în jurul a două axe paralele. Se va urmări mișcarea acestui sistem, perioadele celor două pendule fiind puțin diferite, în următoarele cazuri:

1. masa corpului E este mult mai mare decât masa corpului R;
2. masa corpului E are o valoare apropiată de masa corpului R.

Se scoate pendulul excitator, în ambele cazuri, din poziția de echilibru și apoi se lasă să oscileze. În urma observațiilor efectuate se constată că pendulul excitator E antrenează în oscilație și pendulul oscilator R.

1. În cazul în care energia mecanică a excitatorului este mult mai mare decât a oscilatorului (masa corpului E este mult mai mare decât masa corpului R), mișcarea excitatorului este foarte puțin influențată de oscilator; reacția oscilatorului asupra excitatorului poate fi neglijată.

2. În cazul în care cele două pendule au energii mecanice comparabile (masa corpului E este apropiată, de masa corpului R), mișcarea excitatorului este influențată esențial de oscilator, cele două sisteme inversându-și rolurile.

Observații

a) În cazul când masa corpului E este mult mai mare decât masa corpului R, amplitudinea excitatorului rămâne aproape nemodificată în timpul oscilației. Oscilatorul efectuează în acest caz oscilații forțate.

b) În cazul sistemelor cuplate, în care reacția oscilatorului este neglijabilă are loc transfer de energie mecanică de la sistemul excitator la cel oscilator. Se pune problema în ce condiții se realizează optim acest transfer.

Explorare. Investigare

➤ Urmăriți mișcarea oscilatorului elastic când este acționat periodic cu o forță pe direcția axei resortului (fig. 34):

- în cazul în care roata este învărtită manual, încet, se pot observa oscilații de amplitudine egală cu raza de rotație. Antrenat de roată, cablul va impune resortului o deplasare în sus și-n jos, ceea ce poate fi verificat pe rigla de observație;

- în cazul în care roata este învărtită cu frecvență crescătoare, se constată o creștere a amplitudinii resortului pentru o anumită

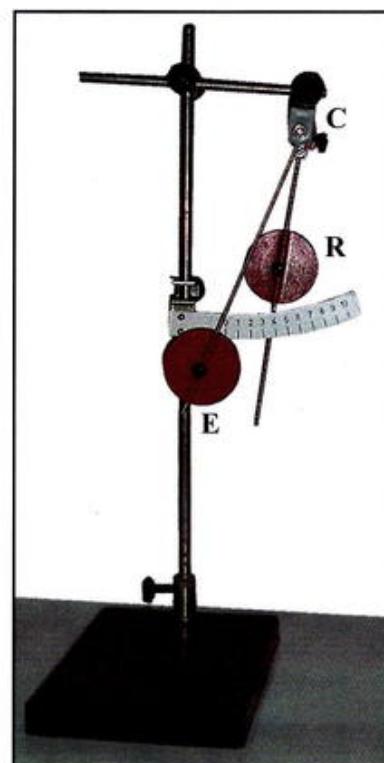


Fig. 33

• În cazul 1) amplitudinea oscilatorului crește treptat până rămâne constantă, amplitudinea excitatorului este practic nemodificată.

• În cazul 2) amplitudinea oscilatorului crește treptat, în același timp amplitudinea excitatorului scade treptat. Când amplitudinea oscilatorului atinge valoarea maximă, cea a excitatorului este nulă; din acest moment fenomenul se produce în sens invers.

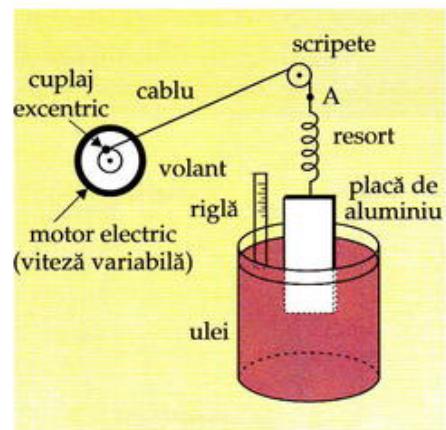


Fig. 34

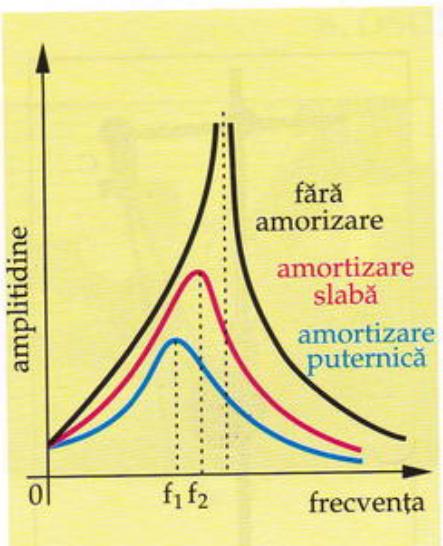


Fig. 35

 f_1, f_2 - frecvențe proprii ale oscilatorului

valoare (chiar dacă amplitudinea excitației rămâne constantă), după care descrește, deși frecvența motorului crește în continuare.

Dependența amplitudinii oscilatorului de perioada excitatorului este redată în graficul din figura 35. Se observă că această curbă are un maxim când perioada excitatorului este apropiată ca valoare de perioada proprie a oscilatorului T_o .

În această stare amplitudinea oscilatorului este maximă, deci energia transferată este maximă.

Această stare a sistemului este numită rezonanță.

Inițierea oscilațiilor, amplificarea oscilațiilor, efectuarea oscilațiilor de amplitudine maximă, toate aceste cazuri sunt datorate unui transfer maxim (sau optim) de energie de la excitator la oscilator. **Oscilatorul este numit în această stare (de rezonanță) rezonator.**

Condiția realizării stării de rezonanță este ca perioada sistemului excitator să fie egală sau apropiată cu perioada proprie de oscilație a sistemului rezonator.

Explicarea fenomenului de rezonanță se poate face în felul următor: atunci când frecvențele celor 2 oscilatori coincid, impulsurile date de către excitator corespund frecvenței proprii a rezonatorului. Fiecare impuls îi corespunde un mic lucru mecanic motor pe care rezonatorul îl înmagazinează ca energie mecanică. Astfel, la fiecare contact, energia și implicit amplitudinea rezonanței cresc. Această creștere are o limită deoarece, datorită forțelor de rezistență existente, o parte de energie se transformă în căldură.

Amplitudinea maximă are loc când amortizarea este minimă. Repetând experimentul, crescând amortizarea (de exemplu: se introduce sistemul treptat în apă), se constată descreșterea amplitudinii în jurul frecvenței proprii a rezonatorului.

Constatăm că transferul energiei de la excitator la un sistem de oscilatori are caracter selectiv și este maxim la rezonanță.

RETINETI

Oscilațiile forțate ale unui sistem sunt datorate acțiunii unei forțe exterioare periodice și au aceeași frecvență cu a forței excitatoare. Între sistemul excitator și cel oscilant are loc un transfer de energie. Rezonanța are loc când transferul de energie între cele două sisteme este maxim și se realizează dacă $v_a \approx v_{osc}$ proprii.

Oscilațiile întreținute sunt oscilațiile efectuate de un sistem oscilant la care pierderile de energie, datorate frecărilor, sunt compensate din exterior, continuu sau periodic.

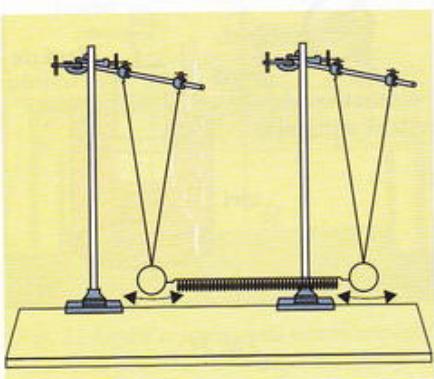


Fig. 36

Verifică și consolidează

1. Urmăriți mișcarea unui leagăn în următoarele cazuri:

- i se dă un impuls exterior leagănelui și apoi este lăsat liber;
- persoana din leagăn îi dă impulsuri periodice;
- i se dau impulsuri periodice din exterior.

Precizați tipul de mișcare pentru fiecare situație în parte.

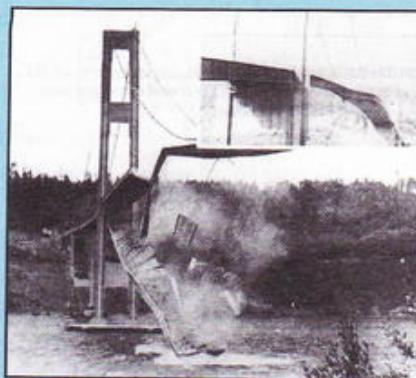
2. Alcătuiți un scenariu pentru studiul oscilațiilor cuplate, folosind dispozitivul prezentat în fig. 36.

după

FIŞĂ
DOCUMENT
DESPRE REZONANȚĂ

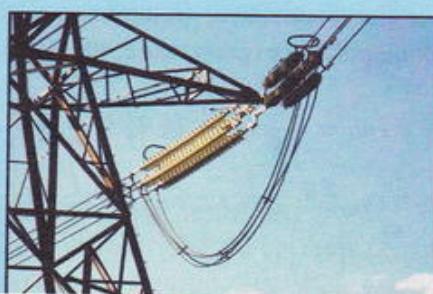
- Fenomenul de rezonanță se regăsește în multe situații cotidiene. Sisteme care reproduc fidel frecvența diferitelor vibrații sunt:
 - timpanul urechii (va fi studiat în capitolul dedicat studiului undelor mecanice);
 - membranele microfoanelor;
 - aerul dintr-o sticlă parțial umplută cu apă, etc.

Pe de altă parte rezonanța în tehnică, construcții civile, poduri, construcția aparatelor cu părți mobile reprezintă însă o problemă importantă care trebuie evitată. Un exemplu care evidențiază forța distructivă a fenomenului de rezonanță mecanică este podul Tacoma Narrows, care în 1940 a fost distrus datorită forței vântului (fig. alăturată). Când a fost construit în 1939 era unul dintre cele mai lungi poduri din lume, dar construit din materiale ușoare. Din păcate acest ultim aspect nu a fost bine gândit, căci forța vântului nu a putut fi amortizată de greutatea podului și...



• Motoarele vehiculelor trebuie ferite prin construcție de rezonanță atunci când apar trepidății sau șocuri datorită de denivelărilor carosabilului. Ele sunt dotate cu dispozitive care să amortizeze vibrațiile (oscilații nedorite) jucând rol de "absorbant" de șocuri, generând căldură prin frecare. Are loc astfel un transfer de energie de la excitator la rezonator cu scopul de a amortiza vibrațiile excitatorului în timp minim.

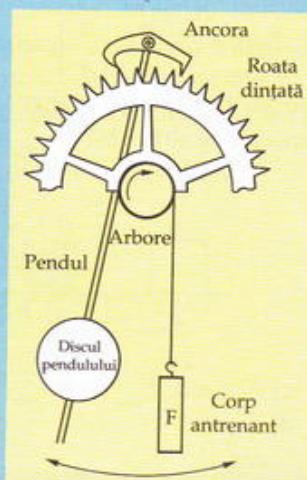
• Coșurile industriale, cablurile de înaltă tensiune sunt și ele afectate de oscilații nedorite cauzate de forța vântului. Amortizoarele sunt plasate la partea superioară a liniilor de transmisie pentru a preveni vibrațiile care pot lua naștere în întreaga construcție. Sunt folosite cablaje grele, din oțel, cu inerție mare (energosage), care să preia energia mecanică a vibrațiilor și să o transforme în căldură.



• Oscilațiile autoîntreținute sunt oscilațiile efectuate de un sistem oscilant care prin propria sa mișcare comandă transferul de energie necesar întreținerii propriei sale oscilații.

Exemplu de mișcare autooscilatorie este aceea a pendulului regulator al mersului ceasornicului de perete. Sistemul este format dintr-un pendul a cărui mișcare liberă este amortizată, o roată dințată solidară cu un cilindru greu, pe care este înfășurat un fir de care este prins un corp. Căderea corpului fiind uniform accelerată, mișcarea liberă a sistemului tambur - roată va fi accelerată. Un dispozitiv format din ancoră și furcă asigură cuplajul dintre pendul și roata dințată. Pendulul oscilând în jurul axei verticale imprimă prin intermediul furcii dispozitivului de cuplaj o mișcare de oscilație în jurul axei. Oscilând prin extremitățile sale, ancorea va bloca și debloca periodic roata dințată, impunându-i astfel o mișcare de rotație sacadată. De fiecare dată când un dintă al roții scapă, alunecând pe una din extremitățile ancorei comunică acesteia un mic impuls, transmîndu-i astfel energie din energia potențială a corpului care cade. Ancora, prin intermediul furcii, transmite această energie pendulului. Sistemul se regleză astfel încât transferul periodic de energie să compenseze energia pierdută de pendul prin amortizare.

Care sistem este excitatorul și care sistem este rezonatorul la dispozitivul prezentat?



Modele operaționale

I. Un oscilator constituie dintr-un punct material cu masa $m = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$, suspendat la capătul unui resort, oscilează sub acțiunea forței elastice, conform ecuației: $y = 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right) \text{ (m)}$. Se cer:

- a) perioada și frecvența oscilațiilor;
- b) viteza maximă și accelerația maximă a punctului material;
- c) valoarea maximă a forței care acționează asupra punctului material;
- d) relațiile care exprimă dependența de timp a energiilor: cinetică, potențială și totală a punctului material;
- e) timpul în care punctul material efectuează drumul de la jumătatea amplitudinii, la $\sqrt{3}/2$ din amplitudine.

Rezolvare

a) Legea de mișcare a oscilatorului liniar armonic este: $y = A \sin(\omega t + \phi_0)$.

Comparând cu expresia dată, stabilim următoarele:

$$A = 0,1 \text{ m}, \omega = \frac{\pi}{8} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ și } \phi_0 = \frac{\pi}{8} \text{ rad},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{8}\right)} = 16 \text{ s}; v = \frac{1}{T} = \frac{1}{16} \text{ Hz}.$$

b) Ecuatiile pentru viteza și accelerație sunt:

$$v = \frac{\pi}{8} \cdot 0,1 \cos\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right), a = -\left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \cdot 0,1 \sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)$$

valorile extreme se realizează pentru $\cos\alpha = -1; +1$ respectiv pentru $\sin\alpha = -1, +1$.

Valorile maxime vor fi:

$$v_{\max} = \frac{\pi}{8} \cdot 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$a_{\max} = \left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \cdot 0,1 \approx 0,015 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) $F = ma; F_{\max} = ma_{\max} = 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot 0,015 \approx 0,25 \text{ mN}$

d)

$$E_c = \frac{mv_{\max}^2}{2} \cos^2(\omega t + \phi_0) = 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cos^2\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)$$

sau $E_c = 12,32 \cos^2(\omega t + \phi_0) \mu\text{J}$,

$$E_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \phi_0) = 12,32 \sin^2\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right) \mu\text{J},$$

$$E_t = E_c + E_p = 12,32 \mu\text{J}.$$

e) Punctul material P oscilează în jurul poziției de echilibru O , cu amplitudinea A între punctele M și N .



În poziția P_1 , elongația $y_1 = \frac{A}{2}$ deci:

$$\frac{A}{2} = A \sin\left(\frac{\pi}{8}t_1 + \frac{\pi}{8}\right); \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{8}t_1 + \frac{\pi}{8}\right) \text{ deci}$$

$$\frac{\pi}{8}t_1 + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{6}; t_1 = 1/3 \text{ s}.$$

În poziția P_2 , elongația $y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A$.

$$\text{Analoga } \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \sin\left(\frac{\pi}{8}t_2 + \frac{\pi}{8}\right), t_2 = 5/3 \text{ s};$$

$$\text{iar } \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{4}{3} \text{ s}.$$

2. Să se calculeze accelerația gravitațională g într-un punct oarecare A de pe Pământ, știind că un ceasornic cu pendul care bate secunda în B , întârzie cu 35 s în 24 ore . Pentru punctul B , $g_B = 9,815 \text{ m/s}^2$.

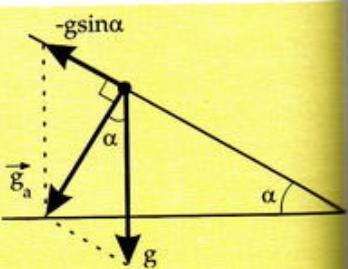
Rezolvare

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_A}}, T_B = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_B}}, T_B = \frac{t}{N}, T_A = \frac{t + \Delta t}{N}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}}, \frac{T_A}{T_B} = \frac{t + \Delta t}{t}, \frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{t + \Delta t}{t}\right)^2$$

$$g_A = g_B \left(\frac{t}{t + \Delta t}\right)^2, g_A = 9,807 \text{ m/s}^2.$$

3. Un pendul a cărui perioadă de oscilație este $0,5 \text{ s}$ se fixează de un cărucior care coboară pe un plan înclinat și apoi se deplasează pe un plan orizontal. Unghiul format de planul înclinat cu orizontală este de 45° . Neglijând frecările să se determine perioada de oscilație a penduluștilor gravitațional când:



- a) căruciorul coboară pe planul înclinat;
 b) căruciorul se deplasează pe planul orizontal.

Rezolvare

Lungimea pendului se va calcula pornind de la expresia perioadei.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0,25}{4} = 0,0625 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{Mg \sin \alpha}{M} = g \sin \alpha$$

Forța de inerție care acționează asupra corpului de masă m este, $\vec{F}_i = -m\vec{a}$ sau $F_i = mg \sin \alpha$.

Această forță este anulată de o componentă a greutății $G_i = F_i = mg \sin \alpha$. Este posibil numai dacă firul este perpendicular pe planul înclinat. Astfel, rămâne o forță activă $G_n = mg \cos \alpha$, care reprezintă și greutatea aparentă $G_a = mg_a$, unde am notat prin g_a accelerația gravitațională aparentă.

Astfel $mg \cos \alpha = mg_a$ sau $g_a = g \cos \alpha$,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_a}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} \approx 0,6 \text{ s}.$$

Pe planul orizontal $a = 0$, deci $T = 0,5 \text{ s}$.

4. Un pendul matematic bate secunda la nivelul mării. Se transportă un pendul identic la altitudinea $h = 318,5 \text{ km}$. Ce diferență de timp va înregistra acest pendul față de pendulul de la sol în decurs de 4 h? ($R_p = 6370 \text{ km}$).

Rezolvare

$\frac{KmM}{R_p^2} = \frac{KM}{R_p^2}$, unde: g - accelerația gravitațională, M - masa Pământului, R_p - raza

Pământului, K - constanta atracției universale. Accelerata gravitațională la înălțimea h față de

$$\text{pământ este } g' = \frac{\frac{KmM}{(R_p+h)^2}}{m} = \frac{KM}{(R_p+h)^2}.$$

Perioada pendulului gravitațional

este $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, iar la altitudinea h este

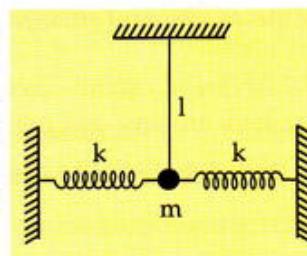
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(\frac{R_p+h}{R_p} \right)^2} = \frac{R_p+h}{R_p} T.$$

Perioada pendulului în cele două situații va fi:

$$T = \frac{t}{N} \text{ și } T' = \frac{t + \Delta t}{N}.$$

$$\text{Rezultă } \Delta t = \frac{T'}{T} \cdot t - t = t \left(\frac{R_p+h}{R_p} - 1 \right) = 720 \text{ s}.$$

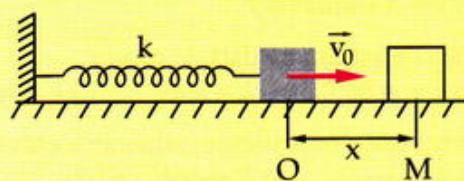
5. Să se determine perioada micilor oscilații executate de sistemul din figură. Mărimile fizice l , m , g și k se presupun cunoscute. Se neglijeează frecările.


Rezolvare

Referitor la cele două resorturi, deși aparent ar fi conectate în serie, ele acționează ca și cum ar fi legate în paralel, $k_e = 2k$ (comprimarea unuia se face pe seama destinderii celuilalt, deci $|y_1| = |y_2|$). Pendulul gravitațional contribuie în același sens la mișcarea corpului de masă m . Constanta elastică pentru pendulul gravitațional este $k_g = \frac{mg}{l}$.

Astfel, rezultă $k_e = 2k + \frac{mg}{l}$ (asupra punctului material de masă m acționează și forța de revenire a pendulului), iar perioada este $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_e}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k+mg}{l}}}.$

6. Constanta elastică a unui resort este $k = 50 \text{ N/m}$. Se leagă un capăt al resortului de un corp de masă $m = 0,5 \text{ kg}$, astfel încât resortul este netensionat. Se imprimă corpului viteza $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ în sensul întinderii resortului. Știind că deplasarea corpului pe suprafața orizontală se face cu frecare, coeficiențul de frecare la alunecare fiind $\mu = 0,6$, calculați distanța OM la care corpul se oprește prima dată.


Rezolvare

Aplicând teorema energiei mecanice $E_f - E_i = L$ și explicitând $\frac{kx^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -F_f \cdot x$, obținem ecuația $25x^2 + 3x - 0,25 = 0$ cu soluția fizic acceptată $x = 6 \text{ cm}$.

Răspunde repede și bine!

Completează spațiile punctate, astfel încât să se respecte adevărul științific.

- Defazajul dintre accelerația și elongația unui oscilator armonic este $\Delta\varphi = \dots$
- Doi oscilatori sunt în cadratură dacă $\Delta\varphi = \dots$
- Oscillatorul liniar armonic este un corp de dimensiuni neglijabile aflat în mișcare sub acțiunea unei forțe \dots
- Perioada oscillatorului liniar armonic este timpul în care oscillatorul efectuează \dots
- Dacă pentru punctul material care efectuează mișcarea rectilinie uniform variată, legea de mișcare este un polinom de gradul doi funcție de timp, pentru oscillatorul liniar armonic este \dots
- Expresia $\frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi)$ reprezintă energia \dots pentru oscillatorul liniar armonic.
- Rezonanța este o stare specială care se stabilește între doi oscilatori mecanici, stare caracterizată de un transfer \dots
- Condiția de izocronism este îndeplinită dacă amplitudinea de oscilație este \dots
- Amplitudinea oscilațiilor reale scade în timp datorită acțiunii \dots care transformă în mod ireversibil \dots în căldură.
- Sub acțiunea \dots energia cinetică se transformă în mod reversibil în energie \dots și invers.

Alege afirmațiile corecte.

11. Legea mișcării oscillatorului armonic este:

- $y = A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$
- $y = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$
- $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$

12. Constanta elastică este dată de relația:

- $k = m2\pi/T$
- $k = m\omega^2$
- $k = m2\pi v$

13. Energia totală a oscillatorului armonic ideal este:

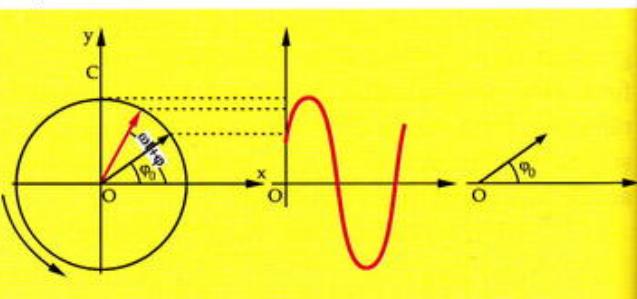
- $E = ky^2/2$
- $E = k(A^2 - y^2)/2$
- $E = 2kA$
- $E = kA^2/2$

14. Un punct material de masă m efectuează oscilații armonice cu amplitudinea A și frecvența v . Faza inițială a oscilațiilor este nulă. Scrie ecuația mișcării oscillatorii. Aplicație: $m = 5 \text{ g}$, $v = 20 \text{ Hz}$.

15. De câte ori trece prin poziția de echilibru un corp de masă $m = 80 \text{ kg}$ suspendat de un resort cu $k = 2 \text{ N/m}$ în timp de 314 s , presupunând că se mișcă după ecuația $y = A \sin \omega t$?

Aplică și aprofundează!

16. Un oscillator armonic a cărui mișcare poate fi reprezentată alăturat, are perioada 12 s . Dacă folosim analogia mișcării circulare uniforme, constatăm că raza cercului este 30 cm iar elongația inițială este 10 cm . Să se completeze cele trei grafice și să se scrie ecuația de mișcare.



17. Sub acțiunea unei forțe F un corp de masă m , fixat la capătul liber al unui resort ideal se deplasează pe distanță x . Să se exprime: a) pulsări, ω ; b) perioada, T ; c) frecvența, v ale oscilațiilor libere ale corpului.

Aplicație: $F = 8 \text{ N}$, $m = 50 \text{ g}$, $x = 1,5 \text{ cm}$.

18. Un corp de masă m , așezat pe un suport orizontal fără frecări, este legat de un resort ideal orizontal și sub acțiunea unei forțe orizontale F este deplasat la distanța x_0 față de poziția de echilibru. Lăsat liber corpul începe să oscileze armonic. Să se determine:
 a) constanta de elasticitate k a resortului;
 b) frecvența v a oscilațiilor;
 c) viteza maximă v_M atinsă de corp;
 d) ecuația de mișcare dacă corpul a fost lovit liber în poziția cea mai îndepărtată de poziția de repaus.

Aplicație: $m = 200 \text{ g}$, $F = 50 \text{ N}$, $x_0 = 5 \text{ cm}$.

19. $y = 10 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Să se determine raportul între energia cinetică și cea potențială pentru $y_t = 5 \text{ cm}$.

20. Legea de mișcare a unui oscillator armonic este $y = 0,02 \sin\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$. Să se calculeze: a) valoarea maximă a vitezei și accelerării; b) elongația în momentul în care $E_c = E_p$; c) primul moment t , la care $E_c = E_p$.

21. Un oscillator liniar cu masa $m = 1 \text{ kg}$ este scos din poziția de echilibru până la distanța $A = 2 \cdot 10^{-2}$

unde forța elastică are valoarea $0,2N$. Să se scrie ecuația corespunzătoare mișcării oscilatorii.

Operationalizare - transfer

22. Fie un oscilator liniar armonic care se mișcă după legea: $y = 0,04 \sin 11,4 t$ (m).

Această mișcare este consecința proiecției unei mișcări circulare uniforme pe axa Oy.

a) Să se găsească mărimele specifice mișcării circulare uniforme (ω, R).

b) Să se determine timpul necesar corpului pentru a parcurge jumătate din distanța de la centrul mișcării până la poziția corespunzătoare deformației maxime.

$$R: a) \omega = 11,4 \text{ rad/s}; R = 0,04 \text{ m}; b) t = 0,046s$$

23. Un oscilator liniar armonic cu masa de $0,02 \text{ kg}$ are amplitudinea de 30 cm și perioada $4s$. La momentul inițial elongația este $+30 \text{ cm}$. Să se calculeze:

- a) poziția corpului la $t_1 = 0,5 \text{ s}$;
- b) mărimea și sensul forței în acest moment;
- c) timpul necesar pentru a ajunge din poziția inițială într-un punct în care $y_2 = -15 \text{ cm}$;
- d) viteza în acest moment.

$$R: a) y = 0,21 \text{ m}; b) F = -0,01 \text{ N}; c) t_2 = 0,75; d) v_2 = 0,42 \text{ m/s}$$

24. Un pendul simplu efectuează 200 de oscilații pe minut iar altul, în același loc, efectuează 300 oscilații pe minut. Să se calculeze raportul lungimilor celor două pendule.

$$R: 2,25$$

25*. Un pendul simplu este format dintr-o sferă umplută cu apă, atârnată de un fir cu lungimea l . Sfera are practicat în partea de jos un mic orificiu, prin care se scurge apa. Cum se modifică perioada oscilațiilor când apa se scurge încet prin orificiu?

26. Un mobil efectuează o mișcare oscilatorie armonică. Știind că pentru elongațiile $y_1 = 2 \text{ cm}$ și $y_2 = 3 \text{ cm}$, mobilul are vitezele $v_1 = 5 \text{ m/s}$ și respectiv $v_2 = 4 \text{ m/s}$, să se calculeze amplitudinea și perioada mișcării oscilatorii a mobilului.

$$R:$$

$$A = \sqrt{y_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = 4,08 \text{ cm}, T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28}{13,38} \approx 0,47 \text{ s}$$

27. Pistoanele unui automobil execută cu aproximativ o mișcare oscilatorie armonică simplă. Știind că dublul amplitudinii (cursa pistonului) este 10 cm iar frecvența este de 3600 rot/min , să se calculeze:
a) accelerarea pistonului la sfârșitul unei curse;

b) forța rezultantă care trebuie să acționeze asupra pistonului pentru a-l pune în mișcare, dacă greutatea lui este $G = 4,5 \text{ N}$;

c) viteza în punctul central al cursei.

$$R: a) a_{max} = 71 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2; b) F = 3264,7 \text{ N}; c) v_{max} = 18,84 \text{ m/s}$$

28*. Un punct material efectuează mișcare oscilatorie armonică compusă din două oscilații paralele și care au ecuațiile: $y_1 = 4 \sin 2\pi \left(t + \frac{1}{3} \right)$ și respectiv $y_2 = 3 \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ (mm).

Să se scrie ecuația mișcării rezultante y .

$$R: y = 6,9 \sin \left(2\pi - 72^\circ 50' \right) (\text{mm})$$

29. De un fir de sârmă cu lungimea $l_0 = 4 \text{ m}$ în stare nedeformată se suspendă un corp cu masa $m = 10 \text{ kg}$, care alungește firul cu $0,004 \text{ m}$. Secțiunea firului este $S = 0,01 \text{ cm}^2$ și se presupune tot timpul constantă. Să se calculeze:

a) frecvența de oscilație a corpului dacă el este tras în jos pe o mică distanță suplimentară și apoi este lăsat liber;

b) modulul de elasticitate Young pentru sârmă. Se va lua $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$R: a) v = 7,96 \text{ Hz}; b) E = 10^7 \text{ N/m}^2$$

30. Un pendul gravitațional cu lungimea $l_0 = 0,2 \text{ m}$ este plasat într-un ascensor. Cursa ascensorului este $h = 200 \text{ m}$. Plecând din repaus, ascensorul se deplasează cu accelerarea $a_1 = g/10$ un timp $t_1 = 8s$, după care își continuă mișcarea uniform și pentru a se opri la înălțimea h frânează cu aceeași accelerare, $a_2 = g/10$. Determinați numărul oscilațiilor efectuate de pendul în decursul mișcării. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$R: 37 \text{ oscilații.}$$

31*. Un corp de masă M se găsește pe o suprafață plană orizontală de masă $m << M$, care oscilează simplu, fără frecări, prin intermediul unui resort cu frecvență $v = 2 \text{ osc/s}$. Coeficientul de frecare între bloc și suprafață plană este $\mu = 0,4$.

Care este valoarea amplitudinii pentru care blocul nu alunecă de-a lungul suprafeței?

$$R: A \leq 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

32*. Un corp de masă m cade de la înălțimea h pe un platan de masă neglijabilă, atârnat de un resort cu constantă elastică k . Știind că după ciocnire corpul rămâne pe platan, să se calculeze amplitudinea mișcării efectuată de sistemul corp - platan.

$$R: A = \pm \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$$

33. Să se scrie perioada de oscilație pentru n resorturi legate în serie, respectiv în paralel, având constantele elastice k_1, k_2, \dots, k_n .

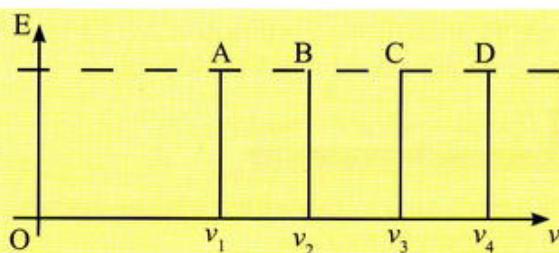
34*. Să se compună grafic oscilațiile: $y_1 = 2 \sin \omega t$ și $y_2 = 4 \sin (\omega t + \pi)$.

35*. Un punct material este supus simultan la două oscilații paralele cu amplitudinea $A_1 = 3 \text{ cm}$ și respectiv $A_2 = 4 \text{ cm}$. Oscilația rezultantă are amplitudinea de 6 cm . Să se calculeze defazajul $\Delta\phi$ al oscilațiilor ce se compun.

36. Un pendul gravitațional are lungimea $l = 0,64 \text{ m}$ și masa $m = 0,1 \text{ kg}$. Se scoate pendulul din poziția de echilibru astfel încât firul formează cu verticala unghiul $\alpha_{max} = 45^\circ$. Să se calculeze energia cinetică și potențială când $\alpha = 30^\circ$.

37*. De la marginea unui vas de forma unei semisfere pe partea interioară este lăsată liber o bilă. Descrieți mișcarea. Care este forța de revenire? Execută corpul mișcare oscilatorie armonică? Discuție.

38. În diagrama alăturată sunt reprezentate energiile a patru pendule elastice care oscilează cu aceeași amplitudine și au aceeași constantă elastică k , dar mase diferite. Care din oscilatori are masa mai mare?



39*. Să se reprezinte fazorial elongațiile $y_1 = \sin \pi t$ și $y_2 = \cos \pi t$. Să se calculeze amplitudinea mișcării oscilatorii obținute prin compunerea celor două oscilații paralele.

40. Cum se modifică mersul unui ceasornic cu pendul în timpul verii față de iarnă?

41*. Să se stabilească ecuația traectoriei mișcării obținute prin compunerea a două mișcări oscilatorii, perpendiculare, de aceeași pulsație, ale căror legi de mișcare sunt: $y = A \sin \omega t$ și $x = A \cos \omega t$.

42. De un resort elastic a cărui constantă elastică este $k = 1000 \text{ N/m}$ este suspendat un corp de masă $m = 0,1 \text{ kg}$. Pendulul elastic astfel format oscilează. Impulsul pendulului la distanța $y_1 = 3 \text{ cm}$ de poziția de echilibru este $p_1 = 0,3\sqrt{3} \text{ m/s}$. Calculați amplitudinea mișcării.

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F2)

1. Completăți spațiile punctate, astfel încât să respectați adevărul științific.

- a) Mișcarea efectuată de un corp de o parte și de cealaltă parte a poziției de repaus este numită
- b) Numărul de oscilații complete efectuate de un oscilator în este frecvența de oscilație.
- c) Pentru oscilatorul liniar armonic ideal energia este constantă de timp.

2. Alegeți afirmațiile corecte:

- A) Perioada mișcării oscilatorului armonic este: a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$; b) $T = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

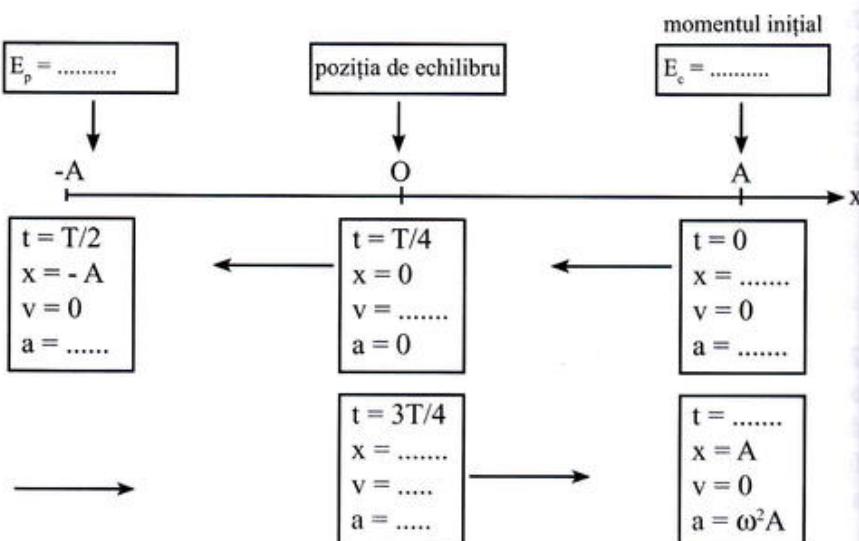
B) Unitatea de măsură în

SI pentru frecvență este: a) s^{-1} ;

b) rad/s; c) Hz; d) rot/min.

3. De câte ori trece prin poziția de echilibru un corp aflat la capătul unui resort, timp de 314 s dacă perioada mișcării oscilatorii este de $4\pi \text{ s}$ și inițial se află în poziția de echilibru? Dar dacă inițial era comprimat la maxim?

4. Completăți spațiile libere din schema alăturată cu valori cunoscute pentru oscilatorul armonic ideal.

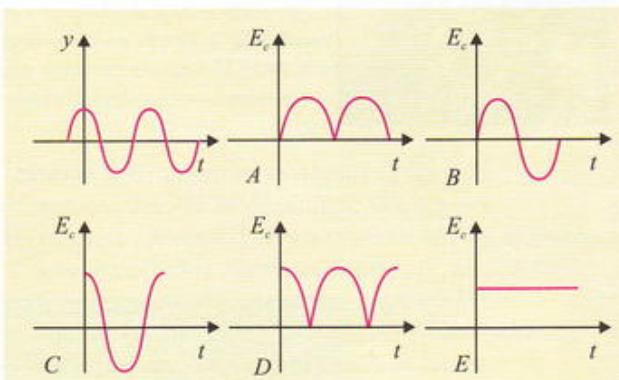


5. Un oscilator liniar armonic cu amplitudinea de 8 mm se află după $0,01\text{ s}$ de la începutul oscilației ($\varphi_0=0$) la distanța de 4 mm de poziția de echilibru. Să se calculeze:

- a) pulsătia mișcării; b) frecvența oscilației;
- c) perioada oscilației; d) viteza oscilatorului la momentul dat;
- e) accelerația oscilatorului la momentul dat.

6. Un punct material efectuează o mișcare oscilatorie descrisă de legea: $y = A \sin(2\pi t + \pi/6)\text{ m}$. La ce moment de timp energia cinetică a punctului material este egală cu cea potențială?

7. Primul grafic reprezintă oscilația unui corp. Care dintre graficele notate A - E reprezintă dependența de timp a energiei cinetice a corpului?



TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F1)

1. Un pendul gravitațional cu lungimea 40 cm este situat într-un vagon de cale ferată care se rotește pe un cerc de raza 10 m cu viteza liniară de 10 m/s . Calculați perioada de oscilație.

2. Mișcarea unui arc elicoidal este dată de ecuația: $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t$. Să se arate că mișcarea este oscilatorie armonică și să se reprezinte grafic și fazorial.

3. Un punct material execută 150 oscilații pe minut cu amplitudinea $A = 0,05\text{ m}$. Să se calculeze: a) perioada; b) frecvența v ; c) să se scrie ecuația mișcării știind că $\varphi_0 = 15^\circ$.

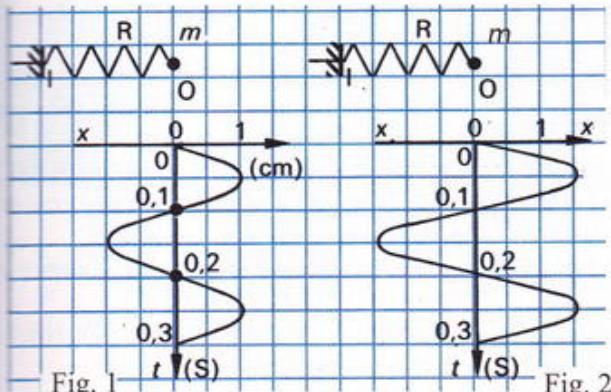


Fig. 1

Fig. 2

4. a) Precizați pentru fiecare oscilator din imaginile alăturate perioada și amplitudinea.
 b) Ce constantă de elasticitate ar trebui să aibă resortul din fig. 2, pentru ca, păstrând aceeași masă, să obținem oscilația din fig. 1?
 c) Caracterizați starea inițială a sistemelor (x_0, v_0) din figurile 3 și 4.
 d) Scrieți legea de mișcare pentru oscilatorul din fig. 4.
 e) Comparați energia potențială la momentul $t = 0$ pentru oscilatorii din figurile 4 și 5.

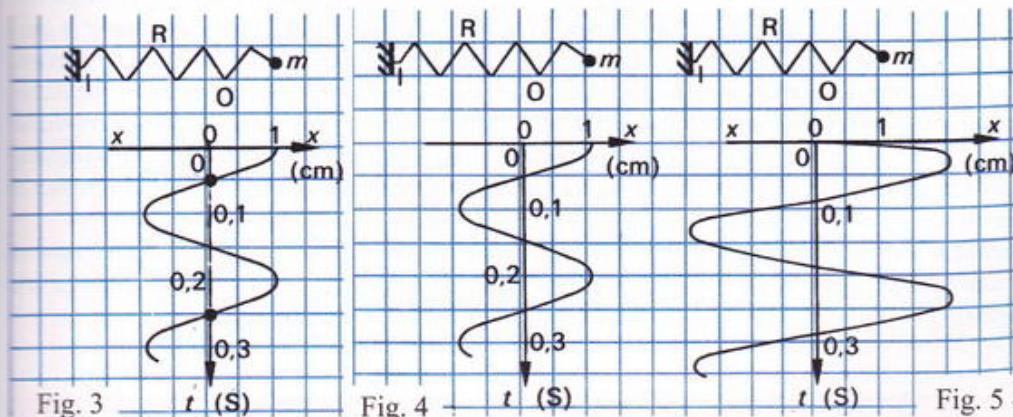


Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

- f) Trasați graficul energiei cinetice în funcție de timp pentru oscilatorul din fig. 5.
 g) Reprezentați fazorial mișcarea oscilatorului din fig. 4 și trasați analogia cu mișcarea circulară uniformă.

Pași în istorie

**Christian Huygens**

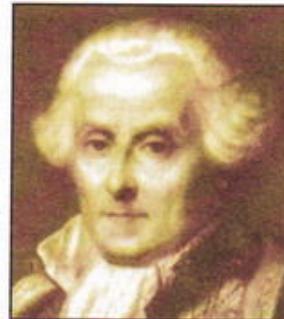
(1629 - 1695)

Fizician și astronom olandez, a fost primul care a emis ipoteza despre natura ondulatorie a luminii, a studiat fenomene legate de mecanica oscilațiilor și a descoperit inelele lui Saturn. El a demonstrat rolul pendulului în funcționarea orologilor, iar în 1675 propune pendulul elastic pentru construcția ceasurilor.

Pierre Simon Laplace

(1749 - 1827)

Astronom și fizician francez, fondatorul școlii politehnice franceze. A devenit celebru prin lucrările sale în domeniul astronomiei dar a avut preocupări printre altele și în studiul propagării sunetului. Este unul dintre fondatorii sistemului metric.



Fenomene mecanice ondulatorii și acustice

Relația dintre mișcările de vibrație a corpurilor și sunete a fost observată încă din antichitate. În mitologia și filosofia greacă veche se vorbește despre „armonia sferelor celeste” și transpare convingerea acelor vremuri despre posibilitatea „ascultării” acestei „muzici a sferelor”.

Filosofii greci vorbesc despre originea vibratorie a sunetului și știau să calculeze raportul lungimilor tuburilor sonore, capabile să producă sunete în consonanță, descriu fenomenele de reflexie și unele aplicații.

Modul în care Pitagora a organizat sunetele gamei a fost utilizat la temperarea instrumentelor muzicale până în sec. a XVI.

În perioada Renașterii, Leonardo da Vinci a studiat propagarea undelor de suprafață pe apă. O interpretare mecanică a fenomenului de propagare a acestor unde, concretizată prin stabilirea unei formule descriind propagarea, se datorează lui Newton. Formula stabilită a fost considerată corectă până la începutul sec. al XIX-lea când Laplace introduce o corecție impusă de caracterul adiabatic al deformărilor elastice din mediul de propagare.

Mecanismul propagării undelor este explicat de Huygens al cărui principiu este aplicabil cu succes pentru analiza matematică a fenomenului.

În privința modelării matematice, progrese cu adevărat remarcabile au fost realizate odată cu fundamentarea metodelor mecanice analitice de către Bernoulli, Euler și Lagrange.

O contribuție interesantă și foarte utilă a adus-o Fourier prin descrierea unei metode de studiu a oscilațiilor compuse prin dezvoltarea în serie de termeni armonici.

Pași mari în dezvoltarea acestor experimențe sunt făcuți de Chladni, care subliniază clar distincția dintre fenomenul acustic de ordin fizic și cel fiziologic; el cercetează anatomia urechii și găsește că limita superioară de audibilitate se situează la 20 kHz.

Primele cercetări legate de anatomia urechii au fost, pe la 1574, efectuate de Bartolomeo Eustachio, dar descoperirea organelor interne de percepție a sunetului s-a realizat 300 de ani mai târziu de către Alfonso Carti.

Studiile sistematice privind vibrația barelor, membranelor și plăcilor precum și relația dintre viteza undelor și temperatură sunt efectuate de Chladni și Lambert, iar legea coardelor vibrante găsită experimental de Mersenne (1588-1648) este completată de Ricatti (1678-1754).

În perioada construcției conductelor de alimentare cu apă a Parisului, Henri Victor Régnauld (1810-1872) efectuează măsurători de mare precizie; cu ocazia aceasta el descoperă că, în apropierea unui centru de explozie, viteza sunetului în aer este mult mai mare decât în condițiile obișnuite putând depăși 100 m/s.

În 1825, Wilhelm Eduard Weber (1804-1891) și Ernst Heinrich Weber (1795-1878) introduc noțiunile de viteză de fază și viteză de grup.

Legile presiunii de radiație au rezultat în urma cercetărilor efectuate de William Thomson, Reyleigh și Lebeder, cel din urmă reușind să evidențieze fenomene asemănătoare și pentru undele luminoase.

O metodă prin care se poate urmări variațiile de presiune la undele staționare în gaze a fost găsită de Lecante (1857) și ulterior, perfectionată de Rudolph König (1832-1904) inventatorul capsulei manometrice. Aceasta este alcătuită din două componente separate printr-o membrană care vibrează sub acțiunea undelor sonore și face să varieze în același ritm debitul unui gaz combustibil care trece prin celălalt compartiment, alimentând o flacără. Vibrațiile se transmit flacărăi care reproduce prin fluctuații de intensitate legea de variație a presiunii acustice. Dispozitivul este un traductor ingenios care a permis observații interesante în domeniul acestuia. Rezultate relevante în domeniul acusticii fiziologice au fost obținute de Helmholtz, care a realizat analiza experimentală a sunetelor folosind sisteme de rezonatori sferici, apoi, prin aceeași metodă bazată pe dezvoltarea în serii Fourier a cercetat și problema sintezei timbrelor sonore.

Sistemul de unități folosit în domeniul acusticii își are originile în lucrările lui Euler (1770) prin care el definește proprietățile sunetului și legea Weber - Fechner, care descrie relația dintre proprietățile energetice ale sunetului și cele fiziologice.

POTI A

UNDE MECANICE

*Petale par scoicile
cum cad pe aproapele
fârm, ca într-un joc,
aduse cu apele.
Unda îngroapă-le,
Valul dezgropă-le.*

Lucian Blaga



POTI AFLA

- Care este mecanismul ce stă la baza transferului de energie și impuls într-un mediu, fără a implica și transportul unei cantități de substanță?
- Ce sunt valurile? Dar sunetele?
- Cum se explică producerea și propagarea undelor seismice?
- Noi tehnici în medicină și biologie.
- În ce măsură oamenii pot influența raportul dintre beneficii și efectele indezirabile atunci când aplică noile tehnologii?

1. PROPAGAREA UNEI PERTURBAȚII ÎNTR-UN MEDIU ELASTIC. UNDA ELASTICĂ

(F1,F2) 1.1. Fenomene ondulatorii în natură și în tehnica



Fig. 1. Unde la suprafața apei

Privind în jurul nostru, putem observa diverse exemple de unde: un steag fluturând în vânt, în vârful unui catarg, spicile de grâu unduindu-se la cea mai mică adiere, mișcarea unei perdele în fața geamului deschis, cercurile de pe suprafața apei atunci când aruncăm o piatră, vibrația geamurilor la producerea unui zgomot puternic, și rul de exemple putând continua la nesfârșit.

În fiecare dintre aceste cazuri există un mediu (steag, lan de grâu, apă etc.) în care s-a produs o **perturbație**, determinată de exemplu, de vânt sau piatră. Asemenea apei care nu se deplasează îndată cu undele, materialul din care este făcută perdeaua sau steagul rămân pe loc după ce perturbația a încetat.



Fig. 2 Unde la suprafața lanului de grâu

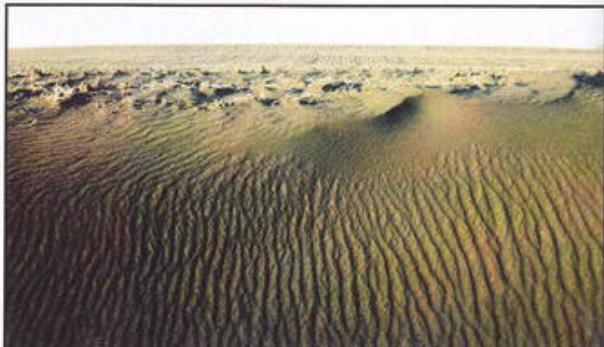


Fig. 3 Unde la suprafața nisipului (dune)

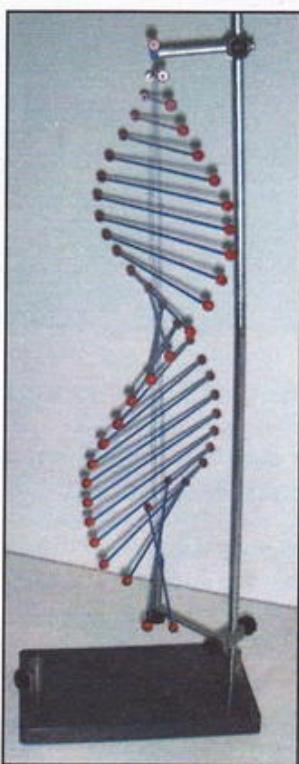


Fig. 4. Aparat Weller pentru producerea undelor prin torsiune

Un mediu poate fi considerat ca fiind, din punct de vedere mecanic, un sistem de puncte materiale. Punctele materiale considerate pot fi elemente de masă (moleculele sau atomii corpului respectiv), care au o extindere atât de redusă în comparație cu corpul macroscopic încât dimensiunile lor pot fi neglijate. În general, punctele materiale astfel definite interacționează între ele. Dacă mediul respectiv este perturbat - de exemplu se introduce în mediul respectiv o sursă care generează mici oscilații - distanțele dintre punctele vecine se modifică. În unele situații, dacă deplasările punctelor materiale față de pozițiile lor de echilibru sunt mici (în comparație cu distanțele dintre punctele materiale ce caracterizează mediul la echilibru mecanic), **forțele de revenire care acționează asupra punctelor materiale sunt de tip elastic**.

Într-un astfel de mediu o perturbație produsă într-un anumit loc, se propagă în tot cuprinsul său. Astfel de medii sunt numite medii elastice. *Exemple: aerul, lichidele, metalele, lemnul uscat, piatra etc.* *Exemple de medii neelastice: zăpada, un balot de vată, un balot de lână, un balot de vată de sticlă, pământ etc.*

Între elementele constitutive ale acestora din urmă nu apar forțe de tip elastic.

(F1.F2) 1.2. Analiza calitativă a transferului de energie într-un fenomen ondulatoriu

Explorare. Investigare

➤ Să considerăm un fir de oțel, bine întins (tensionat) între doi suporți. Producem o perturbație (un soc) la un moment dat t_0 (fig. 5 a). Constatăm că perturbația (șocul) se propagă din aproape în aproape pe toată lungimea firului (fig. 5 b).

➤ Într-o cuvă (fig. 6) cu apă este introdusă o ramă liniară la circa 0,5 cm în apă. Rama este fixată la capătul unei tije. Tija este prinsă solidar de un suport metalic. Producând un soc (o lovitură intensă, dar scurtă) la capătul liber al tijei, pe suprafața apei se formează valuri paralele cu rama. La momentul initial t_0 , în vecinătatea ramei se creează o suprapresiune. Starea de suprapresiune se propagă din aproape în aproape, creând valuri. Constatăm că undele se propagă din aproape în aproape pe toată suprafața apei din vas.

➤ În cuva descrisă la paragraful anterior, lăsăm să cadă o picătură. Pentru a-și face loc în apă, picătura evacuează un volum de apă egal cu al său, făcând să crească presiunea în imediata sa vecinătate. Starea de suprapresiune se transmite din aproape în aproape pe toată suprafața apei din cuvă. Se formează valuri circulare concentrice.

➤ Fie un tub cu diamentrul de circa 2 cm, așezat orizontal pe o masă (tubul Kundt). La un capăt al tubului se află un piston cu diameatrul mai mic, centrat, astfel încât să nu atingă tubul. Pistonul este fixat la capătul unei tije, susținută de un suport de metal. Producând un soc la capătul liber al tijei, pistonul comprimă stratul de aer din imediata vecinătate a sa. Din cauza inerției, restul masei de aer nu este perturbată. În timp scurt stratul de aer din imediata vecinătate a pistonului se relaxează (se dilată), starea de comprimare este transmisă stratului vecin, acesta se „relaxează” și starea de comprimare este transmisă stratului următor, s.a.m.d. (fig. 7).

În timp ce perturbația se transmite din aproape în aproape pe direcția axei geometrice a tubului, mase elementare de aer se deplasează pe direcția de propagare a perturbației, într-un sens la comprimare și în sens invers în timpul relaxării.

➤ Fie o sursă sonoră de dimensiuni mici, un fluier, de exemplu. Se emite un sunet scurt. Sunetul se propagă în toate direcțiile. La un moment dat, toate punctele care oscilează se află pe suprafața unei sferei cu rază R_1 , la momentul următor pe suprafața sferei de rază $R_2 > R_1$, s.a.m.d. Pentru o direcție de propagare oarecare, perturbația s-a transmis din aproape în aproape în straturile de aer, în mod progresiv, prin comprimări și dilatări succesive.

Experimentele amintite mai sus evidențiază un fenomen numit mișcare ondulatorie, care constă în transferul energiei unei perturbații din aproape în aproape, într-un mediu alcătuit din elemente de masă (solid, lichid sau gaz) ce interacționează prin forțe de tip elastic.

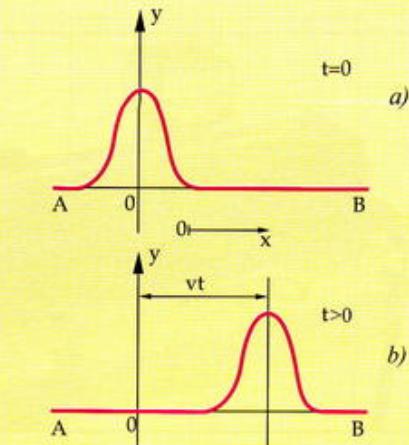
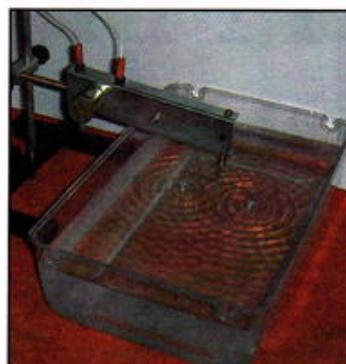


Fig. 5. Propagarea unei perturbații într-un fir de oțel (coardă)



a)



b)

Fig. 6. Propagarea undelor pe suprafața apei:

a) sursă liniară; b) 2 surse punctiforme

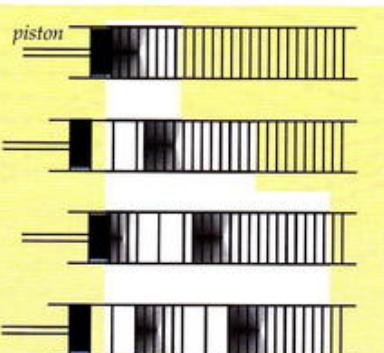


Fig. 7 Modelarea transmiterii perturbației într-un tub cu gaz

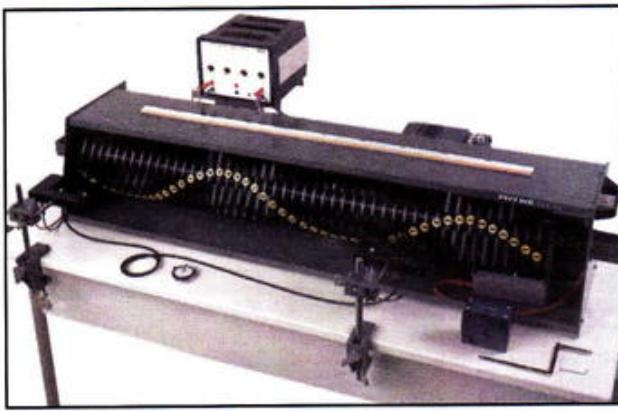


Fig. 8 Aparat pentru modelarea undelor transversale

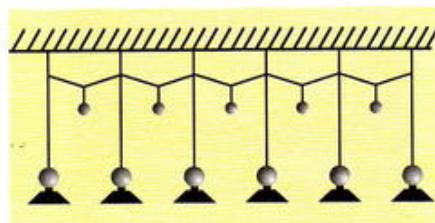


Fig. 9 Oscilatori cuplați care formează un mediu în care se pot propaga unde

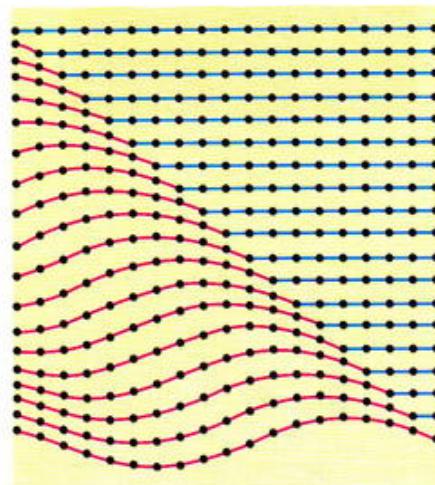


Fig. 10 Situația la diferite momente a perturbației ce se propagă de-a lungul unui mediu unidimensional

Mai important pentru studiul pe care-l întreprindem, este cazul în care un punct din mediul elastic oscilează armonic, el devenind sursă a mișcării ondulatorii. Pentru a putea avansa în descrierea mișcării ondulatorii, vom folosi sisteme simple care modelează această mișcare. Un astfel de model poate fi observat în imaginea alăturată. Mediul de propagare este **discret**, construit din **mici corpuri** care pot efectua mișcări oscillatorii.

Dacă la un capăt al lanțului de corpuri se produce o mișcare oscillatorie, transversal pe direcția sa, perturbația se va propaga și, după un timp, forma pe care lanțul de particule o va lua este ilustrată în figura 8, ea deplasându-se de la un moment la altul.

Propagarea perturbației într-un mediu elastic sugerează un concept care descrie mișcarea ondulatorie: undă elastică.

Conceptul ca atare este imaginea abstractă a unui fenomen spațio - temporal ce poate fi descris prin funcții periodice. Unda, care nu este o particulă materială, reprezintă deplasarea dintr-un loc în altul a unei perturbații.

(F1,F2) 1.3. Unde transversale și unde longitudinale

Luând ca axă de referință direcția de propagare a mișcării ondulatorii, constatăm din exemplele analizate anterior, că particulele mediului pot avea două direcții de oscilație. Astfel, în exemplul cu firul de oțel (fig.5), mișcarea ondulatorie se propagă pe direcția AB, iar punctele firului de oțel oscilează pe direcții perpendiculare pe direcția AB.

Numim undă transversală, undă mecanică pentru care punctele materiale ale mediului elastic oscilează pe direcții perpendiculare pe direcția de propagare.

O modelare a undei mecanice transversale poate fi realizată cu sistemul de pendule gravitaționale, prezentat în figura 9.

Pendulele gravitaționale sunt formate din corpuri identice, suspendate prin fire de masă neglijabilă, de aceeași lungime. Sunt unite între ele prin fire elastice ușoare. Dacă se scoate primul pendul din poziția de repaus, deplasându-l perpendicular pe planul sistemului de pendule, după ce a fost eliberat, începe să oscileze perpendicular pe planul cadrului. Mișcarea de oscilație se transmite la pendulul al doilea, de la acesta la pendulul al treilea, s.a.m.d. În timp ce mișcarea ondulatorie se propagă de la primul pendul către ultimul, fiecare pendul oscilează pe direcții perpendiculare pe această direcție. La un moment dat pendulele se află pe o curbă de tip sinusoidal. Forma acestei curbe se modifică de la un moment la altul, dar caracterul general de sinusoidală se păstrează. Acesta poate fi un exemplu intuitiv al undei mecanice transversale (fig. 10).

În celelalte exemple, alegând o direcție de propagare a mișcării ondulatorii, constatăm că direcția de oscilație a punctelor materiale ale mediului coincide cu direcția de propagare a mișcării ondulatorii. Astfel de unde sunt numite unde longitudinale. (fig. 11)

Numim undă longitudinală, undă mecanică pentru care punctele materiale ale mediului elastic oscilează pe aceeași direcție cu direcția de propagare a mișcării ondulatorii.

care-l mediul și cărării încărcării delează servat în iscret, mișcării puri se direcția forma rată în ază un nomen la, care în altul ale mișcării particulele firul de punctele u care direcții izată cu dentice, e. Sunt pendul temului adicăndul al mișcarea pendul moment ei curbe nusoidă ecaneice

care-l mediul și cărării încărcării delează servat în iscret, mișcării puri se direcția forma rată în ază un nomen la, care în altul ale mișcării particulele firul de punctele u care direcții izată cu dentice, e. Sunt pendul temului adicăndul al mișcarea pendul moment ei curbe nusoidă ecaneice

care-l mediul și cărării încărcării delează servat în iscret, mișcării puri se direcția forma rată în ază un nomen la, care în altul ale mișcării particulele firul de punctele u care direcții izată cu dentice, e. Sunt pendul temului adicăndul al mișcarea pendul moment ei curbe nusoidă ecaneice

Modelul undei longitudinale este mai puțin intuitiv. Experimental se constată că la un moment dat distanțele dintre punctele vecine ale mediului (exemplu: spirele resortului din figura alăturată) au valori diferite. Sunt zone în care acestea sunt mai apropiate, alternând cu zone în care punctele mediului (spirele) sunt mai depărtate, producându-se o modificare a densității mediului în zona respectivă.

Observații

- Propagarea oscilațiilor, indiferent de mediu - solid, lichid sau gaz - nu este însotită de transport de masă.
- Propagarea perturbației presupune întotdeauna transport de energie, transport ce are loc cu viteza de propagare a undei.
- În cazul undelor longitudinale propagarea perturbației este însotită de o variație a presiunii în mediu pe timpul deplasării.

(F1,F2) 1.4. Viteza de propagare a oscilațiilor

Studiile de propagare a oscilațiilor sau, mai general, a perturbațiilor într-un mediu, au dus la concluzia existenței unei viteze finite de propagare.

În urma experiențelor efectuate s-a constatat că:

- există medii omogene în care perturbațiile se propagă cu aceeași viteză. **Dacă viteza de propagare este aceeași în toate direcțiile, mediu este izotrop;**

- în mediile solide se formează atât unde longitudinale cât și unde transversale; undele transversale se propagă cu viteză mai mică decât undele longitudinale.

Undele transversale presupun deformării ale mediului de tipul surfecării. Din această cauză **undele transversale se pot forma doar în mediile rigide (solide).**

Undele longitudinale se pot forma atât în mediile solide cât și în cele lichide și gazoase.

- Viteza de propagare a perturbațiilor nu depinde de amplitudinea perturbației.

- Viteza de propagare depinde de proprietățile inerțiale ale mediului și de forțele de revenire (elastice) care acționează asupra particulelor mediului. De exemplu, **viteza undelor longitudinale, în mediile solide depinde de modulul de elasticitate, E , și densitatea mediului, ρ , conform relației:**

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \text{ unde } [E]_{SI} = N/m^2, [\rho]_{SI} = kg/m^3.$$

Viteza de propagare a undelor transversale într-un mediu solid (exemplu: coardă) depinde de tensiunea (forță elastică) T , și de masa unității de lungime a acesteia $\mu = m/l$, conform relației: $v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ unde $[T]_{SI} = N$, $[\mu]_{SI} = kg/m$.

RETINETI

Propagarea mișcării oscillatorii (a unei perturbații) imprimată unor particule ale unui mediu elastic, în timp, din aproape în aproape, se numește undă elastică. Transportul de energie prin unde are loc fără transport de substanță (masă).

Mișările particulelor care transmit undă pot fi perpendiculare pe direcția de propagare a undei - determinând unde transversale - sau de-a lungul direcției de propagare, determinând unde longitudinale. Viteza de propagare a undelor depinde de proprietățile elastice și inerțiale ale mediului.

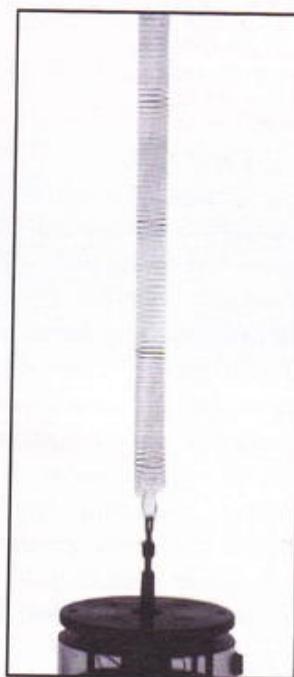


Fig. 11 Punerea în evidență a formării undelor longitudinale

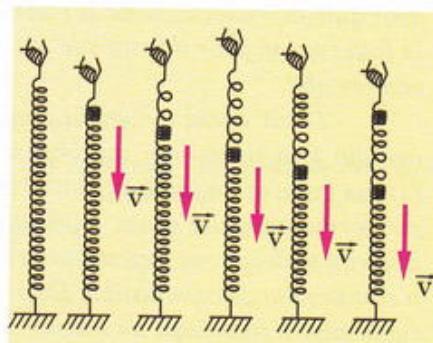


Fig. 12 Propagarea undelor longitudinale

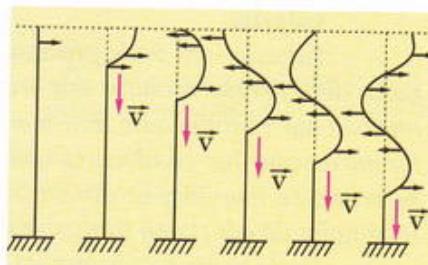


Fig. 13 Propagarea undelor transversale

Unda de soc

În urmă cu 60 de ani avioanele cu reacție nu apăruseră decât ca niște prototipuri senzaționale. Totuși, piloții au constatat că, atunci când efectuau picaje prelungite, apăreau niște fenomene însărcinătoare. Comenzile se blocau, iar avionul tindea să-și accentueze picajul. Mulți dintre ei nu au supraviețuit pentru a povesti ce s-a întâmplat. Ca întotdeauna în aviație, ignoranța este ucigașă. Dar fenomenul era numai aparent inexplicabil.

În aer perturbațiile se propagă cu viteza sunetului (în atmosferă standard, adică la nivelul mării și la o temperatură de 15°C , aceasta este de circa 340 m/s). Atunci când avionul se deplasează cu o viteză mică, moleculele aflate la o distanță oarecare în fața sa pot "afla" că avionul urmează să sosească. Pe măsură ce viteza avionului crește, timpul avut la dispoziție de moleculele de aer pentru a "reacționa" devine din ce în ce mai scurt, ele "aglomerându-se" în fața suprafețelor de atac ale avionului. Spunem că aerul are în acest moment un comportament de fluid compresibil.

Dacă viteza avionului crește în continuare, se va produce un fenomen interesant. Moleculele de aer din fața sa nu mai au timp să reacționeze. Apare unda de soc. De fapt, această sintagmă nu este tocmai corectă. În jurul avionului apare o zonă de discontinuitate în care presiunea aerului variază brusc, sub forma bangului sonic, o pocnitură puternică, asemănătoare unei lovitură de tun. În regim supersonic, datorită undei de soc, rezistența la înaintare atinge valori foarte mari, ceea ce duce la creșterea supărătoare a consumului de combustibil. Deși, aerodinamica vitezelor mari a evoluat rapid în ultima jumătate de veac (unul dintre înaintașii de seamă ai acestei științe este românul Ilie Carafoli), nu s-au putut găsi căi de optimizare a formei vehiculelor aeriene supersonice, care să ducă la o scădere a efectelor negative ale undei de soc.

(Revista Știință și Tehnică)

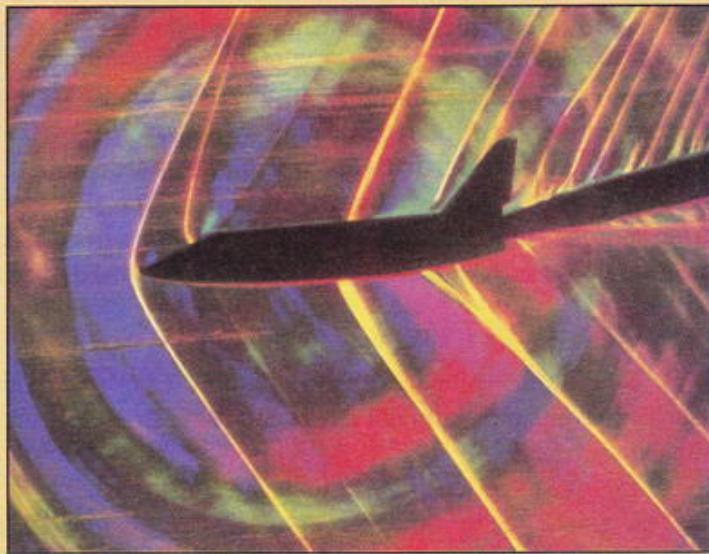
Valurile

Valurile sunt unde produse de obicei la suprafața lacurilor, mărilor, oceanelor, de către vânt. O parte din energia vântului este transformată în energie mecanică prin frecare între aer și apă. Cu cât intensitatea vântului este mai mare, cu atât acest transfer este mai eficace. Studiul mai aprofundat al formării valurilor conduce la concluzia că oscilațiile particulelor apei nu sunt numai la suprafață, ci se extind cu amplitudine din ce în ce mai mică spre fundul apei. Aceste oscilații au atât o componentă longitudinală cât și una transversală.

Unda poate fi considerată ca o suprapunere de unde longitudinale și transversale, de amplitudini diferite și defazate cu $\pi/2$.

Se constată că atunci când plouă sau ninje, valurile se formează mai repede, marea are un aspect ușor ondulat. Înălțimea valurilor depinde nu numai de forța vântului ci și de aria pe care acesta suflă cu aceeași intensitate.

Cele mai înalte valuri măsurate științific în largul mării s-au înregistrat în vestul coastelor Californiei, în 1933, și aveau înălțimea de 33,6 m la o intensitate a vântului de peste 100 km/h, care se înregistra la o distanță de peste 1.000 km depărtare.



2. MODELUL UNDEI PLANE

(F1,F2*) 2.1. Frontul de undă. Suprafața de undă. Lungimea de undă

O perturbație oscilatorie se poate propaga într-un mediu elastic, omogen și izotrop, sub formă de:

- unde unidirectionale, pe o direcție dată (coardă, resort);
- unde superficiale (pe suprafața apei, la suprafața unei foi metalice subțiri);
- unde spațiale (în aer, apă, solide).

Locul geometric al punctelor atinse la un moment dat de mișcarea oscilatorie se numește front de undă.

Frontul de undă poate lua una din formele reprezentate în figurile 14, 15 și 16, liniare sau sferice.

Se numesc raze - direcțiile de propagare ale unei oscilații. Razele sunt perpendiculare pe suprafețele de undă într-un mediu omogen și izotrop.

Undele a căror suprafață de undă este plană sunt **unde plane**, iar dacă aceasta este sferică, le numim **unde sferice**.

Analizând reprezentarea undelor, constatăm că mișcarea ondulatorie se caracterizează printr-o **periodicitate în spațiu**: deplasarea perturbației pe durata unei oscilații complete corespunde unei distanțe, numită **lungime de undă (λ)**.

Lungimea de undă reprezintă distanța dintre două puncte consecutive care oscilează în fază. Se măsoară în **m**.

Mai constatăm că un ciclu spațial, reprezentat prin lungimea de undă λ , se realizează în timpul unei perioade de oscilație a sursei și a oricărui punct material atins de oscilația armonică (fig. 17). Astfel, **lungimea de undă se poate exprima ca distanța parcursă pe o anumită direcție de frontul de undă în timp de o perioadă**:

$$\lambda = vT$$

unde v reprezintă viteza de propagare a mișcării ondulatorii, atât pentru unde transversale cât și pentru unde longitudinale.

Deoarece lungimea de undă a fost definită ca distanța dintre două puncte consecutive care oscilează în fază, viteza v din relația de mai sus este numită **viteză de fază**.

Într-un mediu omogen frontul de undă se deplasează cu viteză constantă. Viteza de fază este constantă, dar nu trebuie confundată cu viteza cu care oscilează un punct material din mediul elastic (care este o mărime variabilă în timp).

Energia transportată de frontul de undă se distribuie uniform între oscillatorii atinși de acel front de undă. Dacă frontul de undă este plan și mediul ideal (nedisipativ), aceeași energie se distribuie uniform aceluiași număr de oscillatori. În acest caz amplitudinea de oscilație este aceeași pentru toate punctele aflate pe o rază sau pe un front de undă.

Aceeași situație se realizează și pentru cazul în care frontul de undă este un segment de dreaptă.

Deoarece cazul oscillatorilor în care amplitudinea de oscilație este constantă este cel mai simplu, ne propunem să deducem legea de propagare a perturbației pentru această situație.

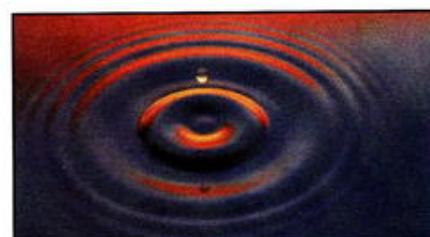


Fig. 14

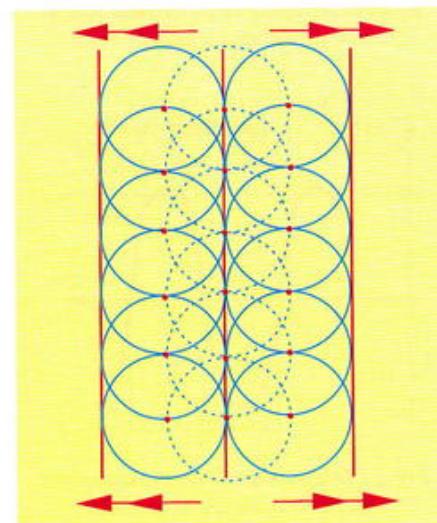


Fig. 15 Formarea fronturilor de undă liniare la două momente de timp diferențiate

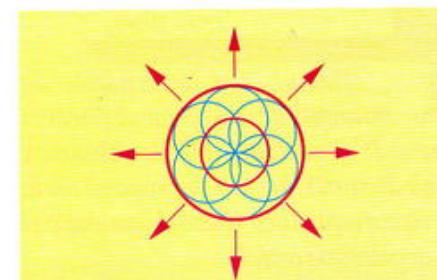


Fig. 16 Formarea fronturilor de undă sferice la două momente de timp diferențiate

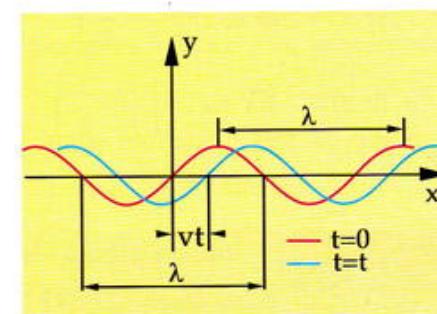


Fig. 17 Propagarea perturbației. Punerea în evidență a lungimii de undă

(F1,F2*) 2.2. Ecuația undei plane

Într-un mediu dat, undă ia naștere când dimensiunea liniară L a mediului pe direcția de propagare depășește lungimea de undă: $L > vT$, unde v - viteza de propagare a perturbației.

Fie S o sursă de oscilații armonice caracterizate prin legea: $y_s = A \sin \omega t$. Oscilațiile se propagă într-un mediu nedisipativ pe direcția Sx , frontul de undă este plan. Mișcarea ondulatorie se propagă cu viteza v . Timpul în care frontul de undă emis de sursa S ajunge în punctul oarecare P aflat la distanța x de sursă este $t' = x/v$.

Elongația punctului P , y_p , la momentul t va fi aceeași cu elongația sursei S la momentul $(t - t')$.

$$\text{Deci: } y_p(t, x) = A \sin \omega(t - t') = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) \text{ sau}$$

$$y_p(t, x) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv} \right), \text{ unde } Tv = \lambda.$$

Se obține: $y_p(t, x) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$. Cum punctul P a fost stabilit în mod arbitrar, rezultă că ecuația de mai sus este valabilă pentru toate punctele aflate pe direcția de propagare a mișcării ondulatorii.

$y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ este **ecuația undei plane** și arată că elongația unui punct, aflat pe direcția de propagare, depinde simultan de două variabile: **timpul și distanța față de sursă**.

Observații

- **Unda descrie un fenomen cu dublă periodicitate:**

a) **Periodicitatea în timp.** Precizând punctul pe direcția de deplasare a undei, stabilind pentru x o valoare dată în ecuația undei plane, aflăm cum oscilează punctul respectiv în timp. Din ecuația undei plane se obține astfel, ecuația de oscilație a fiecărui punct aflat pe direcția de propagare a undei: $y_p(t, x) = y_p(t + nT, x)$ unde T este perioada oscilației și n este număr întreg.

b) **Periodicitatea în spațiu.** Stabilind pentru t o valoare în ecuația undei, aflăm elongațiile tuturor punctelor aflate pe direcția de propagare la momentul t : $y_p(t, x) = y_p(t, x + n\lambda)$ unde λ este lungimea de undă.

- **Amplitudinea și frecvența oscillatorului se conservă în decursul propagării perturbației.**

• **Ecuația dedusă reprezintă legea de propagare a unei perturbații armonice într-o direcție dată.** Într-un mediu omogen și izotrop starea de oscilație a punctelor din mediu situate în planul $x=ct$ poate fi descrisă prin aceeași expresie, indiferent de poziția punctului în acest plan. Din acest motiv unda descrisă este numită **undă plană**.

Într-un mediu elastic în care se propagă o perturbație, punctele mediului oscilează după legea: $y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$, având aceeași amplitudine și perioadă cu a sursei de oscilație. Periodicitatea în spațiu este reprezentată prin lungimea de undă λ care reprezintă distanța străbătută de suprafață de undă în timp de o perioadă.

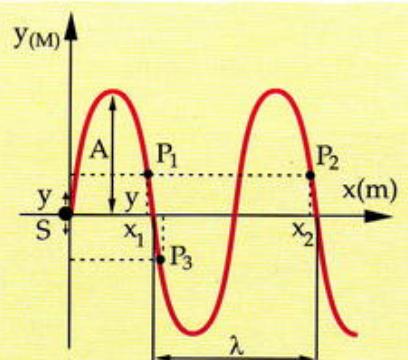


Fig. 18 Depărtarea față de echilibru a unui punct al mediului, la un moment dat, în funcție de distanța x față de sursă.

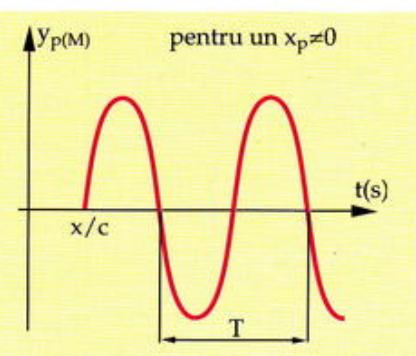


Fig. 19 Dependența de timp a elongației unui punct oarecare al mediului, considerând $t = 0$ momentul începerii oscilației în sursă

Info plus

Tinând cont de ecuațiile de mișcare ale oscillatorului sursă, fiecărui punct P al mediului aflat la distanța x față de sursă, în care se propagă undă îi va corespunde o viteză de oscilație și o accelerare astfel:

$$y_p(t, x) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$v_p(t, x) = A\omega \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$a_p(t, x) = -A\omega^2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

REȚINETI

(F1,F2*) 2.3. Transferul energiei prin unde

Dacă unul dintre punctele unui mediu elastic care execută mișcare oscilatorie este sursă de oscilații, pe rând toate punctele mediului încep să oscileze. Analizând energetic acest proces, rezultă că punctele materiale ale unui mediu elastic, în prezența undelor mecanice, au energie mecanică mai mare decât în absența lor. Surplusul de energie mecanică, este furnizat punctelor mediului de către sursa de oscilații. În regim permanent, o sursă de oscilații are frecvență și amplitudinea constantă. Puterea primită de la generatorul de oscilații este radiată de sursă în mediul elastic. În mediile perfect elastice (în care propagarea oscilațiilor se face fără amortizare) energia emisă de sursă într-un anumit interval de timp este egală cu energia particulelor care au intrat în oscilație în acel interval de timp.

Din punct de vedere energetic unda este caracterizată printr-o mărime fizică numită intensitate.

Intensitatea undei reprezintă energia transferată în mediul de propagare, care străbate în unitate de timp, unitatea de suprafață orientată perpendicular pe direcția de propagare: $I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot \Delta S}$

Dacă ΔW este energia oscilațiilor elementului de masă Δm din mediul de propagare (figura 21), atunci $\Delta W = \Delta m \omega^2 A^2 / 2$ și intensitatea undei se poate exprima ca $I = p v \omega^2 A^2 / 2$, unde p este densitatea mediului, v viteza de fază, ω pulsulația osculatorului și A amplitudinea oscilațiilor.

Experimental s-a constatat că intensitatea undei scade cu distanța de sursă. Această scădere este datorată următoarelor cauze:

1) răspândirea energiei undei în mediul de propagare (unda sferică de exemplu);

2) absorbția energiei de către mediul elastic.

În cazul în care frontul de undă este cerc sau sferă, o energie determinată se distribuie, în timp ce raza crește, pe un număr din ce în ce mai mare de oscilatori. Efectul este micșorarea amplitudinii undei pe măsură îndepărțării de sursă.

Verifică și consolidează

1. Demonstrează că diferența de fază $\Delta\phi$ dintre două puncte P_1, P_2 ale mediului, la un moment dat, este:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi(\Delta x/\lambda), \text{ unde } \Delta x \text{ reprezintă distanța dintre } P_1 \text{ și } P_2.$$

2. Două puncte ale mediului P_1 și P_2 , între care există o distanță $\Delta x = \lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda$, n număr natural în același moment aceeași elongație, deci P_1, P_2 oscilează în fază. Dacă $\Delta x = \lambda/2, \dots, (2n+1)\lambda/2$ au în același moment elongații opuse, deci P_1, P_2 oscilează în opoziție de fază. Verifică aceste afirmații.

3. Să se demonstreze formula vitezei de propagare

a undei transversale $c_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ într-o coardă, considerând perturbația produsă de un puls transversal pe o distanță foarte mică, aplicat la un capăt al corzii prin intermediul unei forțe constante (fig. 22)

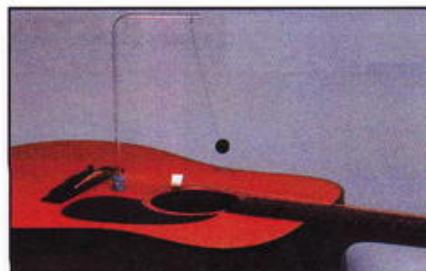


Fig. 20 Vibrările corzilor chitarei crează în jur unde ce pot fi puse în evidență prin oscilația pendulului

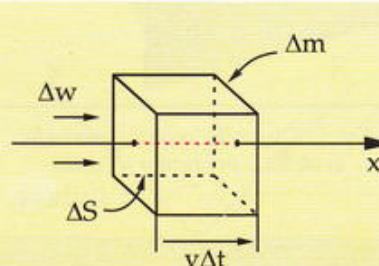


Fig. 21

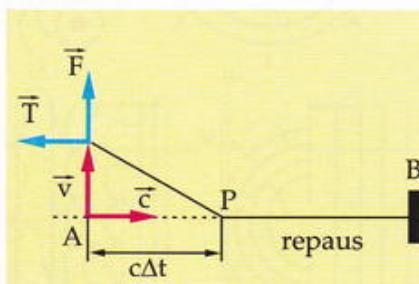


Fig. 22

Rezolvare: Aplicând o forță constantă F la capătul A, acest capăt se va deplasa în sus cu o viteză v , într-un interval de timp Δt , conform condițiilor impuse în enunț. În același interval de timp, perturbația s-a propagat pe direcția AB cu viteză c . Din asemănarea triunghiurilor $\frac{F}{T} = \frac{v}{c} \Rightarrow F = \frac{Tv}{c}$. Aplicând teorema variației impulsului portiunii aflate în mișcare, având masa m și lungimea $c\Delta t$, obținem:

$$\Delta p_{transversal} = mv = \mu c \Delta t v,$$

$$F \Delta t = \mu cv \Delta t \Rightarrow F = \mu cv \Rightarrow \frac{Tv}{c} = \mu cv. \text{ Din această relație rezultă } T = c^2 \mu \Rightarrow c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

3. REFLEXIA ȘI REFRAȚIA UNDELOR

(F1,F2) 3.1. Principiul lui Huygens

Studiind mecanismul propagării oscilațiilor, fizicianul olandez Christian Huygens a formulat un principiu care permite să se afle poziția și forma frontului de undă la momentul $t + \Delta t$, când se cunoaște poziția frontului de undă la momentul t .

Explorare. Investigare



Fig. 23 Dispozitiv pentru punerea în evidență a fronturilor de undă

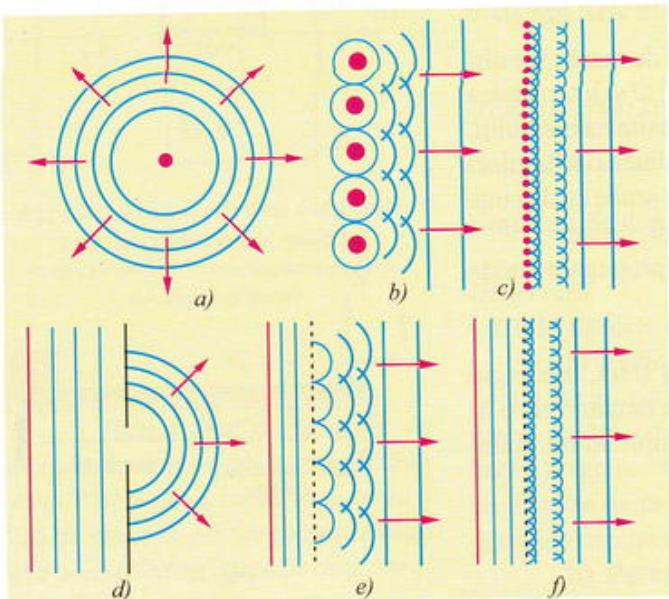


Fig. 24 Sursele sunt marcate cu roșu. Prin suprapunerea mai multor unde circulare (a), apar unde liniare (b,c). Invers, frontul de undă al unei plane se poate descompune în unde circulare (d,e,f).

Observăm că în imediata apropiere a "frontului" se formează unde semicirculare (fig. 25). La o distanță relativ mică (de numai câțiva milimetri), unda liniară se refac, frontul de undă, "înfășurătoarea" undelor secundare, este liniar, paralel cu frontul de undă inițial. Dincolo de obstacol undele se propagă tot în formă liniară. Această constatare este valabilă pentru oricare front de undă: circular, sferic etc.

Generalizând, oricare punct al unui front de undă poate fi considerat sursă secundară de unde în centrul unor fronturi elementare, sferice.

Noul front de undă este suprafața înfășurătoare a fronturilor de undă elementare. (principiul lui Huygens)

Prin înfășurătoarea fronturilor de undă elementare înțelegem suprafața tangentă comună la toate fronturile de undă elementare provenite de la sursele secundare.

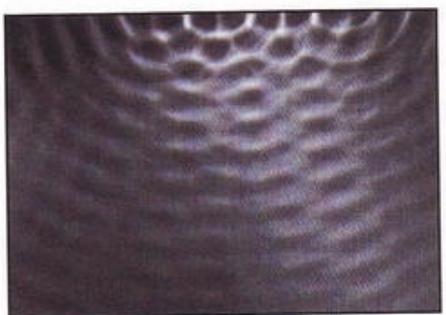


Fig. 25

(F1,F2) 3.2. Propagarea undelor la suprafața de separație dintre două medii omogene

În paragrafele precedente s-a studiat propagarea unei perturbații într-un mediu omogen. În continuare ne propunem să studiem fenomenele care se produc la limita de separație dintre două medii omogene în care vitezele de propagare sunt diferite.

Putem caracteriza mediul prin viteza cu care se propagă mișcarea ondulatorie în acel mediu. Experimental s-a constatat că vitezele de propagare ale mișcării ondulatorii în medii diferite sunt diferite.

Explorare. Investigare

➤ Folosim o cuvă transparentă cu apă în care plasăm pe fund o placă cu o anumită grosime. Astfel se delimită două regiuni în care valurile se propagă cu viteze diferite.

Producând unde cu o sursă liniară, vom observa aspectul fronturilor de undă din vecinătatea frontierei dintre cele două regiuni. Aspectul lor este ilustrat alăturat (fig. 26).

Ceea ce observăm poate fi explicat apelând la principiul lui Huygens. Conform acestuia, orice punct devine la un moment dat centru unui front de undă secundar. Din fiecare punct al acestui front de undă pornesc unde care se propagă atât în primul mediu (**unde reflectate**), cât și în al doilea mediu (**unde refractate**).

Reflexia undelor

Fie sursa S , direcția de propagare (SI), I fiind punctul de incidentă pe suprafața de separare (xy) dintre cele două medii. IR este direcția undei reflectate (direcția reflectată - fig. 27).

Reflexia este fenomenul de reîntoarcere a undei în mediul din care a provenit atunci când întâlnește suprafața de separare dintre două medii diferite.

Numim unghi de incidentă, notat cu simbolul i , unghiul format de direcția incidentă (SI) cu normala în punctul de incidentă (IN).

Numim unghi de reflexie, notat cu simbolul r , unghiul format de direcția reflectată (IR) cu normala în punctul de incidentă (IN).

Legile reflexiei sunt:

1. **Direcția undei incidente, direcția undei reflectate și normala în punctul de incidentă al undei pe suprafața de separare dintre cele două medii se află în același plan.**

2. **Măsura unghiului de reflexie este egală cu măsura unghiului de incidentă: $\angle NIR = \angle NIS$ sau $\hat{r} = \hat{i}$.**

➤ În cazul fenomenului de reflexie al undelor mecanice discutăm două situații pe care le putem evidenția astfel:

a) Fie un tub de cauciuc fixat de un suport rigid prin manșonul M (fig. 28). La capătul liber se produce o oscilație completă. Unda se propagă așa cum se arată în figura 28 a). Când oscilația ajunge la punctul fix M , acesta, în conformitate cu principiul al treilea al dinamicii, reacționează, făcând ca modul de oscilație al tubului de cauciuc să se modifică cu 180° (pierde o semilungime de undă).

Astfel, prin **reflexia pe un mediu perfect rigid**, se produce o **variație a fazei undei de π radiani sau o "pierdere de semiundă"**.

b) Dacă manșonul M poate aluneca pe tija verticală, oscilația se reflectă fără modificarea fazei (fig. 28 b.). Deci, pe un mediu perfect deformabil **reflexia se produce fără schimbare de fază**.

Refracția undelor

Refracția este fenomenul de schimbare a direcției de propagare a undei la traversarea suprafeței de separare dintre două medii în care viteza de propagare a undei este diferită.

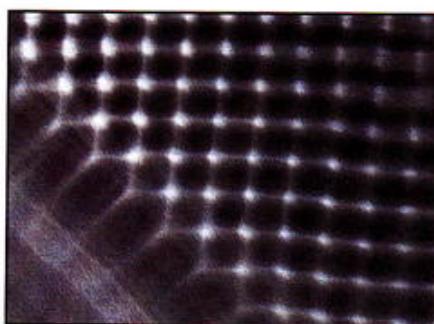


Fig. 26 Vizualizarea fronturilor de undă la suprafața de separare dintre două medii omogene diferite

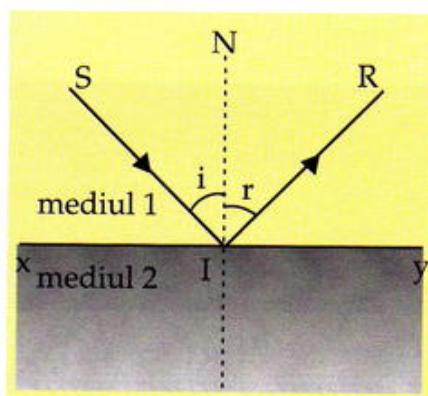


Fig. 27 Reflexia undelor

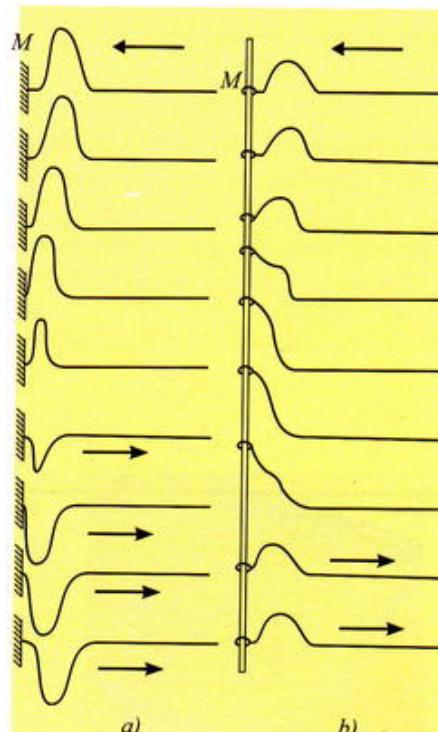


Fig. 28 Reflexia undelor ce se propagă de-a lungul unui furtun flexibil cu capăt fixat a) sau liber b)

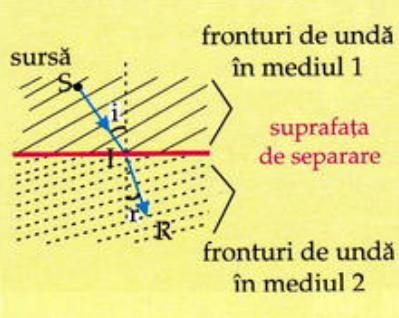


Fig. 29

Numim unghi de refracție (notat cu simbolul r), unghiul format de direcția refractată (IR') cu normala (IN) în punctul de incidență (fig. 29).

Legile refracției sunt:

1. Direcția undei incidente, direcția undei refractate și normala în punctul de incidență al undei pe suprafața de separare dintre cele două medii se află în același plan.

2. Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este constant: $\frac{\sin i}{\sin r} = ct$ (legea Snell - Descartes)

Explorare. Investigare

Legea a doua a reflexiei

Pentru a demonstra legea a doua a reflexiei, se consideră o undă superficială al cărui front de undă este segmentul A_1C_1 (fig. 30).

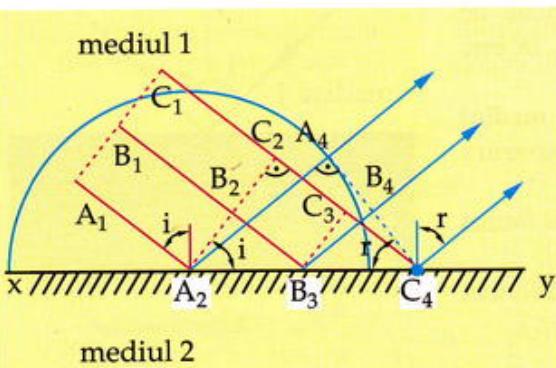


Fig. 30

Suprafața xy separă mediul 1, în care viteza de propagare a mișcării ondulatorii este v_1 , de mediul 2, în care viteza de propagare a mișcării ondulatorii este v_2 .

Frontul de undă ajunge la un moment dat în poziția A_2C_2 . Conform principiului lui Huygens, în același moment punctul A_2 devine sursă secundară de unde. Rând pe rând, toate punctele situate între A_2 și C_4 devin succesiv surse secundare de unde. Fronturile de undă, în mediul 1, ale undelor secundare sunt semicercuri. Raza maximă o are semicercul cu centru în A_2 . Înășurătoarea frontului de unde secundare este segmentul A_4C_4 . Direcția de propagare a undei reflectate este perpendiculară pe noul front de undă. Triunghiurile $A_2C_2C_4$ și $A_2A_4C_4$ sunt dreptunghice prin construcție. Catetele A_2A_4 și C_2C_4 sunt egale deoarece sunt distanțele pe care s-au propagat fronturile de undă în același mediu (cu aceeași viteză v_1) în același timp: $A_2A_4 = C_2C_4 = v_1 \Delta t$.

Triunghiurile au ipotenuza (A_2C_4), deci sunt congruente. Unghiurile corespunzătoare laturilor egale sunt egale:

$$\angle C_2A_2C_4 = \angle A_2C_4A_4 \text{ adică } r = i.$$

Legea refracției

Asemănător, urmărим propagarea mișcării ondulatorii în mediul al doilea (fig. 31). Conform principiului Huygens, stabilim frontul undei refractate, A_1B_2 . Direcția de propagare a unei refractate este perpendiculară pe noul front de undă. Dacă direcția unei incidente formează cu normala în punctul A_1 unghiul i , direcția unei refractate formează cu normala unghiul de refracție r .

Triunghiurile $A_1B_1B_2$ și $A_1B_2A_2$ sunt dreptunghice prin construcție. Relațiile $B_1B_2 = A_1B_2 \sin i$ și $A_1A_2 = A_1B_2 \sin r$ sunt evidente.

Împărțind cele două relații, membru cu membru și ținând cont că: $B_1B_2 = v_1 \Delta t$ și $A_1A_2 = v_2 \Delta t$ (distanțele respective sunt parcuse de frontul de undă în același timp dar cu viteze diferite), se obține:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$

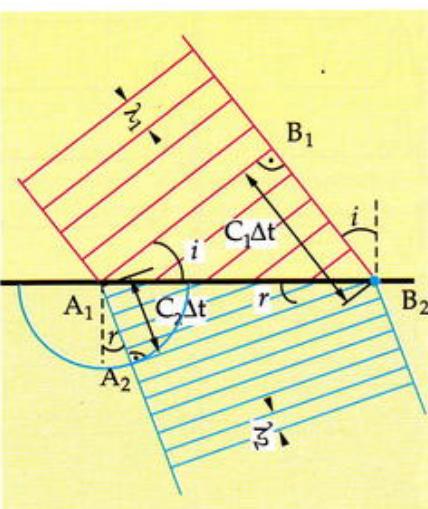


Fig. 31

Notând: $n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$, indicele de refracție al mediului al doilea față de primul mediu, legea a doua a refracției se poate exprima astfel:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}.$$

Observații

- Direcția de propagare se apropie de normală dacă $v_2 < v_1$ și se îndepărtează de normală dacă $v_2 > v_1$.
- Prin refracție frecvența undelor nu se modifică ci numai direcția de propagare și lungimea de undă.

Reflexia totală

În cazul $n_2 < n_1$, unghiul de refracție este mai mare decât unghiul de incidență. Crescând continuu unghiul de incidență, crește și unghiul de refracție. Valoarea de 90° este atinsă mai întâi de unghiul de refracție. (fig. 32)

Există o valoare a unghiului de incidență i , numită **unghi limită**

pentru care unghiul de refracție este $\frac{\pi}{2}$ rad.

$$\frac{\sin l}{\sin \frac{\pi}{2}} = n_{21}, \quad \sin l = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}$$

Pentru unghiuri de incidență mai mari decât unghiul limită, $i > l$, nu se mai produce refracție, ci doar reflexie. În cazul reflexiei totale energia transportată de unda incidentă se reîntoarce integral în primul mediu.

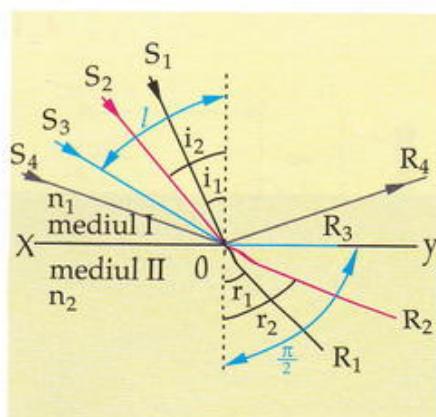


Fig. 32

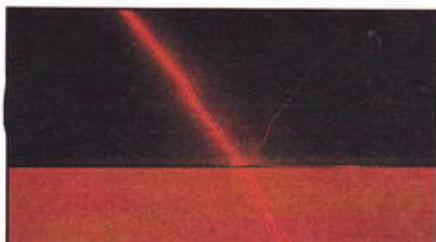


Fig. 33 Punerea în evidență a fenomenelor de reflexie și refracție la suprafața de separare aer - apă cu ajutorul unui fascicul laser

RETINETI

Explicarea fenomenelor de propagare a undelor plane are la bază principiul lui Huygens. Undele plane se reflectă respectând legea: unghiul de incidență este egal cu unghiul de reflexie.

O undă transversală se reflectă la capătul fix cu o schimbare de fază π , iar la capătul liber fără schimbare de fază. La reflexia undei longitudinale, la capătul fix comprimarea se reflectă tot prin comprimare, iar la capătul mobil comprimarea se reflectă prin dilatație.

Când trec dintr-un mediu într-un altul undele se refractă astfel încât raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este egal cu raportul vitezelor de propagare în cele două medii.

Verifică și consolidează

1. Studiază reflexia perturbațiilor longitudinale cu ajutorul unor cărucioare cuplate prin arcuri (fig. 34)

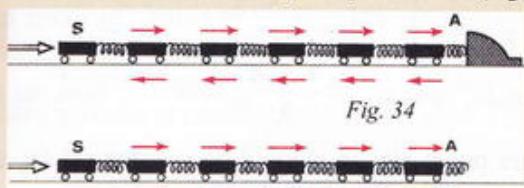


Fig. 34

2. Folosind cuva din fig. 35 realizează un experiment prin care să verifici legile reflexiei și refracției la trecerea undelor din apă mai adâncă,

în apă mai puțin adâncă.

3. Folosind același montaj realizează un experiment din care să reiasă cum depinde viteza de propagarea a undelor de frecvența excitatorului (lungimea de undă.)



Fig. 35

4. INTERFERENȚA UNDELOR

(F1,F2) 4.1. Ce este interferența?

Explorare. Investigare



Fig. 36 Interferența undelor coerente provenite de la surse punctiforme

► Într-o cuvă cu apă se vor amplasa două surse de unde, puse în mișcare de oscilație simultan de vibratorul dispozitivului (fig. 36). Fronturile de undă, concentrice cu cele două surse se intersectează, iar asociațiile se compun, rezultând astfel zone stabile în care amplitudinea este maximă și zone în care amplitudinea este minimă.

Starea de oscilație a mediului de propagare, în fiecare punct al său, este staționară în timp. Acest tablou ilustrează fenomenul de **interferență** a undelor.

Numim interferență fenomenul de suprapunere a undelor coerente provenite de la surse diferite și care se propagă într-un anumit mediu, când rezultatul acestei suprapunerii este staționar în timp.

Obținerea undelor coerente

Coerența este proprietatea undelor care, având frecvențe egale, în punctul unde se suprapun, au **diferența de fază independentă de timp**.

În acest caz fenomenul de interferență este staționar.

Obținerea undelor coerente poate fi efectuată prin **divizarea frontului de undă** cu ajutorul unui paravan cu fante de dimensiuni mai mici decât lungimea de undă (ca în figura 37), sau prin reflexia undelor la întâlnirea unui mediu în care viteza de propagare suferă un salt.

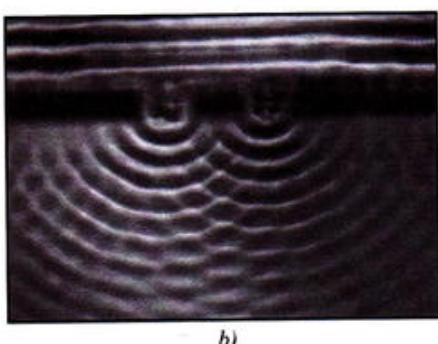
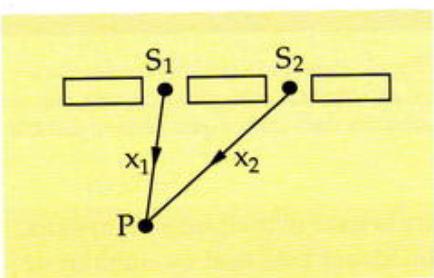


Fig. 37 Surse punctiforme coerente obținute prin divizarea frontului de undă plan cu ajutorul unui paravan de fante (a) și interferența undelor provenite de la acesta (b)

(F1,F2*) 4.2. Analiza calitativă și cantitativă a fenomenului de interferență

Să analizăm starea de oscilație a punctului P în care se vor suprapune oscilațiile provenite de la sursele S_1 și S_2 , descrise prin ecuațiile: $y_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_1} - \frac{x_1}{\lambda_1} \right)$ și respectiv $y_2 = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_2} - \frac{x_2}{\lambda_2} \right)$.

Pentru ca starea de oscilație a punctului P să poată fi staționară, trebuie ca undele să fie **coerente**.

Undele sunt coerente dacă diferența lor de fază este constantă în timp.

Condiția $2\pi \left(\frac{t}{T_2} - \frac{x_2}{\lambda_2} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T_1} - \frac{x_1}{\lambda_1} \right) = const.$ în cazul oscilațiilor cu frecvențe egale, devine $2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = const.$, ceea ce este

îndeplinit pentru oricare punct ales în cîmpul de interferență (x_1 și x_2

sunt lungimile drumului parcurs de undele provenite de la sursele S_1 și S_2 , până în punctul respectiv, bine definite pentru fiecare punct în parte).

În acest caz starea de oscilație a punctului P va fi rezultatul compunerii oscilațiilor de frecvențe egale:

$$y_{1P} = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \text{ și } y_{2P} = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right),$$

deci amplitudinea va fi: $A = \sqrt{A_1^2 + 2A_1 A_2 \cos \pi \frac{2\Delta x}{\lambda} + A_2^2}$,

unde Δx se numește **diferență de drum**.

a) pentru **amplitudine maximă**, trebuie îndeplinită condiția: $\cos \pi \frac{2\Delta x}{\lambda} = 1$ sau $\pi \frac{2\Delta x}{\lambda} = 2n\pi$ (n număr natural).

$$\Delta x = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (n \text{ număr întreg}) \quad A_{max} = A_1 + A_2$$

Punctele situate în pozițiile pentru care diferența de drum până la cele două surse este un multiplu par de semilungimi de undă, oscilează cu amplitudinea maximă.

b) pentru **amplitudine minimă**, trebuie ca $\cos \pi \frac{2\Delta x}{\lambda} = -1$ sau $\pi \frac{2\Delta x}{\lambda} = (2n+1)\pi$ (n număr întreg).

$$\Delta x = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \quad (n \text{ număr întreg}) \quad A_{min} = |A_1 - A_2|$$

Punctele situate în pozițiile pentru care diferența de drum până la cele două surse este un multiplu impar de semilungimi de undă, oscilează cu amplitudinea minimă.

Când oscilațiile care se suprapun au amplitudini egale, ceea ce este valabil și pentru situația prezentată în fig. 39, în punctele unde se formează minime de interferență, mediul nu oscilează, este în repaus, **interferența este distructivă**.

Energia transportată de unde în câmpul de interferență se distribuie neuniform, preferențial la punctele de maxim caracterizate prin **interferență constructivă**.

(F1,F2*) 4.3. Unde staționare

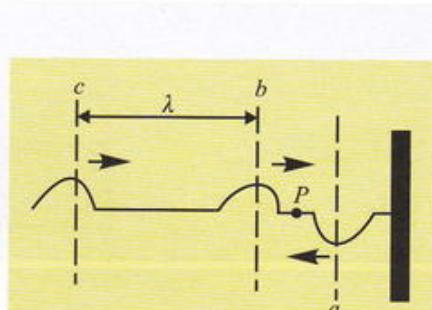
Temă experimentală

► Să observăm starea de oscilație a suprafeței apei în vecinătatea obstacolului în care undele se reflectă, așa cum este ilustrat în figura 36.

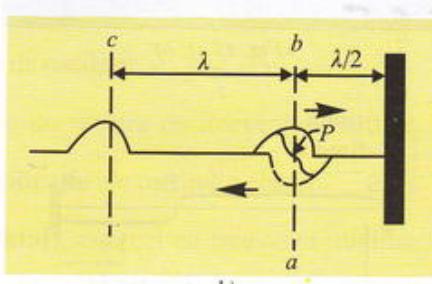
Datorită interferenței undei incidente cu cea reflectată iau naștere maxime și minime de oscilație stabile în timp.

Interferența unelor mecanice în corzi elastice

► Folosind dispozitivul cu coardă vibrantă din figura 40, vom evidenția un fenomen asemănător celui descris mai sus: formarea de-a lungul firului întins a unor **ventre** (maxime de vibrație) și a unor **noduri** (minime de vibrație).



a)



b)

Fig. 38 Perburbații care se propagă spre capătul reflectorului unui arc spiralat. Perturbații a) și b) se întâlnesc în punctul P și se anulează reciproc.

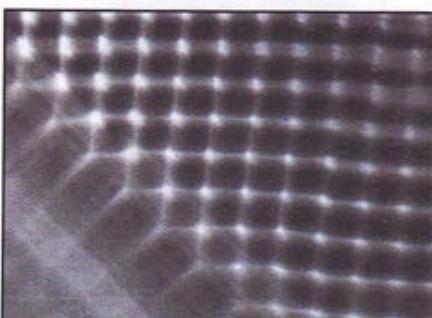


Fig. 39

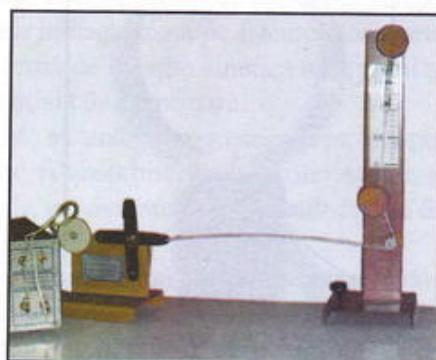


Fig. 40

$$v_1 = \frac{1}{2} v$$

$$v_2 = \frac{v}{l}$$

$$v_3 = \frac{3}{2} v$$

$$v_4 = 2 \frac{v}{l}$$

Moduri de undă înținsă, fixă, a-fundamentală



că se obțin undă înținsă și unde fixe decât amplitudinea undei de undă fundamentală.

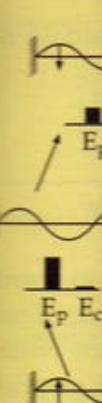


Fig. 44 La modul de undă înținsă este în întregime deplasarea și potențialul de la un capăt la altul al unei lame.

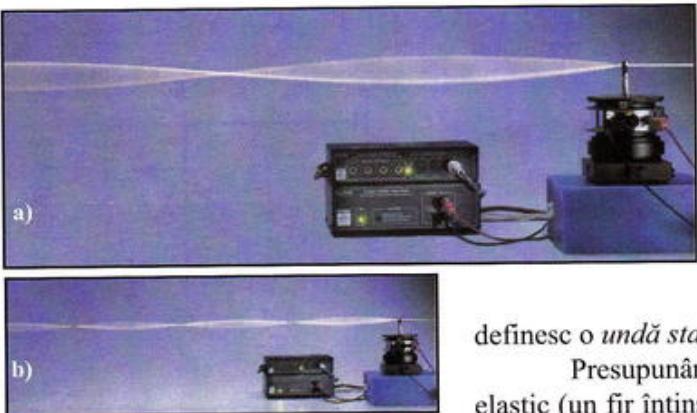


Fig. 41 a); b)

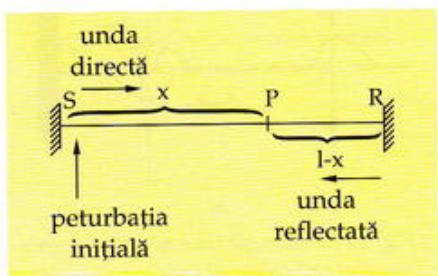


Fig. 42

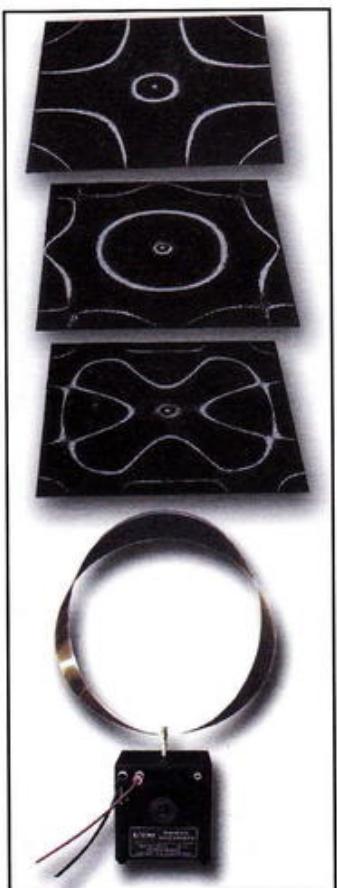


Fig. 43

Formarea undelor staționare pe o membrană elastică și în lungul unei lame circulare

Condițiile de formare a nodurilor și ventrelor stable în timp vor fi îndeplinite pentru o anumită lungime a coardei vibrante și valori date ale forței care tensioneză firul. Aspectul acestuia poate fi asemenea celor ce se pot vedea în figurile 41 a și b.

Situatiile prezentate caracterizate prin stabilitatea în timp a stării de vibrație a mediului în care se propagă simultan, atât unda directă cât și cea reflectată de extremitățile mediului, definesc o *undă staționară*.

Presupunând că perturbația se produce în punctul *S* al mediului elastic (un fir întins - fig. 42), iar reflexia undei apare la capătul opus *R*, starea de oscilație a unui punct oarecare *P*, la distanța *x* de sursă va

fi rezultatul compunerii oscilațiilor descrise de: $y_{SP} = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ și $y_{RP} = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l-x}{\lambda} \right) - \pi \right]$ pentru cazul în care capătul *R* este fixat (modul de oscilație al mediului elastic corespunzător undei reflectate se schimbă cu 180 grade, deci pierde o semilungime de undă, respectiv π rad).

Amplitudinea rezultantă este:

$$A_p = \sqrt{2A^2(1 + \cos \Delta\varphi)} = 2A \cos \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Starea de oscilație a coardei caracterizată energetic, se prezintă astfel: la noduri, mediul nu oscilează, energia este nulă ($A_p = 0$), iar la ventre energia de oscilație este maximă, proporțională cu pătratul valorii extreme a amplitudinii rezultante ($A_p^2 = 4A^2$). Aceasta este echivalentă, pentru defazajul dintre unda directă și cea reflectată cu următoarele condiții:

- $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ cu *n* întreg pentru **noduri**;
- $\Delta\varphi = 2n\pi$ cu *n* întreg pentru **ventre**.

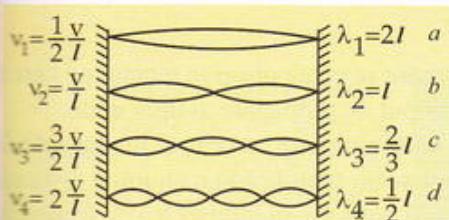
Cum $\Delta\varphi = 2\pi \frac{l-x}{\lambda} + \pi$, rezultă că pozițiile nodurilor sunt $x_{nod} = l - n\lambda$, iar numărul acestora $n = 2l/\lambda$ (ultimul nod este la capătul *S* cu $x_{nod} = -l$, față de *R*).

Pozиїile ventrelor sunt: $x_{ventru} = l - (2n-1)(\lambda/2)$, de unde rezultă că se pot forma $n = \frac{2l}{\lambda} + \frac{1}{2}$ ventre de-a lungul coardei vibrante.

Cele de mai sus echivalează cu faptul evident, în urma observațiilor experimentale, că dimensiunile unui mediu elastic oarecare pe direcția pe care se propagă undă (coardă vibrantă) trebuie să fie mărginit, iar dacă extremitățile sunt fixate, se îndeplinește condiția: $l = n(\lambda/2)$, cu *l* întreg.

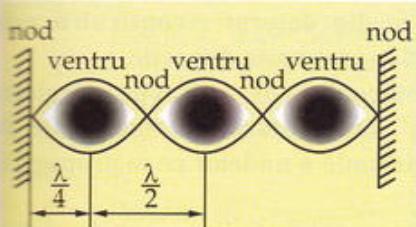
Unda staționară ia naștere în mediul mărginit ce satisfac anumite condiții (legate de masă, dimensiuni, tensiune elastică), dacă are loc rezonanță între sursă și particulele care-l alcătuiesc. Frecvențele de rezonanță sunt acelea care caracterizează modurile proprii de vibrație. Acest fenomen stă la baza propagării sunetului prin solide, lichide și gaze, fenomen ce va fi studiat separat în capitolul următor.

Studiu de caz (tematic)



Moduri proprii de vibrație într-o coardă întinsă, fixată la capete sub acțiunea unei forțe de întindere dată.

a - fundamental, b, c, d - armonice



că se obțin ventre cu amplitudine mare pentru valori bine determinate ale lungimii coardei, ale forței de întindere sau ale frecvenței sursei de oscilație. În fiecare caz amplitudinea ventrelor este mult mai mare decât amplitudinea oscilațiilor sursei - în vecinătatea acesteia se formează de fapt, un nod.

Când nu observăm tabloul specific al undei staționare, constatăm că firul oscilează totuși forțat, cu frecvențele sursei, dar amplitudinea vibrațiilor este mai mică.

(F1,F2*) 4.4. Energia undei staționare

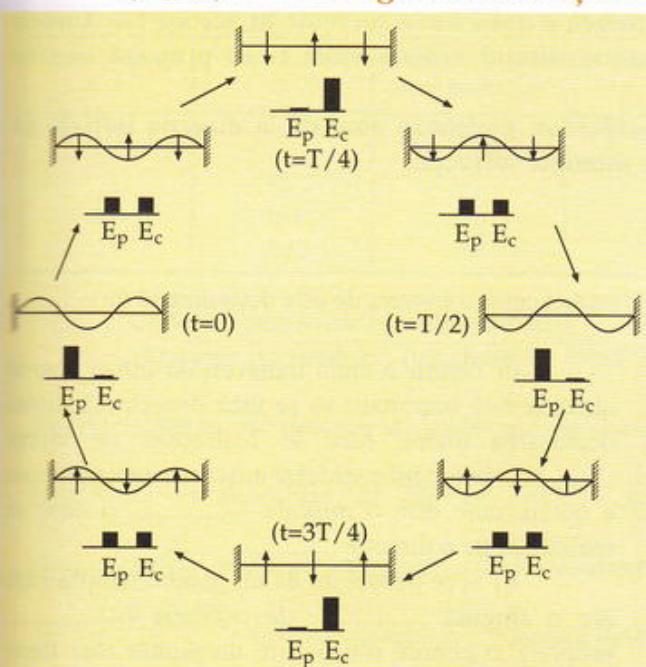


Fig. 44 La momentul initial $t=0$ coarda este în repaus și energia sistemului este în întregime potentială de deformare elastică. La momentul $t=T/8$ deplasarea este redusă și coarda este în mișcare, energiile cinetice și potențiale au aceeași valoare. La momentul $t=T/4$ coarda nu este deplasată dar particulele ei au viteze maxime, energia fiind în întregime cinetică.

Moduri armonice

- Dispozitivul cu coardă vibrantă din fig. 41 va fi utilizat în scopul stabilirii condițiilor pentru care ventrele au amplitudini cât mai mari.

În acest sens, pentru un fir cu masa și lungimea date, se vor obține unde staționare cu ventre cât mai ample, modificând fie frecvența sursei de oscilație, fie valoarea forței de întindere.

Condiția necesară formării undelor staționare $l = \frac{n\lambda}{2}$ în care ținem seamă de expresia vitezei de propagare a undelor transversale, ne conduce la valorile posibile ale frecvențelor de oscilație $v_n = \frac{v_t}{\lambda} = n \frac{v_t}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ (n - întreg). Aceste valori definesc un spectru de frecvențe specifice, așa numitele **moduri proprii de vibrație** ale mediului elastic.

Primul mod (**modul fundamental**), este cel cu frecvență minimă, pentru $n = 1$: $v_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. Celelalte frecvențe corespund **modurilor armonice superioare** ($v_n = n v_1$, $n = 2, 3, 4, \dots$)

Revenind la experimentul descris anterior, remarcăm faptul

Tabloul energetic care însăștește formarea undei staționare este sugerat în figura 44 în care, la diferite momente și în diferite puncte de-a lungul unei coarde vibrante, sunt reprezentate prin săgeți, vitezele de oscilație și prin dreptunghiuri, energia cinetică și energia potențială.

Se remarcă repartizarea preferențială a energiei maxime în zonele unde se formează ventrele.

Când energia se propagă de-a lungul corzii, ea este înmagazinată pe fiecare element al corzii sub formă de energie cinetică a mișcării și energie potențială de deformare.

Când o undă progresează în spațiu, energia poate fi absorbită de frecările interne și de efectele de vâscozitate și apare sub formă de căldură.

Se poate demonstra că **pentru toate tipurile de unde energia transferată este direct proporțională cu pătratul amplitudinii și cu pătratul frecvenței undei**.

(F1*) 5. DIFRACTIA UNDELOR



Fig. 45



Fig. 46 Formarea zonei de "umbră" și "penumbră" în spatele obstacolului întâlnit de fronturile de undă. Se poate observa tendința de reconstruire a fronturilor de undă la o anumită distanță de obstacol.

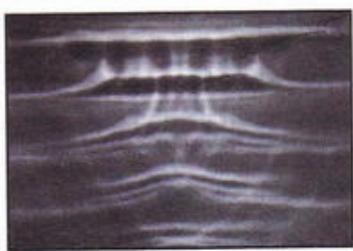


Fig. 47 Efectul de distorsione a fronturilor de undă când este străbătută o regiune mai puțin adâncă.

Explorare. Investigare

► În ilustrațiile următoare se poate observa efectul pe care îl are prezența unui obstacol în câmpul de propagare al unei unde.

Urmărind fronturile de undă circulare cu centrul în punctele de la extremitățile obstacolului, remarcăm faptul că la o anumită distanță, dincolo de zona de „umbră”, acolo unde ele se intersectează, fronturile de undă se reconstruiesc prin interferență, sub forma inițială.

La o distanță mai mare de obstacol, fronturile inițiale fiind reconstruite, mișcarea ondulatorie a mediului are aspectul asemănător celui pe care îl putem observa dacă obstacolul nu ar fi existat.

Fenomenul de ocolire aparentă a unui obstacol de către undele ce se propagă într-un mediu datorat reconstruirii prin interferență a fronturilor de undă se numește difracție.

Pentru obținerea fenomenului de difracție lărgimea obstacolului sau a „ferestrelor” din obstacol trebuie să fie de ordinul de mărime al lungimii de undă a undelor ce se propagă în mediul respectiv.

În general, difracția este considerată din punct de vedere teoretic, ca un caz de *interferență multiplă*. Este rezultatul interferenței unui număr mare de unde provenite de la o mulțime de surse punctiforme distribuite pe frontul de undă.

Fresnel a demonstrat riguros matematic, pentru lumină, că undele secundare care se propagă dincolo de obstacol interferă constructiv, generând efectele cunoscute sub denumirea de difracție, în timp ce undele secundare care se propagă spre mediul din care au venit interferă distructiv.

Interferența se obține prin suprapunerea a două unde coerente în același loc. Undele staționare apar când interferența este rezultatul a două unde ce se propagă în sens contrar.

La traversarea obstacolelor sau orificiilor, undele se abat de la direcția inițială de propagare, ocolindu-le. Fenomenul se numește difracție.

RETINETI

Verifică și consolidează

1. Pornind de la ecuația undelor staționare, să se găsească condiția formării fusurilor într-o coardă, fixată la un capăt, în funcție de lungimea ei, l .
2. Completați spațiile goale, marcate prin „.....”, cu termeni adecvați astfel încât textul să aibă un sens fenomenologic, fizic și clar:

a) O sursă de oscilații punctiformă, plasată într-un mediu omogen și izotrop generează în lungul direcției de propagare. La distanță mare de sursă, undele pot fi considerate iar energia care trece prin suprafața normală la direcția de propagare

b) Viteză de propagare a undelor longitudinale

ca și a celor transversale este determinată de

c) Pentru o undă transversală într-o coardă elastică este important să se facă deosebirea dintre deplasarea undei, care se realizează cu viteză în lungul coardei și mișcarea unei particule a corzii, care este o mișcare și care se realizează pe o direcție

d) Spre deosebire de un pendul simplu care are o singură de oscilație (..... proprie), o coardă întinsă are un număr mai mare de naturale. Cea mai coborâtă se numește iar celelalte, reprezentând ai celei mai joase, se numesc

FIŞĂ

DOCUMENT

Din nou despre valuri

Lungimea de undă a valurilor nu este constantă. Ea variază de la câțiva centimetri, în cazul unei brize ușoare, la câțiva metri în timpul furtunii. Viteza valurilor depinde de lungimea de undă a acestora (mediu dispersiv), crescând odată cu ea.

Înaintea unei furtuni se observă mai întâi valuri foarte lungi ce se propagă cu aproximativ 25 km/h - aceasta este "HULA".

Puterea de distrugere a valurilor este enormă. Presiunea exercitată de un val asupra unui dig, de exemplu, poate atinge 3 bar. Sunt cunoscute numeroase cazuri de distrugere a podurilor, digurilor, construcțiilor amplasate pe coastele oceanelor sau mărilor, datorate forței devastatoare a apei.

Valurile create de forța vântului nu trebuie confundate cu cele datorate unor șocuri puternice, cum ar fi: explozii, cutremure, alunecări de teren etc. Aceste valuri sunt numite „tsunami”, au lungimi de undă constante, se propagă cu viteze mult mai mari (peste 200 km/h) și înălțimi care depășesc 10 m.

Viteza vântului $m \cdot s^{-1}$	Perioada medie s	Lungimea de undă medie (m)	Înălțimea medie m	Acceleratie $m \cdot s^{-2}$	Distanță și timpul de amortizare	
					km	ore
5	3	8,5	0,93	4,6	18	2
10	6	33	1,5	8,7	140	10
15	9	75	4	13,3	520	23
20	11,5	130	8,5	18	1300	42
25	14	200	15	22	2500	70

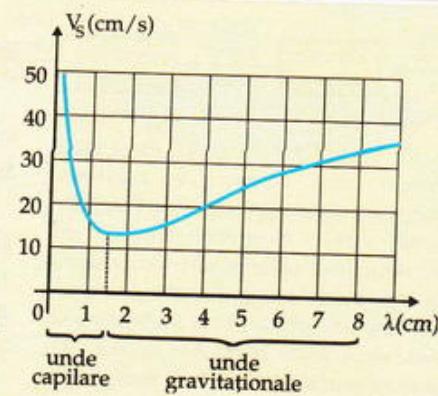
Undele superficiale la suprafața apei

Mișcarea particulelor lichidului în cazul propagării

undelor superficiale depinde de adâncime: în cazul stratului superficial la suprafața de contact lichid - gaz pentru

$\rho_{\text{lichid}} > \rho_{\text{gaz}}$ viteza de propagare a undelor superficiale este

$v_s = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\sigma} + \frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho}}$ valabilă când $h \geq \frac{\lambda}{2}$. Pentru adâncimi mici ($h < \frac{\lambda}{2}$), $v_s = \sqrt{gh}$ (unde gravitaționale).



Dispersia undelor superficiale (pentru adâncimi $h > \lambda/2$)

6. ACUSTICA

(F1,F2) 6.1. Descrierea sunetului. Producerea și propagarea.



Fig. 48

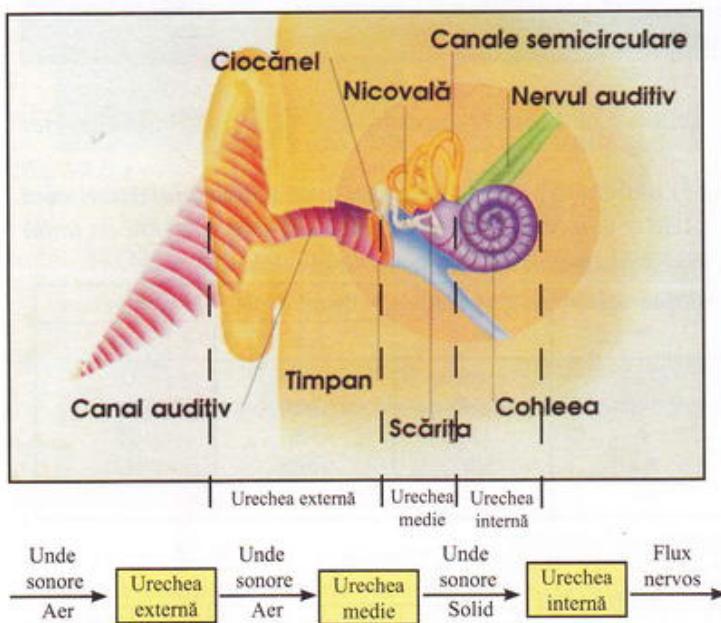


Fig. 49 Undele sonore emise de o sursă exterioară sunt captate de pavilionul urechii, care joacă rol de cornet acustic. Timpanul este o membrană elastică sub formă de pâlnie, asemănător membranelor difuzoarelor, care preia vibrațiile (variațiile de presiune ale aerului) și le transmite prin sistemul de osciație la urechea internă. Mai departe semnalul mecanic este transformat în semnal nervos (electric). Senzația de sunet este rezultatul reflectării în centrii nervoși ai stimulilor pe care-i putem măsura.

Acustica (din greacă *akouein* = a auzi) este acea parte a fizicii care se ocupă cu studiul vibrațiilor sonore ale mediilor elastice din punctul de vedere al producerii, propagării, descrierii, utilizării efectelor produse etc.

Prin **vibrație acustică** se înțelege mișcarea particulelor unui mediu elastic de-o parte și de alta a poziției de echilibru, ca și sinonimul oscilație. Termenul de vibrație este însă utilizat cu precădere pentru frecvențe relativ înalte: nu se va spune niciodată **vibrația leagăului ci oscilația leagăului**, sau invers, este corect **vibrația timpanului și nu oscilația timpanului**.

Pentru un domeniu aproximativ larg de frecvențe (16 - 20.000 Hz), aceste vibrații poartă numele de sunete (din latină *sonitus*). Din punct de vedere fizic, termenul are o accepție bisemantică (cauză - efect) în același timp:

- vibrația capabilă să producă o senzație auditivă prin undă sonoră propagată (fenomen obiectiv);
- efect al unei sunete asupra aparatului auditiv (senzația însăși).

Deoarece propagarea undelor presupune transportul energiei mecanice printr-un mediu, **sunetele nu se propagă în vid** (nu există particule ale mediului care să oscileze).

Clasificarea sunetelor ține seamă de considerente subiective deoarece este în legătură cu senzația de auz a omului.

În funcție de frecvență de vibrație, sunetele se împart în:

- **infrasunete** (frecvență < 16 Hz); exemple: unde seismice, oscilațiile pendulului elastic.
- **sunete** (16 Hz < frecvență < 20.000 Hz);
- **ultrasunete** (frecvență > 20.000 Hz), produse și utilizate în tehnică sau în natură. Ele pot fi emise de delfini, liliaci.

Această clasificare are un caracter pur convențional. Hotarul dintre categoriile vecine depinde de vârstă și însușirile individuale ale ascultătorului.

De asemenea din punct de vedere energetic, pentru fiecare frecvență există o limită inferioară - **prag de audibilitate** - pentru care vibrația nu mai produce senzația auditivă și un prag superior al **senzației dureroase** (de exemplu: pentru frecvența de 1.000 Hz, pragul de audibilitate este de 10^{-12} W/m^2 și pragul dureros este de 10^{-4} W/m^2).

Organul auditiv prezintă inertie. Senzația auditivă mai persistă cca. 50 - 60 ms după încreșterea excitării. Pentru ca două senzații să fie percepute distinct trebuie ca între ele să existe o pauză de cca. 50 ms. Când această condiție nu este îndeplinită, sunetul al doilea este percepță ca o prelungire a primului.

Producerea și propagarea sunetelor

Sursele sonore sunt medii elastice aduse în stare de oscilație:

- diapazon (lame elastice în general);
- corzi vibrante (vioară, pian, harpă etc.);
- coloane de aer vibrante (orgă, flaut etc.);
- plăci și membrane vibrante (xilofon, difuzor).

De la aceste surse, vibrațiile se propagă prin mediul elastic (de obicei aer) până la receptor (timpanul urechii).

Urechea convertește vibrațiile în impulsuri nervoase, transmițându-le apoi către creier, unde sunt interpretate ca sunete.

În afară de ureche (care este un dispozitiv natural de recepție), sunetele pot fi recepționate și cu ajutorul microfonului (care transformă undele mecanice în semnale electrice, ce pot fi înregistrate sau transmise mai departe).

Un model al fenomenului general de propagare longitudinală a fost studiat în lecțiile anterioare, așa încât vom puncta numai anumite aspecte.

Înțelegerea noțiunii de undă sonoră se poate face prin analogie cu valurile apărute la suprafața apei liniștite în care se aruncă o piatră. Ceea ce se deplasează, este alternanța straturilor de aer comprimate și rarefiante succesiv, adică undă sonoră, dar nu ca substanță ci ca formă specială de mișcare a substanței (mișcare ondulatorie), sub care se propagă oscilația elastică în aer sau în alte medii elastice.

(F1,F2*) 6.2. Analiza calitativă a funcționării instrumentelor cu coarde și a instrumentelor de suflat

A. Corzi vibrante

Coarda produce unde sonore cu frecvență egală cu cea a vibrațiilor produse la rândul lor prin interferență (**unde staționare cu maxime de interferență - vîntre - și minime de interferență - noduri**), așa cum s-a arătat în capitolul II.4

Distanța dintre două noduri (vîntre) vecine este $\lambda/2$, iar lungimea corzii trebuie să fie multiplu întreg al acestei distanțe $l = n\lambda/2$. Din relația

$$v = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{nc}{2l}, (n = 1, 2, 3, \dots)$$

frecvențe posibile.

Frecvența $v_0 = \frac{c}{2l}$ reprezintă **frecvența fundamentală** iar cele cu $n > 1$, reprezintă **armonice superioare** (c - viteza sunetelor).

Observații

- Fiecare dintre frecvențele anterioare corespunde unui mod normal de vibrație.

- Spre deosebire de oscillatorul armonic, care are un singur mod normal și o singură frecvență caracteristică, coarda vibrantă are teoretic un număr infinit de moduri. (ex: când se lovește coarda unui pian, în vibrația rezultantă este prezentă nu numai vibrația fundamentală ci și vibrații armonice).

- Sunetele emise de corpuri în care s-au format unde staționare și sunt compuse din număr mic de armonici crează o senzație plăcută (sunete muzicale), iar cele ale căror vibrații sunt aperiodice, sunt percepute ca zgomote.

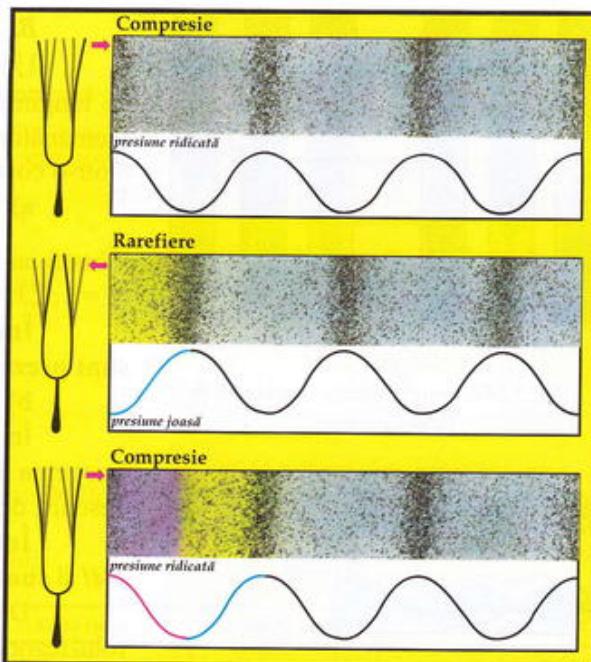


Fig. 50 Unda sonoră constă dintr-o serie alternativă de rarefieri și comprimări ale straturilor de aer adiacente. Lovirea diapazonului într-un anumit ritm, conduce la comprimări și dilatări succesive ale aerului. Particulele aerului nu se deplasează în formă de curent în timpul propagării oscilațiilor. Sub impulsul comprimărilor și dilatarilor produse de diapazon, ele nu fac decât să oscileze în jurul unei poziții date.

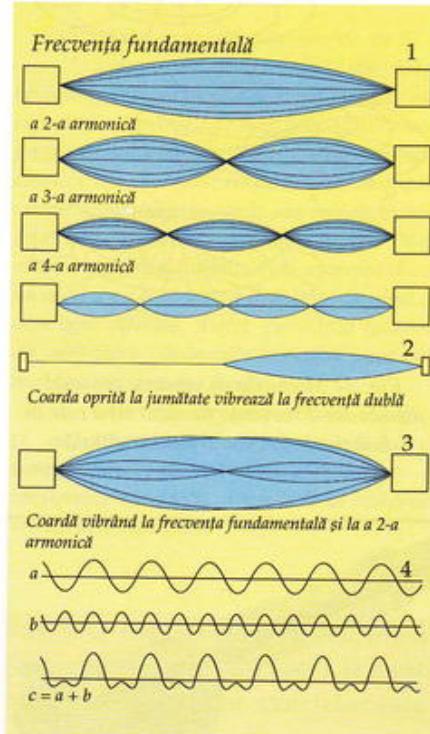


Fig. 51. Reprezentarea modurilor de vibrație-fundamentală și armonice - a unei corde

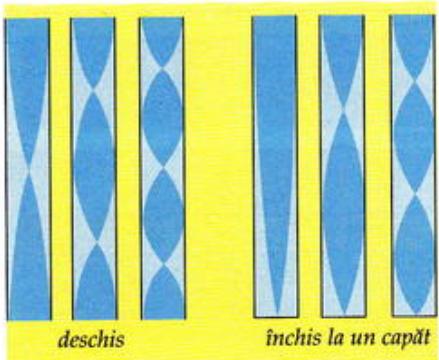


Fig. 52 Formarea undelor staționare în tuburile sonore

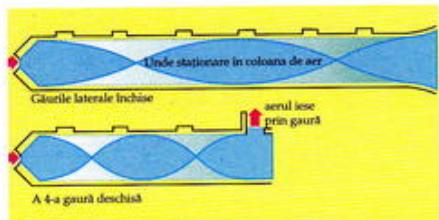


Fig. 53 Formarea undelor staționare la fluier

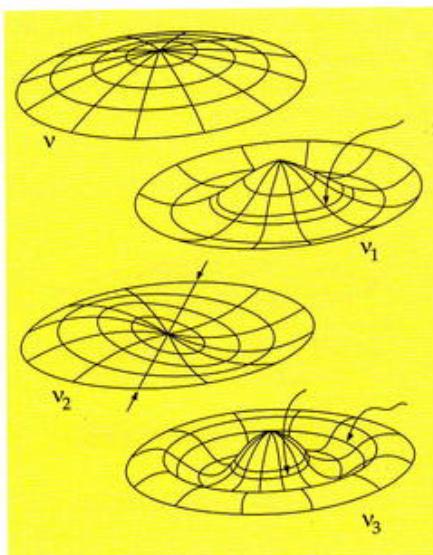


Fig. 54 Modurile de vibrație ale unei membrane. Frecvența fiecărui mod este în funcție de frecvența fundamentală:
 $v_1 = 2,29 v$; $v_2 = 1,59 v$; $v_3 = 3,59 v$.



Fig. 55 Tubul Kundt

B. Tuburi sonore

Undele longitudinale care se propagă în lungul unui tub de lungime finită, l , sunt reflectate la capetele tubului într-un mod asemănător celui în care se reflectă, la capete, undele transversale dintr-o coardă.

a) **Tub deschis:** dacă se trimit un curent de aer, iau naștere

vibrații iar la frecvențele lui naturale, tubul intră în rezonanță, $v_0 = \frac{c}{2l}$ ($n = 1,2,3,\dots$).

Într-un tub deschis, frecvența fundamentală este $c/2l$ și sunt prezente toate armonicele.

b) **Tub închis la un capăt**

În acest caz undele se formează ca și în coarda cu capăt fix, frecvența fundamentală reprezintă jumătate din frecvența unui tub deschis, de aceeași lungime (figurile 52 și 53).

Într-un tub închis la un capăt, frecvența fundamentală este $c/4l$ și sunt prezente numai armonicele impare.

Dacă instrumentele cu corzi sunt montate pe o „cutie” care are rolul rezonatorului, în cazul instrumentelor de suflat, sursa sonoră propriu-zisă este *ancia* sau *muștiucul*, tubul având rolul de rezonator. Modul în care se formează undele staționare în tuburile deschise la ambele capete sau deschise numai la un capăt este redat în figurile alăturate.

C. Vibrația barelor și a plăcilor

Când se dă o lovitură unei membrane flexibile, întinsă, cum este cea a unei tobe, din punctul lovit pornește un puls bidimensional divergent care suferă reflexii multiple la marginile membranei. Se vor forma unde staționare cărora le corespunde o anumită frecvență.

Frecvența cea mai joasă este frecvența modului fundamental, iar celelalte sunt frecvențele modurilor armonice superioare. Spre deosebire de cazurile precedente (coarde, tuburi), modurile armonice superioare nu sunt multipli întregi ai frecvenței fundamentale (fig. 54).

Aplicații: construcția difuzoarelor, microfoanelor telefonice.

Temă experimentală

➤ **Investigarea undelor sonore** se poate face cu ajutorul unui tub Kundt reprezentat în fig. 55. Lungimea coloanei de aer poate fi modificată cu ajutorul unui piston mobil. Tubul este prevăzut cu un orificiu care poate fi astupat, putându-se astfel experimenta cele două situații: tub deschis respectiv tub închis. Tubul mai conține praf de plută și la unul din capete un microfon putând fi conectat la un osciloscop cu ajutorul căruia poate fi vizualizată forma undelor, poziția nodurilor și a ventrelor. De asemenea, poate fi determinată frecvența de rezonanță (fundamentală și armonice).

Tubul lui Kundt poate fi utilizat pentru determinarea vitezei sunetului în gaze. Se umple tubul cu un gaz la care se cunoaște viteza sunetului v_0 . Se excită bara și se realizează în tub unde staționare. Se măsoară distanța d_0 dintre centrele a două moviliile consecutive.

Această distanță reprezintă jumătate din lungimea de undă

λ_0 ($d_0 = \frac{v_0}{2v_g}$). Se umple apoi tubul cu gazul în care urmează să determinăm viteza sunetului, v_x . Se realizează și în acest caz unde staționare și se măsoară distanța d . ($d = \frac{v_x}{2v_g}$). Se obține: $v_x = v_0 \frac{d}{d_0}$ relație din care se calculează viteza sunetului în gazul respectiv.

Info plus

Viteza de propagare a undelor sonore

- în lichide $c = \sqrt{\frac{k}{\rho_l \cdot \beta_T}}$, unde k = modulul de compresibilitate și $\beta_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta p} \right)_T$ - coeficientul de compresibilitate izotermă;

- în gaze $c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho_g}}$, iar pentru gazul ideal $c = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$ (formula Laplace), unde γ , R , T , μ , ρ_g sunt mărimile specifice cunoscute din termodinamică.

Observații

- Procesul de propagare al sunetului în gaze este adiabatic.

- Comparând formula lui Laplace cu expresia

vitezei termice $v_T = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$, se constată:

$0,58v_T$ (gaze monoatomice) $< c_g < 0,75v_T$ (gaze poliatomice).

- Natura moleculară a gazului a fost ignorată, gazul fiind tratat ca și cum ar fi un mediu continuu.

• Folosind expresia $\rho(p, T) = \rho_0 \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}$, unde ρ_0 , p_0 , T_0 sunt valorile corespunzătoare în condiții normale, rezultă: $c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0 T_0} T}$

(ex: pentru un gaz biatomic în condiții normale de temperatură și presiune $c = 331$ m/s).

Concluzii

Viteza sunetului

- nu depinde de presiunea gazului;
- depinde de numărul de atomi ai moleculei;
- este direct proporțională cu rădăcina pătrată a temperaturii absolute a gazului.

RETINETI

Sunetele se nasc din oscilații elastice în corpuri solide (ex: corzi vibrante sau plăci și membrane vibrante, diapazon), lichide și gazoase (coloane de aer vibrante) și sunt capabile să impresioneze organul auditiv al omului. Frecvența oscilațiilor sunetelor este cuprinsă între 16-20.000 Hz.

Sunetele se propagă tridimensional sub formă de unde sonore și suferă fenomenele caracteristice acestora: reflexie, refracție, interferență, difracție. Viteza de propagare a sunetelor depinde de natura undei, tipul undei și de temperatură.

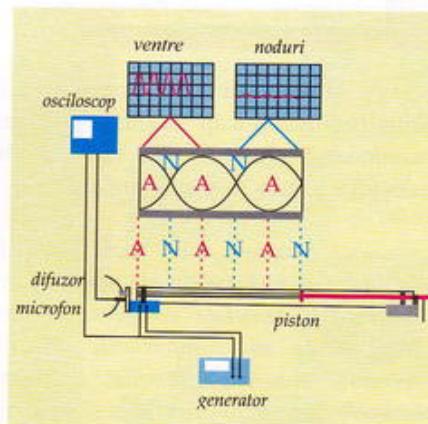


Fig. 56 Schemă experimentală pentru determinarea vitezei sunetului în gaze

Gaze (m/s)	Lichide (m/s)	Solide (m/s)			
Aer la 0°C	331	Apa la 0°C	1420	Cauciuc	40-200
Aer la 18°C	340	Apă la 15°C	1440	Plută	500
Aer la 100°C	386	Alcool la 8°C	1260	Plumb	2100
Aer la 1000°C	716	Petrol la 7°C	1360	Argint	2600
Bioxid de carbon	261			Pământ (argilă)	3400
Vaporii de apă	401*			Alamă	3500
Hidrogen la 20°C	1258			Beton și zidărie de cărămidă	4000
				Lemn de frasin	4600
				Otel	5100
				Aluminiu	5200
				Granit, sticlă	6000

Tab. I Viteza sunetului în diferite medii

Așa cum se constată din tabel, undele sonore se deplasează prin solide mai repede decât prin gaze (aer), viteza fiind invers proporțională cu densitatea și proprietățile elastice ale mediului respectiv (de exemplu: viteza sunetului prin sticlă sau metale este de 14 ori mai mare decât prin aer uscat). Pe de altă parte sunetul nu trece cu ușurință dintr-un mediu cu o anumită densitate în altul cu densitate diferită. Astfel, cavitățile (pernele de aer) între cărămidile pereților sunt cele mai bune izolațoare fonice.

Variația de temperatură modifică și ea viteza undelor sonore. Scăderea temperaturii unui mediu conduce la creșterea densității și implicit la scăderea vitezei de propagare.

Comentați textul de mai jos din punct de vedere științific, identificați noțiuni, concepe, fenomene și relaționați-le într-un text care să ilustreze influența sunetelor asupra psihicului uman.

"Sunetele pure, reci, fără culoare, sunt emise de prea puține instrumente muzicale, cu precădere cele electronice. Sunetele complexe formează o categorie largă: cele mai importante instrumente muzicale, vocale, sunetele sirenelor, claxonane, șuierăturile, sunetele motoarelor, zumzetul și bâzâitul insectelor etc."

Zgomotele sunt cele mai numeroase și variate forme de oscilații care impresionează aparatul auditiv, produse în general de activitățile umane. Nedorite și neutre din punct de vedere psihofiziologic produc adesea senzații supărătoare. Cu aceleași efecte negative se înscrie însă și liniștea absolută (într-o peșteră adâncă, de exemplu).

În comparație cu ambianța și activitatea omului, natura este o lume a tăcerii, în puține locuri întreruptă de zgomote care rareori sunt insuportabile și mult mai adesea

plăcute. În anumite situații psihologice, o emisie sonoră reprezentată printr-un spectru continuu de frecvențe, poate fi utilă, dorită sau plăcută ascultătorului: zgomotul unei mici cascade sau al valurilor mării, foșnetul frunzelor, șuierul acelor de brad. Si invers, sunetele perfect muzicale pot fi apreciate ca zgomote când sunt nedorite sau supărătoare.

În muzică factorul zgomot este mult mai prezent decât se crede: el este produs de instrumentele de percurție - tobe, talgere etc. - și de cele paramuzicale - morișca, mașina de vânt și altele. Un bun glissando sau un portamento executat pe o coardă a viorii sau cu vocea se încadrează tot în categoria zgomotelor, fiind reprezentate printr-un spectru continuu de frecvențe.

În unele compozиii moderne zgomotele din tot felul de surse participă larg la elaborarea mesajului muzical formându-i însăși substanță în cazul muzicii concrete. În cinematografie, televiziune, radio, zgomotele aduc o notă de culoare, sugestivitate sau expresivitate."

(Acustică și muzică - Dem. Urmă)

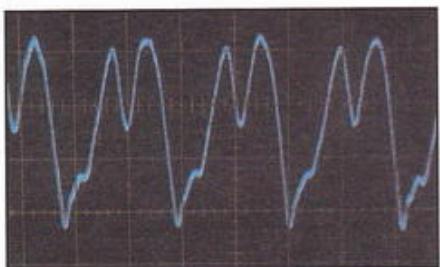


Fig. 57 Sunetele produse de flaut sunt aproape pure, având puține armonici

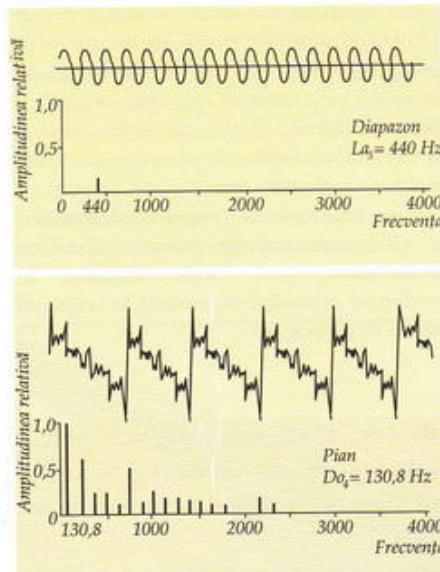


Fig. 58 Spectre ale sunetelor emise de diverse surse

(F1,F2) 6.3. Caracteristicile sunetelor

Sunetele și zgomotele de orice fel și orice proveniență se deosebesc între ele prin trei caracteristici principale: **înălțimea**, **tăria** (intensitatea) și **timbrul**. Cele trei mărimi nu sunt independente. La nivelul percepției, tăria și înălțimea se influențează reciproc.

A. Înălțimea

Din punct de vedere fizic, înălțimea sunetului este acea calitate determinată de frecvența oscilațiilor.

Intensitatea permite clasificarea sunetelor aşa cum s-a arătat la începutul capitolului. Pentru frecvențe mari avem sunete înalte, iar la frecvențe mici corespund sunete joase. La aceeași frecvență corespunde întotdeauna aceeași tonalitate a sunetului și invers.

Criteriul frecvenței este suficient atunci când sunetul este datorat unei singure oscilații. Reprezentarea grafică a unei oscilații periodice de o anumită frecvență este o sinusoidă (fig. 58). Se poate folosi și reprezentarea amplitudinii în funcție de frecvență, obținându-se astfel o linie sau mai multe (spectru de frecvențe).

Astfel, folosind criteriul spectral, sunetul poate fi:

- **simplu** (pur) dacă este produs de o singură vibrație și are spectrul acustic format dintr-o singură linie (diapazon);

- **complex** (compus) dacă este produs de o vibrație complexă, conținând mai multe sunete simple a căror frecvență poate constitui sau nu o serie armonică (frecvență fundamentală + armonice). În acest caz spectrul armonic este caracterizat de mai multe linii (exemplu: pian);

- **zgomot**, dacă este un amestec întâmplător de sunete produs de o oscilație completă caracterizată de un spectru de frecvențe cu variație continuă pe un domeniu și/sau de o suprapunere de mai multe frecvențe discrete.

Spectrul continuu cu distribuire aleatorie a intensității și frecvențelor corespunde aşa numitului **zgomot alb** (**sunet alb**), denumire dată prin analogie cu cea de **lumină albă**, care este un amestec de radiații electromagnetice de frecvențe continue, aşa cum se va arăta în capitolul următor.

II. Unde mecanice

B. Intensitatea sunetului

Deoarece aceleasi sunete pot provoca senzatii calitativ diferite, se deosebeste **intensitatea acustica** (sonoră) de **intensitatea auditivă** (tăria sunetului), prima referindu-se la sursă, iar cealaltă la receptor.

Intensitatea acustică - factor obiectiv - reprezintă intensitatea undelor sonore, adică fluxul de energie care străbate unitatea de suprafață perpendiculară pe direcția de propagare a undelor, în unitate de timp.

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot \Delta S}, [I]_{SI} = W/m^2$$

Deoarece energia transportată de undă ΔW este proporțională cu pătratele amplitudinii și frecvenței, rezultă că și intensitatea depinde de aceste mărimi în același mod.

Energia acustică radiată de o sursă sonoră în unitate de timp se numește și **putere acustică**, $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$, $[P]_{SI} = W$.

Sub acest aspect sursele sonore acoperă un domeniu larg - puterea acustică a unei rachete玄ome la propulsie este de 10^{16} ori mai mare decât a ceea de la frunzelor.

Din punct de vedere al receptorului, s-a stabilit experimental că intensitatea auditivă - factor subiectiv - crește după legea Weber - Fechner: $I_s = C \lg I$, unde C este o constantă.

Intensitatea auditivă I_s (sau tăria sunetului) este răspunsul fiziological la solicitările presiunii sau intensității acustice. Ea se referă la amplierea senzației auditive, care permite ordonarea sunetelor după scară de la slab la puternic.

Deoarece urechea este sensibilă la un interval larg de intensități, valorile date prin legea de mai sus sunt incomode pentru măsurători și calcule. Pentru simplificare, în locul unităților absolute s-au introdus unități relative și anume, s-a stabilit că pragul inferior de audibilitate corespunde celei mai mici presiuni $p_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ bar, ce corespunde unei intensități $I_0 = 10^{-12} W/cm^2$ de la care sunetul devine audibil. Folosind această valoare de referință, s-a introdus: **nivelul de intensitate sonoră**

$$N = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \text{ cu valoarea unitară dacă } I = I_0 \text{ (nivel ce corespunde celui}$$

mai slab sunet care poate fi auzit). Unitatea de măsură pentru N este **decibelul** (dB). Un Bell reprezintă o intensitate acustică de 10 ori mai mare decât cea corespunzătoare pragului auditiv inferior.

C. Timbrul

Timbrul reprezintă calitatea sunetelor complexe de intensități și frecvențe egale de a putea fi diferențiate subiectiv în funcție de compoziția lor spectrală.

Timbrul este rezultatul suprapunerii unui sunet fundamental cu armonicele lui. Cu cât numărul armonicelor este mai mare, cu atât timbrul este mai bogat, mai rotund, mai plin. El depinde de poziția și intensitatea armonicelor în seria lor.

Timbrul permite identificarea sursei sonore și i se mai poate spune "culoarea" sunetului (adeseori se face analogia sunet - lumină, respectiv timbru - culoare). Datorită variației timbrale, organul auditiv nu numai că poate identifica 2 surse sonore diferite ce emit un sunet cu aceeași frecvență și intensitate, dar poate stabili gradajii de calitate, de exemplu, între două instrumente de același fel, care emit aceeași notă dar sună diferit, apreciindu-le astfel valoarea din punct de vedere artistic și pecuniar.

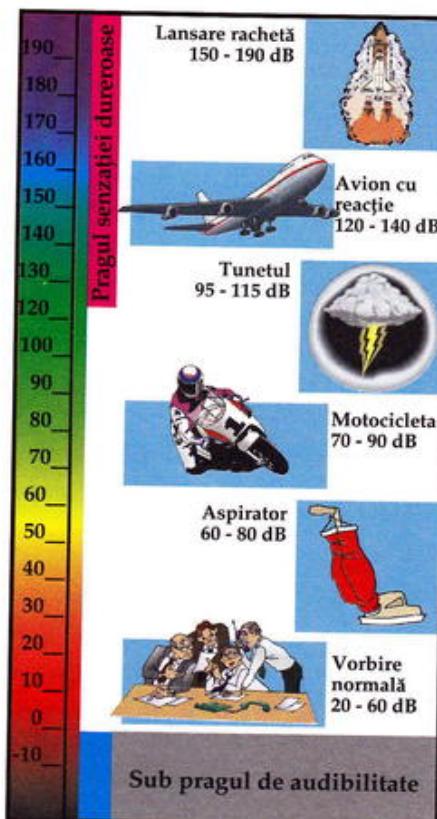


Fig. 59 Nivele de intensitate sonoră

Info plus

- Măsurători ale presiunii acustice (presiunea în mediul străbătut de unda sonoră) și ale intensității acustice au condus la următoarea constatare: sunetele foarte joase trebuie emise cu energie mai mare pentru a începe să fie auzite. Bărbații vorbesc aproximativ în jurul frecvenței 130,8Hz ceea ce corespunde unei energii de 3050J iar femeile și copiii în jurul unei frecvențe duble. Poate că așa s-ar putea explica de ce femeile vorbesc mai mult decât bărbații (consumă mai puțină energie când vorbesc și deci nu obosesc)...

Aplicații ale fenomenelor acustice

- **Ecoul** este fenomenul de reflexie a undei sonore ce are ca urmare repetarea sunetului emis de sursa sonoră.

Dacă reflexiile sunt succesive și se produc mai rapid, are loc o prelungire a sunetului emis - numită **reverberație**. Pentru ca ecoul să se poată auzi, el trebuie să ajungă la receptor după dispariția senzației datorate sunetului direct.

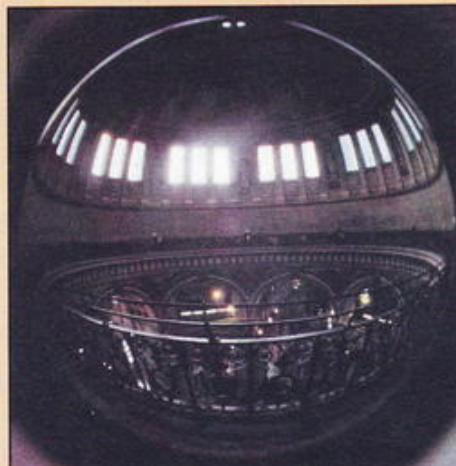
• **Rezonanța sonoră** - sunetul provoacă oscilații ale unor sisteme dacă frecvența proprie de oscilație a acestora este apropiată de frecvența undei sonore. Forța periodică a undelor sonore provoacă rezonanță acustică. Dacă apropiem un diapazon ce oscilează de altul aflat în repaus, se constată că dacă acesta are frecvența proprie de oscilație apropiată de a celui ce oscilează, atunci intră în oscilație. Unele corpuri (sisteme) au proprietatea de a amplifica oscilațiile sonore. Ele se numesc rezonatori acustici. Pe acest principiu sunt construite marea majoritate a instrumentelor muzicale: pian, vioară, violoncel etc.

• **Difracția sunetului** - lungimile de undă ale sunetului în aer, corespunzătoare limitelor de frecvență, sunt aproximativ 2cm, respectiv 20m. Lungimea de undă în aer corespunzătoare sunetului cu frecvență de 1.000 Hz este de cca. 34cm. Valorile acestor lungimi de undă sunt comparabile cu dimensiunile obiectelor din viața cotidiană. Din acest motiv sunetul suferă în mod curent fenomenul de difracție. Pe spațiul unei uși deschise sau a unei ferestre deschise difracția sunetului permite transmiterea acestuia și în afara camerei respective.

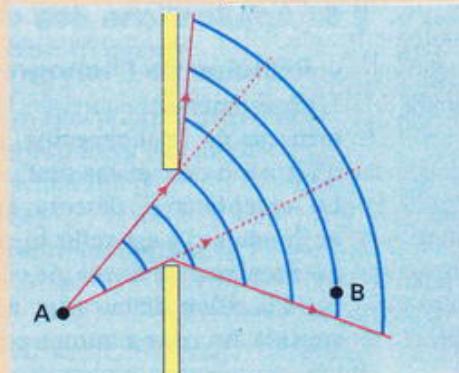
• **Interferența undelor sonore** - apare când două unde sonore de frecvențe apropiate se propagă în aceeași regiune (de exemplu: când sunt lovite simultan două clape vecine ale unui pian) vibrația rezultantă este egală în acest caz cu suma vibrațiilor individuale. Se constată că amplitudinea undei rezultante nu este constantă ci variază în timp, ceea ce dă naștere la variații de tărzie a sunetului, care se numesc **bătăi** (interferență evasăaționară).

Absorbția sunetului

Oricine cunoaște problemele create de zgomot în apartamente datorită proastei izolații fonice a lor. Experimentul din figura alăturată permite studierea fenomenului de absorbție. Cu ajutorul plăcilor de polistiren de 3 cm grosime, o parte din energia transportată de undă sonoră provenită de la emițător (E) este reflectată de perete iar alta este absorbită de material. Intensitatea sonoră transmisă scade odată cu creșterea grosimii plăcilor de polistiren sau cu numărul acestora și depinde de natura materialului traversat.



Catedrala Sf. Paul din Londra este vestită pentru felul în care sunetele sunt reflectate în interiorul său. Chiar și o simplă șoaptă emisă în fața peretelui circular, după mai multe reflexii poate fi auzită la o depărtare de 32 m.



Două persoane A și B aflate în camere diferite se pot auzi între ele datorită fenomenului de difracție

Prin plasarea mai multor plăci de polistiren în calea sunetului, acesta este absorbit parțial



Prin plasarea mai multor plăci de polistiren în calea sunetului, acesta este absorbit parțial

FIŞĂ

DOCUMENT

• Efectul Doppler

Un observator poate percepe în diferite moduri frecvența unei surse, de exemplu, șiueratul unei locomotive. Dacă locomotiva este în mișcare și intră în gară observatorul aflat în repaus percepe un sunet cu frecvență mai mare decât cea reală, frecvență pe care o percepă când locomotiva este în repaus. La plecarea din gară sunetul percepă de observator are frecvență mai mică decât frecvența sunetului în raport cu locomotiva. Acest efect a fost studiat de Doppler (1803-1853). Se pot considera două cazuri: fie receptorul este fix, iar emitorul se deplasează, fie invers.



1. Considerăm receptorul (R) fix și emițătorul (E) care emite sunete cu frecvența v , în mișcare cu viteza v , apropiindu-se de receptor. Fie la momentul initial $t_0 = 0$, distanța dintre emițător și receptor considerată punctiformă, d . Se emite un semnal sonor. Frontul de undă străbate distanța d în timpul $t_1 = d/c$, c fiind viteza de propagare a sunetului în aer. Următorul front de undă este emis după o perioadă T_0 în punctul E' . Distanța $EE' = vT_0$. Semnalul este recepționat în R după timpul t_2 , $t_2 = \frac{d - vT_0}{c} + T_0$. Perioada sunetului percepă în R este, $T = t_2 - t_1$, $T = T_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ sau $v = v_0 \frac{c}{c-v}$.

2. Considerăm emițătorul fix și receptorul care se deplasează către emițător cu viteza v . La momentul $t_0 = 0$ se emite un semnal în E .

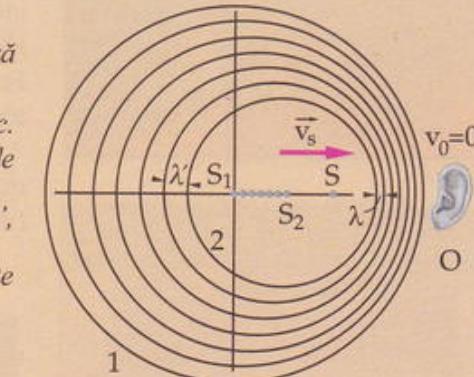
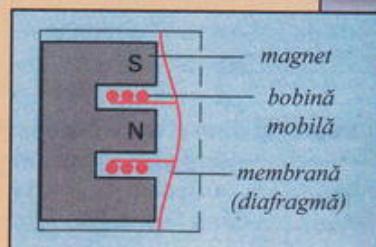
Frontul de undă ajunge în R după timpul t_1 , $t_1 = d/c$. Semnalul următor este emis tot în E dar după un interval de timp T_0 . Frontul de undă este recepționat după timpul t_2 în R' , $t_2 = \frac{d - v \cdot T}{c} + T_0$. Perioada semnalului percepă de receptor este $T = t_2 - t_1 = \frac{d - vT}{c} + T_0 - \frac{d}{c}$ sau $T = \frac{cT_0}{c+v}$.

Se obține $v = v_0 \cdot \frac{c+v}{c}$. În ambele cazuri receptorul percepă un semnal cu frecvență mai mare decât frecvența proprie a emițătorului.

Considerând cazul în care observatorul și emițătorul se îndepărtează unul de celălalt, se obțin pentru receptor frecvențe mai mici decât frecvența proprie a emițătorului.

• Principiul microfonului

Așa cum difuzorul transformă variațiile unei tensiuni electrice în vibrații ale membranei difuzorului, capabile să emită sunete, microfonul funcționează prin procedeu invers transformând variațiile de presiune în tensiune electrică cu aceeași frecvență. Ele pot fi vizualizate pe ecranul unui osciloscop.



Forma suprafețelor de undă emise de o sursă mobilă ce se deplasează cu viteza v_s în cazul în care observatorul este în repaus



Construcția microfonului electrodinamic are la bază fenomenul de inducție electromagnetică

7. ULTRASUNETELE ȘI INFRASUNETELE



Fig. 60 Cu ajutorul aparatului său vocal liliacul emite ultrasunete de scurtă durată cuprinse între 40 - 80 kHz. Impulsul ultrasonic emis de liliac după ce a întâlnit un obstacol în calea lui, se reflectă, și ecoul produs este recepționat prin intermediul aparatului său auditiv.



Fig. 61 Unele specii de păianjeni pot detecta infrasunetele. Supravegherea comportamentului lor dă indicii în studiile seismologilor.

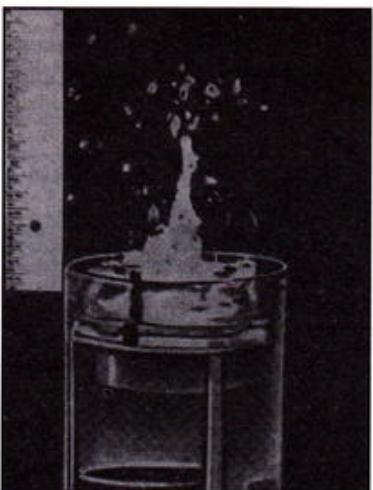


Fig. 66 Fântână arteziană produsă cu ajutorul ultrasunetelor. Un emițător de ultrasunete plasat pe fundalul paharului exercită o presiune care face ca particulele de lichid să fie impinse în sus.

Ultrasunetele sunt oscilații elastice cu frecvență mai mare decât frecvența maximă a oscilațiilor care nu mai produc senzație auditivă până la frecvențe comparabile cu cele ale undelor de radiofrecvență, 10^6 Hz. Datorită faptului că ultrasunetele au frecvențe mult mai mari decât frecvența sunetelor, ele au unele proprietăți specifice.

Infrasunetele au frecvențe mai mici de 20 Hz și au mai puține aplicații decât ultrasunetele. Bătăile inimii, undele seismice, mici oscilații ale unui pendul sunt numai câteva exemple.

(F1,F2) 7.1. Producerea ultrasunetelor

Ultrasunetele pot fi produse prin metode mecanice, termice, electromecanice. În laboratoare se folosesc generatori electromecanici. Sunt două tipuri de astfel de generatori: piezoelectrici și magnetostrictivi.

a) Generatorii piezoelectrici se bazează pe fenomenul de piezoelectricitate, care constă în proprietatea unor cristale ionice (cuarț, turmalina, sarea Seignette etc.) de a se încărca electric sub acțiunea unei deformări mecanice (efect piezoelectric direct) sau de a se deforma sub acțiunea unui câmp electric exterior (efect invers). Pentru producerea ultrasunetelor se folosește efectul piezoelectric invers. Între armăturile unui condensator alimentat cu tensiune alternativă se introduce o lamă de cuarț care, fiind supusă acțiunii unui câmp electric alternativ, se va comprima și dilata succesiv, deci va intra în oscilație. Frecvența undei elastice a ultrasunetului este egală cu frecvența tensiunii alternative aplicate pe condensator.

b) Generatorii magnetostrictivi se bazează pe fenomenul de magnetostricție care constă în deformarea unui corp feromagnetic (miezul unei bobine), sub acțiunea câmpului magnetic.

(F1,F2) 7.2. Proprietățile ultrasunetelor

Datorită frecvenței lor mult mai mari decât frecvența sunetelor, ultrasunetele au proprietăți caracteristice.

1) Pot transfera cantități mari de energie.

2) Se pot obține fascicule înguste (raze) de ultrasunete, dirijate pe direcții bine precizate.

3) Ultrasunetele sunt absorbite puternic în aer și în general în gaze; sunt foarte slab absorbite de lichide și solide (coeficientul de absorbtie este invers proporțional cu densitatea mediului).

4) Ultrasunetele produc în lichide fenomenul de cavităție, care constă în apariția unor goluri (cavitații) în masa de lichid. Cavitățile se pot sparge producând în lichid șocuri hidraulice, puternice, de scurtă durată.

Aceste proprietăți fac ca prezența ultrasunetelor în diferite medii să fie însoțită de o serie de efecte:

- produc sisteme disperse. Prin ultrasonarea lichidelor nemiscibile, puse în același recipient, se pot obține emulsii sau chiar soluții coloidale;

- distrug sistemele disperse când mediul de dispersie este un gaz. Particulele mici solide sau lichide, sub acțiunea ultrasunetelor se contopesc între ele, formând particule mai mari;

- declanșează unele reacții chimice. Favorizează producerea unor reacții de oxidare, descompunere a substanțelor instabile etc.;

- încălzesc mediul în care se formează;

- distrug microorganismele (acțiune bactericidă).



Fig. 66 Ul...

(F1,F2) 7.3. Aplicații tehnice

Aplicațiile ultrasunetelor se împart în două categorii: aplicații active și aplicații pasive.

a) Aplicațiile active sunt aceleia în care ultrasunetele intervin activ prin efectele pe care le produc.

Exemple: prelucrarea materialelor dure, curățarea suprafețelor metalice, prepararea medicamentelor, a emulsiilor fotografice, sterilizarea alimentelor (lapte, iaurt) etc.

b) Aplicațiile pasive se regăsesc atunci când mediul în care s-au creat ultrasunetele, practic, nu este afectat de prezența acestora.

Exemple: defectoscopia cu ultrasunete (tehnica determinării defecțiunilor interioare a materialelor), locația ultrasonoră (determinarea poziției unui obiect cu ultrasunete - radar) cu utilizări în: sondajul reliefului submarin, detectarea unor vapoare, detectarea bancurilor de pești, detectarea iceberg-urilor etc.

Spre deosebire de ultrasunete, infrasunetele au o gamă restrânsă de aplicații, cea mai importantă fiind supravegherea seismografică și analizarea rocilor din punct de vedere al alcăturirii și proprietăților.



Fig. 66 Ultrasunetul - „curăță și spală“

Cu ajutorul fasciculelor de ultrasunete puternice se pot îndepărta particule de praf, impurități, ulei sau unoare de pe orice piesă fie că de mică: obiecte metalice sau din sticlă, fibre textile, ace de seringă, componentele unui ceas, recipiente alimentare etc. Sub acțiunea ultrasunetelor se creează mici bule (bule de cavitare) în lichidul în care este introdusă piesa de curățat. Aceste bule vibrează, pătrunde printre crăpăturile existente în peliculele de murdărie și o fac să se desprindă, început cu încetul,



RETINETI

Ultrasunetele sunt vibrații elastice care au frecvențe cuprinse între $20-10^6$ kHz și depășesc pragul de audibilitate umană. Ultrasunetele au diverse aplicații în chimie, metalurgie, medicină și biologie ca mijloc de măsurare și control. La polul opus se situează infrasunetele cu frecvențe mai mici de 20 Hz, cu aplicații în domeniul seismologiei.



Fig. 63 Ultrasunetele sunt utilizate în medicină (ecograf) la diagnosticarea diferitelor afecțiuni. În imagine se face o investigație a evoluției fătuului în uter.

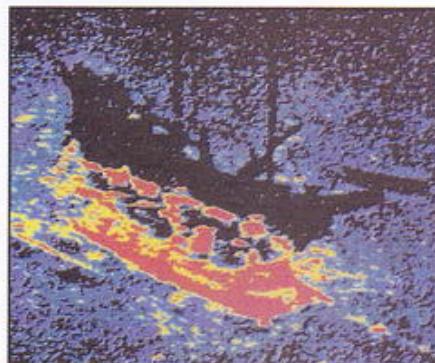


Fig. 64 Aparatele cu ultrasunete (sonar) sunt utilizate pentru localizarea epavelor pe fundul mărilor, a bancurilor de pești sau pentru cartografierea reliefului subacvatic.



Fig. 67 Bisturiul ultrasonic
Posibilitatea pe care o au ultrasunetele intense de a distruge celulele vii a fost utilizată de chirurgi pentru a extirpa, de exemplu, din organism celulele canceroase sau pentru a „sparge” calculi (pietre) la rinichi. Iradierea trebuie efectuată, încât acestea să acioneze numai asupra celulelor bolnave, ferind de efectul lor distructiv celule sănătoase. Concentrarea se efectuează în prezent cu o atât de mare precizie, încât poate să distrugă o singură bacterie izolată dintr-o picătură de sânge.

(F1,F2) 8. POLUAREA FONICĂ

1. Surse de poluare fonica

Principalele surse de poluare fonica sunt:

• Traficul feroviar și aerian

Zgomotul traficului este cel mai răspândit în țările dezvoltate. Un studiu efectuat pentru Comisia Europeană realizat de instituția franceză INRETS în 1994, a estimat că circa 200 milioane de oameni (60% din populația Uniunii Europene) sunt expuși la un nivel de zgomot mai mare de 55 dB și alți 132 milioane (39%) la un nivel de 60 dB (decibelul constituie unitatea de măsură a intensității sonore).

Zgomotele stradale cele mai acute sunt produse de camioane, autobuze, miile de autoturisme, motociclete, metrou, căi ferate etc.



Fig. 68

• Zgomotul social

Zgomotul vieții sociale generează cele mai multe nemulțumiri. Un raport publicat de Universitatea din Stockholm pentru Organizația Mondială a Sănătății, în 1955, a concluzionat că nivelul zgomotului în cartierul de locuințe nu trebuie să depășească 55 dB pentru a proteja majoritatea populației. Sursele de zgomot în acest sens, includ echipamente stereo și TV, zgomotul produs de vecini până noaptea târziu, lătratul cainilor, zgomotul generat de copii etc.

2. Consecințele poluării fonice

Prin caracteristicile sale, zgomotul produce organismului uman o serie de efecte fiziológice și psihologice nefavorabile.

Principalele efecte produse de zgomot sunt:

- perturbarea comunicării interumane; dacă sunt emise în același timp mai multe sunete, unul dintre ele, cel mai intens, poate îngreuna sau face chiar imposibilă recepționarea corectă a celorlalte;
- oboseala auditivă care se caracterizează printr-o creștere temporară a pragului percepției auditive în urma expunerii la acțiunea unui zgomot intens. Oboseala auditivă se accentuează în cazul măririi intensității, frecvenței și timpului de expunere la zgomot, utilizarea neadecvată a telefoanelor celulare;
- tulburarea sau întreruperea somnului necesar pentru refacerea forțelor și menținerea vieții, care pot duce până la instalarea unei stări de oboseală permanentă;
- senzații subiective de jenă (frică, constrângere);
- scăderea atenției, reducerea preciziei mișcărilor;



Fig. 69



Fig. 70

mult de 5 dB față de nivelul zgomotului ambient reduce semnificativ capacitatea de muncă a individului.

3. Măsuri pentru protecția analizatorului auditiv și pentru combaterea zgomotelor

Lupta împotriva zgomotului a devenit astăzi o problemă umanitară. Dintre soluțiile care să evite producerea și transmiterea de zgomote pot fi enumerate:

- măsuri tehnice care se adresează direct sursei generatoare de zgomot și vizează reducerea lui la nivele acceptabile prin folosirea de carcase, materiale fonoabsorbante și fonoizolante;
- măsuri medicale care constau în aplicarea unor norme sanitare de protecție;
- mărirea distanței dintre sursa sonoră și om, cunoscându-se că intensitatea zgomotelor scade cu pătratul distanței;
- măsuri de atenuare prin utilizarea factorilor de mediu, dintre care vegetația arborescentă are un rol hotărâtor. Cercetările făcute în acest domeniu indică faptul că în zonele cu perdele de protecție, izolate de arbori, zgomotul scade cu circa 20%. Ideal ar fi introducerea de perdele de protecție fonică din vegetația arborescentă în jurul tuturor surselor industriale de zgomot și în jurul cartierelor de locuit;
- folosirea de mijloace de protecție individuală (dopuri de vată, antifoane, căști audio protectoare etc.) care pot reduce intensitatea zgomotelor cu 5 - 20 dB.

Verifică și consolidează

Realizează un studiu cu tema: Poluarea fonică în comunitatea umană, specifică unității școlare în care își desfășoară activitatea.

Obiectivele urmărite prin studiu vor fi:

- identificarea ansamblului de sunete ce pot fi percepute în diferite momente ale zilei;
- inventarierea surselor generatoare ale sunetelor identificate;

- efecte asupra organelor interne ca: accelerarea bătăilor inimii, hipertensiunea arterială, micșorarea activității digestive etc.;

- tulburări de auz prin care se reduce progresiv sensibilitatea individuală, adică aria auditivă;

- surditatea profesională determinată de expunerea îndelungată la zgomot. Surditatea datorită zgomotului se caracterizează printr-o pierdere definitivă și ireversibilă a auzului. Prototipul acestei afecțiuni este surditatea cazangilor;

- efectele zgomotelor asupra randamentului muncii. Există numeroase activități în care zgomotul este o componentă obligatorie. Activitățile care cer o concentrare nervoasă deosebită sunt perturbate de zgomotele puternice din mediul ambiant. Studiile efectuate asupra producției în condiții diferite de zgomot, au arătat că o creștere cu mai

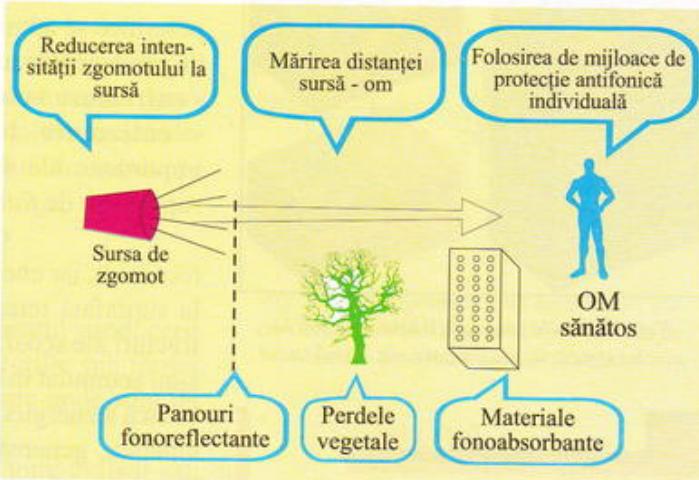


Fig. 71

- evaluarea efectelor directe și indirecte a acțiunii lor în timp;
- propunerea și formularea unor alternative de atenuare, reducere la nivele acceptabile, până la îndepărțarea surselor de poluare fonică;
- prezentarea necesității unor valori și comportamente adecvate activităților umane în medii nepoluate;
- studiul se va finaliza cu întocmirea unui referat elaborat în urma acestei activități de microcercetare.

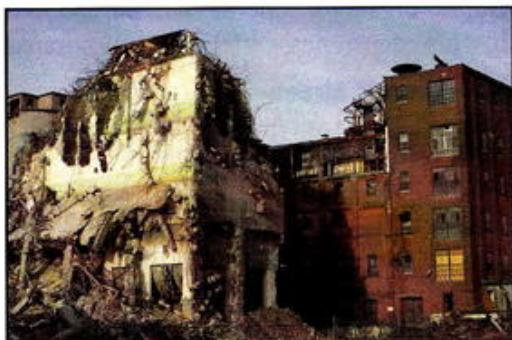


Fig. 72

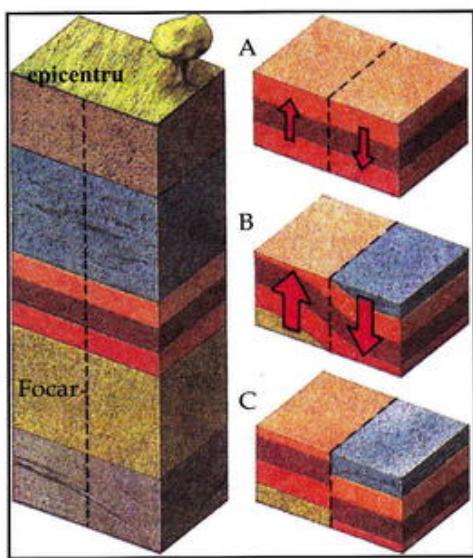


Fig. 73 Fazele propagării undei de soc la nivelul straturilor interioare ale Pământului

Info plus

Teritoriul României este caracterizat printr-o activitate seismică destul de frecvent manifestată datorită particularităților structurale ale subsolului. Istoria reține o serie de mari cutremure cum sunt cel din 1802, pomenit în vreme drept "cutremurul cel mare", cel din 1940 și acela din 4 martie 1977 când s-au înregistrat 1570 de victime omenești și s-au produs pagube de peste 2 miliarde de dolari, au fost avariate 156.000 de apartamente în zonele urbane și 21.500 locuințe în mediul rural. Focarul seismic cel mai activ este localizat în zona Vrancei fiind unul de adâncime mare, dar există și altele mai puțin active cum ar fi cel din zona Banatului care este unul de adâncime mică.

9. ELEMENTE DE SEISMOLOGIE

(F1,F2) 9.1. Producerea cutremurilor

Seismologia, ramură a geofizicii (fizica pământului) pune la dispoziție date privind identificarea mecanismelor generatoare de cutremur și date privind modul de propagare a **undelor seismice**.

Pământul, care se află într-o permanentă mișcare, posedă o structură internă destul de complicată, dar care schematic poate fi redusă la: suprafața liberă (scoartă), crusta continentelor (litosferă) 0 - 70 km, manta 70 - 2900 km, nucleul exterior 2900 - 5000 km, nucleul interior central 5000 - 6320 km.

În acest context, continentele se deplasează continuu și lent, producând modificări ale scoarței terestre în urma acumulărilor energetice în roci și a erupțiilor vulcanice. Aceste fenomene se manifestă periodic în crusta terestră prin mișcări bruse și violente care sunt înregistrate la suprafața liberă a terenului sub forma cutremurilor de pământ.

Cu privire la sursa care generează cutremurile puternice se admit două categorii principale de mecanisme posibile de producere și anume:

- **cutremure vulcanice**, datorate erupțiilor vulcanilor (7%);
- **cutremure tectonice**, datorate unor modificări structurale importante ale scoarței terestre (90%) (însotite de fenomene de rupere sau de faliere).

Cele mai frecvente cutremure sunt de origine tectonică, iar energia pe care o eliberează se extinde pe zone întinse la suprafața terestră. Sosul seismic se produce ca urmare a unor fracturi ale scoarței care vin în contact într-un plan mai slab, în care s-au acumulat în timp deformări elastice extrem de mari. Eliberarea bruscă a energiei de deformare, transformată instantaneu în energie cinetică, generează unde elastice care se propagă radial în toate direcțiile, iar prin procese de reflexie și refracție ajung la suprafața Pământului (fig.73). Punctul teoretic în care se produce ruptura inițială (în realitate există o zonă de fracturare), se numește **focar** sau **hipocentru**.

Punctul situat la suprafața Pământului, pe verticala focarului poartă denumirea de **epicentrul** cutremurului.

Localizarea poziției focarului și epicentrului se obține pe baza prelucrării înregistrărilor mișcărilor seismice în stații echipate cu aparatură specifică. În funcție de poziția focarului exprimată prin distanță H dintre focar și epicentru, denumită adâncime sau profunzime, cutremurile se clasifică astfel:

1. Cutremure crustale (normale) având focarul situat până la o adâncime de 70 km ($0 < H \leq 70$ km). Acest tip de cutremur, care reprezintă 90% din cutremurile care se produc în lume, au o durată semnificativă redusă. Deși sunt extrem de violente, cutremurile crustale afectează zone destul de limitate la suprafața Pământului. În această categorie se înscriu toate focarele care aparțin centurii circumpacifice, zonelor din Asia de Sud - Vest, bazinului mediteranean etc.

2. Cutremurile subcrustale (intermediare) au focarul localizat în limitele $(70 \leq H \leq 300 \text{ km})$. Durata cutremurilor este moderată, în timp ce aria de manifestare este mult mai mare. Perioadele de revenire ale cutremurilor intermediare sunt mult mai mari decât ale celor normale.

Focarele intermediare identificate până în prezent sunt destul de reduse ca număr, fiind situate în: Afganistan, Columbia, Mexic și zona munților Vrancei din România.

3. Cutremure de adâncime (de profunzime) s-au semnalat în limitele $300 \leq H \leq 700 \text{ km}$. Incidența acestei categorii de cutremure este mai redusă deoarece perioadele predominante sunt lungi.

4. Cutremurile tectonice au ca origine fenomenul de faliere sau cel de subducție a plăcilor continentale. Cutremurile violente generate de fractura rocilor sunt datorate mișcărilor produse în lungul unui plan de rupere, însotite de eliberarea bruscă a unei energii imense. Aceste planuri de rupere se numesc **falii**, iar în momentul ruperii instantanee, capacitatea rocii respective a atins valoarea limită peste care nu mai este capabilă să acumuleze deformații elastice sau energie elastică de deformare. În general cutremurile se produc în lungul aceleiași falii, ceea ce caracterizează fenomenul de persistență a genezei mișcărilor seismice.

Theoria plăcilor tectonice, de dată mai recentă, susține că prin comprimare puternică, care se manifestă la contactul dintre plăcile continentale, se produc deplasări mari fie datorită cedărilor în urma strivirii rocilor, fie datorită fenomenului de subducție (alunecarea relativă a unei plăci sub cealaltă).

(F1,F2) 9.2. Unde seismice

Energia eliberată brusc de focar în momentul producerii unui dezechilibru tectonic se propagă în toate direcțiile sub formă unor unde elastice, denumite **unde seismice**. Aceste unde sunt de două categorii:

a) **unde de adâncime** care pot fi de tip longitudinal sau de dilatație (numite *unde primare* și notează P) și de tip transversal sau de forfecare (numite *unde secundare* și notează S).

b) **unde superficiale**, de tip Rayleigh (R) și Love (Q) și unde lungi, L.

Undele seismice de adâncime se produc în interiorul Pământului și se transmit din focar spre suprafața liberă a terenului. Vitezele de propagare ale acestor unde depind de caracteristicile geologice ale mediului și cresc cu adâncimea.

În cazul undelor P, particulele materiale oscilează pe direcția propagării undei, iar în cazul undelor S, într-un plan perpendicular pe direcția propagării. Întrucât direcția de propagare devine aproape verticală în vecinătatea suprafeței libere a terenului, undele S (transversale) produc cele mai importante efecte inerțiale asupra construcțiilor. Amplitudinile mișcării terenului scad pe măsura depărtării de epicentru, dar pot crește de la roca de bază până la suprafață în cazul depozitelor geologice aluvionare și afânate. Energia corespunzătoare perioadelor scurte se redispă, iar energia componentelor cu perioade lungi devine predominantă, având în vedere și rolul de filtru dinamic pe care-l are mediul superficial de propagare.

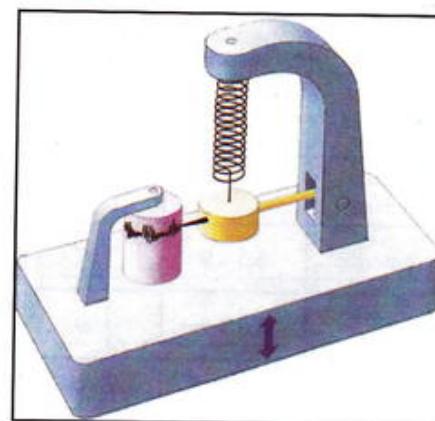


Fig. 74 Seismometrele sunt instrumente care înregistrează undele seismice verticale (ca cel din imagine) sau orizontale. Ambele tipuri conțin o greutate suspendată care este menținută într-o poziție staționară, în timp ce restul instrumentului se mișcă în timpul cutremurului.

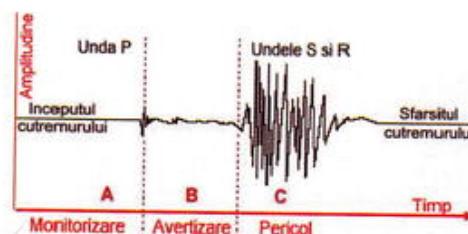


Fig. 75 Seismogramele sunt înregistrări ale oscilațiilor solului așa cum se produc ele pe durata unui cutremur de Pământ.

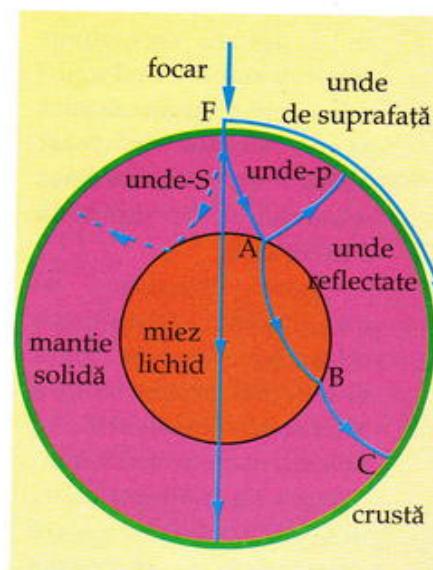


Fig. 76 Propagarea undelor seismice în interiorul Pământului. Undele S nu pot traversa miezul lichid.

Caracteristica seismelor	Magnitudine (grade Richter)	Nr. mediu anual
catastrofal	mai mult de 8	1
foarte puternic	7,0-7,9	18
puternic	6,0-6,9	120
moderat	5,0-5,9	800
neînsemnat	4,0-4,9	6200
slab	3,0-3,9	49000
foarte slab	2,0-2,9	1000 zilnic
	sub 2	8000 zilnic

Frecvența cutremurelor - date furnizate de National Earthquake Information Center SUA

RETINETI

Scara Richter (scări logaritmice etalonată în 1-9 grade) măsoară magnitudinea unui cutremur și are la bază măsurarea amplitudinii maxime a undelor seismice înregistrate.

Creșterea magnitudinii cu o unitate corespunde creșterii amplitudinii unde de zece ori. Energia seismică ce se degajă în focar diferă de amplitudinea seismului de la suprafața Pământului.

Spre deosebire de magnitudine, intensitatea seismului are la bază gradul de acțiune asupra diferitelor construcții și obiecte, asupra oamenilor.

Scara Mercalli (etalonată în I - XII grade) este o scară descriptivă, aprecierea intensității bazându-se pe cercetarea fenomenelor reale în zonele afectate.

Deși au provocat numeroase distrugeri, undele seismice au oferit prețioase informații despre structura internă a Pământului.

Doar o mică parte din energia degajată în focarul unui cutremur se transmite sub formă de oscilații seismice, restul consumându-se în alte procese fizice care au loc în zona focalului.

Determinarea precisă a acestei cantități este dificilă din acest motiv, utilizându-se metode prin care se încearcă să se facă o comparație între diferite cutremure.

Intensitatea macroseismică

Pe baza observațiilor cu privire la distrugerile provocate de cutremure clădirilor și modificările aduse reliefului regiunii afectate, numite efecte macroseismice, se poate defini o **scări de intensitate macroseismice** asociindu-se un număr (grad) diferitelor efecte distructive ale cutremurului, astfel încât este stabilită o corespondență biunivocă între efectele macroseismice dintr-o zonă și un grad de pe scara respectivă. Astfel, putem aminti scările *Rossi - Farel* (cu 10 grade), *Mercalli - Cancani - Sieberg* (cu 12 grade) existând și altele. În toate cazurile cutremurele de gradul 1 sunt cele mai slabe, iar cele de grad maxim fiind cele mai puternice.

La ora actuală, în majoritatea țărilor se utilizează o scară de 12 grade, caracterizarea gradelor de intensitate macroseismică fiind perponderent realizată pe baza unor înregistrări instrumentale privind deplasarea, viteza sau accelerarea maximă, acești factori fiind mult mai obiectivi. Denumirea de **scăra Mercalli** este deci impropriă deși este frecvent folosită.

În comunicatele oficiale intensitatea macroseismică, indicată conform acestei scări, se anunță pentru un anumit loc de observare, valorile fiind în general diferite de la o localitate la alta. Intensitatea macroseismică este aceea care se ia în considerare la zonarea seismică și la elaborarea normelor pentru protecție antiseismică a construcțiilor.

Magnitudinea cutremurelor

Utilizând pentru estimare exclusiv înregistrări instrumentale obiective se poate defini magnitudinea sau, cum este numită ușor intensitatea **Richter**. Se definește astfel încât utilizând înregistrarea oricărei stații seismice de pe glob, valoarea rezultată să fie aceeași.

Magnitudinea dă măsura energiei undelor seismice care provin din focar. Noțiunea și metoda de estimare a fost pusă la punct de C.F. Richter (1932) care a utilizat datele instrumentale provenite de la un grup de stații seismice cu diferențe amplasamente și care caracterizează o serie de seisme produse în California pe durata lunii ianuarie a anului 1932. Astfel, reprezentând grafic logaritmul amplitudinii maxime a oscilațiilor orizontale ale solului în funcție de distanță față de epicentrul unei stații de observare (figura 77), se constată că aceste valori (IgA) scad exponențial cu distanța (Δ) și curbele trasate pentru diferite seisme sunt aproape paralele. Diferența pe ordinată între două curbe pentru oricare din valorile distanței față de epicentrul poate da mărimea unui cutremur în raport cu celălalt.

Trasând o curbă ipotetică (cu linie punctată în figura 77) paralelă cu celelalte curbe rezultante din măsurători, dar aleasă în așa fel încât o stație aflată la 100 km de epicentrul să înregistreze o amplitudine maximă de oscilație orizontală a solului de 10^{-6} m (*1 micron*), magnitudinea se va calcula prin relația: $M = IgA - IgA_0$, unde:

A - amplitudinea maximă orizontală a oscilației solului pentru un cutremur oarecare;

A_0 - amplitudinea corespunzătoare pe curba etalon (linia punctată) distanței față de epicentru a stației care efectuează înregistrarea.

După modul cum sunt definite, între magnitudine și intensitatea macroseismică nu există nici o relație matematică. Prima se referă la cauză, iar a doua la efecte. Se pot stabili unele relații empirice, dar ele sunt adevărate în cazul cutremurelor care au același focar.

Intensitatea macroseismică poate avea valori exprimate (ca întregi) pe o scară de la I la XII, iar magnitudinea ia valori limitate superior la cel mult 9, limita inferioară fiind teoretic oricât de mică - un cutremur cu magnitudine $-\infty$ este cel pentru care amplitudinea maximă a oscilațiilor solului este nulă.

Pe Terra se mai produc cutremure la alunecările de teren, prăbușirea tavanelor unor peșteri, galerii sau mine sau ca efecte ale activității tehnogene a omului: extragerea intensivă a zăcămintelor, construirea unor baraje sau lacuri de acumulare, explozii nucleare subterane.

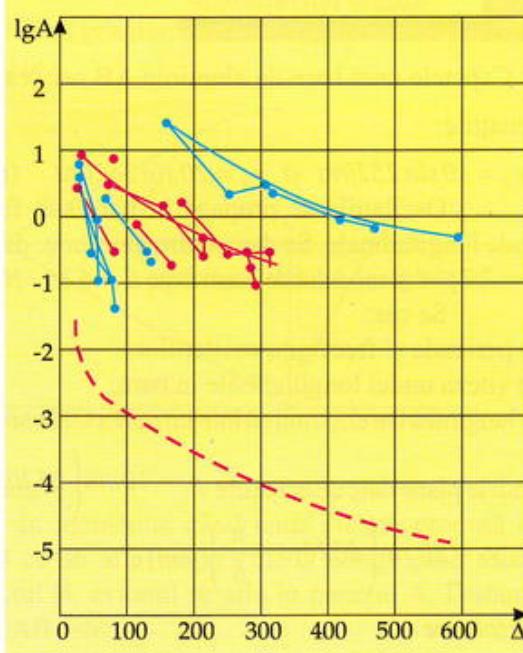


Fig. 77 Scara seismică

(F1,F2) 9.3. Educație antiseismică.

Răspunsuri scurte la întrebări frecvente legate de cutremure

- Există vreo schemă temporală de producere a cutremurelor?

Nu. Cutremurile se produc oricând de-a lungul celor 24 de ore ale unei zile: atât ziua, cât și noaptea, atât dimineața cât și după amiaza.

- Există vreo legătură între vreme, anotimp și cutremure?

Nu. Mulți cred că unele cutremure au loc mai ales în anumite anotimpuri. De fapt, nu există nici o corelație între vreme și cutremure, deoarece cutremurile se produc mult sub zonele afectate de vreme.

- Care sunt factorii care se iau în considerare la asigurarea împotriva cutremurelor?

- apropierea de zone seismic active;
- istoria seismică a zonei (frecvența de producere a cutremurelor, timpul trecut de la producerea ultimului cutremur);
- tipul construcției ce urmează a fi asigurată: tipul fundației, materialele folosite, proiectul arhitectonic, calitatea lucrului efectuat;

- condițiile locale.

- Cum sunt înregistrate cutremurile?

Cutremurile sunt înregistrate de rețele de stații seismice. Fiecare stație seismică din rețea măsoară mișcarea solului în locul în care ea este instalată.

- Care este cantitatea de energie eliberată în timpul unui cutremur?

Prin comparare, iată câteva valori ale cantității de TNT necesare pentru a produce o explozie echivalentă unei magnitudini date: 4° pe sc. Richter - 6 tone; 6° pe sc. Richter - 6270 tone; 9° pe sc. Richter - 99 000 000 tone.

- Se schimbă comportamentul animalelor înaintea unui cutremur?

Da. Câinii, pisicile, șerpii, caii, vitele, peștii etc., se comportă ciudat înaintea unui cutremur. Dar acest comportament poate fi cauzat și de alți factori. De aceea este foarte greu de sătăcă căruia factor i se datorează comportamentul schimbător al animalelor.

- Pot fi prevenite cutremurile?

Se poate micșora impactul unui cutremur asupra oamenilor și construcțiilor prin îmbunătățirea structurilor, prin folosirea proiectării antiseismice, prin aranjarea mai sigură a interiorului caselor și prin educarea populației.

- Care este diferența între o predicție și o prognoză a unui cutremur?

Predicția unui cutremur implică determinarea unei date, a unui loc și a unei magnitudini pentru un cutremur viitor. Prognoza asociază o serie de probabilități, un interval de timp și

unul de magnitudine cu o regiune dată.

- În timpul unui cutremur trebuie să stăm în dreptul ușii?

Da, dar doar dacă locuim în case mai vechi, de cărămidă. În casele moderne, zonele unde sunt amplasate ușile nu sunt mai puternice decât alte părți ale casei. În plus, ușile se pot balansa și vă pot lovi. În aceste cazuri este mai sigură metoda de adăpostire sub o piesă de mobilier.

- Ce lucruri nu trebuie făcute în timpul și după un cutremur?

- nu încercați să porniți gazul, în cazul în care l-ați oprit dvs. sau a fost oprit automat. Lăsați compania de gaze să o facă;

- nu folosiți chibrituri, brichete, echipamente electrice, până nu sunteți siguri că nu există surgeri de gaze;

- nu folosiți telefoanele decât în caz de urgență, pentru a nu ține liniile ocupate în timp ce alții chiar au nevoie de ele;

- nu așteptați pompierii, medicii sau poliția să vă ajute, deoarece s-ar putea să fie ocupati în altă parte.

1. Capetele unei bare de aluminiu AB oscilează după ecuațiile:

$$y_A = 10 \sin 2520\pi t \text{ și } y_B = 20 \sin 2520\pi t \text{ (mm).}$$

Oscilațiile se propagă în bară sub formă de unde longitudinale. Se dă pentru aluminiu: densitatea $\rho = 2,7 \text{ t/m}^3$ și modulul de elasticitate $E = 6,86 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$.

Se cer:

- a) perioada și frecvența oscilațiilor;
- b) viteza undei longitudinale în bară;
- c) lungimea barei, știind că într-un punct C al barei sosesc undele plane date de ecuațiile $y_1 = 10 \sin \left(2520\pi t - \frac{\pi}{3} \right)$ și $y_2 = 20 \sin \left(2520\pi t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ (mm)}$.

Rezolvare

a) Ecuarea pentru un punct care oscilează armonic este $y = A \sin \omega t$. Prin identificare cu $y = 10 \sin 2520\omega t$ rezultă: $\omega = 2520\pi \text{ rad/s}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2520\pi} \text{ s} = \frac{1}{1260} \text{ s}$. Frecvența, $v = \frac{1}{T} = 1260 \text{ Hz}$.

$$\text{b) } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{6,56 \cdot 10^{10}}{2700}} = 5050 \text{ m/s.}$$

c) Sursa A generează unde de forma: $y_A = 10 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$, iar sursa B generează unde de forma: $y_B = 20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$. Oscilațiile în punctul C primite de la cele două surse au ecuațiile: $y_{CA} = 10 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l_1}{\lambda} \right)$ și $y_{CB} = 20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l_2}{\lambda} \right)$, $\lambda = vT = 5050 \frac{1}{1260} \approx 4 \text{ m}$.

Dedem, $\frac{2\pi l_1}{\lambda} = \frac{\pi}{3}$ deci $l_1 = \frac{\lambda}{6}$ respectiv $2\pi \frac{l_2}{\lambda} = \frac{\pi}{6}$, $l_2 = \frac{\lambda}{12}$.

$$\text{Lungimea barei } l = l_1 + l_2 = \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{4} = 1 \text{ m.}$$

2. La capătul A al ramurii unui diapazon se leagă un fir de lungime $l = 2 \text{ m}$ și de masă $m = 12 \text{ g}$. La celălalt capăt al firului se suspendă masa $m_1 = 960 \text{ g}$. Se produc oscilații ale diapazonului. În firul AB se produc unde staționare. Să se afle:

- a) viteza de propagare a undelor transversale în fir;
- b) frecvența oscilațiilor diapazonului dacă pe fir s-au format 9 noduri.

Rezolvare

- a) Masa firului pe

unitatea de lungime este

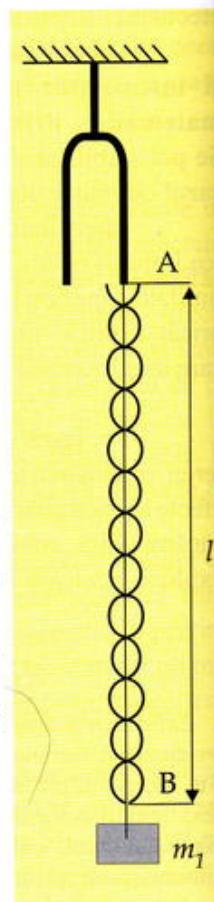
$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{2} = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Tensiunea în fir $T = mg = 0,96 \text{ N}$.

Viteza undelor transversale,

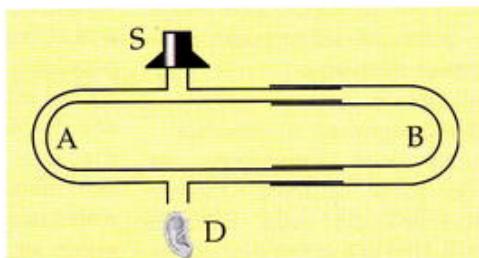
$$v_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{0,96}{0,006}} = 40 \text{ m/s.}$$

b) În punctul A se formează ventru, iar în punctul B se formează nod. Pe lungimea firului sunt 19 sferturi de lungimi de undă, $l = 19 \frac{\lambda}{4}$, $\lambda = \frac{4l}{19}$. Deci $v = \frac{19v_t}{4l} = \frac{19 \cdot 40}{8} = 95 \text{ Hz}$.



3. În figura de mai jos este reprezentat dispozitivul lui König, folosit pentru determinarea vitezei sunetului în aer prin metoda interferenței undelor sonore. În S este plasată o sursă de unde a căror frecvență este $v = 2000 \text{ Hz}$. Cele două ramuri ale dispozitivului au inițial lungimile egale, $SAD = SBD = l = 0,825 \text{ m}$. Să se afle:

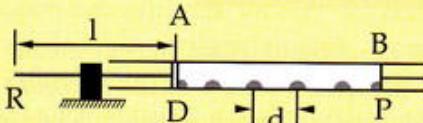
- a) amplitudinea oscilațiilor din receptor, dacă amplitudinea oscilațiilor sursei este $A = 0,5 \text{ mm}$;
- b) distanța pe care trebuie deplasat tubul M pentru ca în receptorul R să se producă primul minim de oscilație. Ce valoare are în acest caz amplitudinea lui R?



Rezolvare

- a) $A_r = 2A = 1 \text{ mm}$, $A_r = 2A \cos n \frac{\Delta x}{2} = 2A = 1 \text{ mm}$;
 b) $v = \frac{c}{\lambda_r} = \frac{c}{2L} = 3000 \text{ Hz}$.

4. La capătul A al unui tub de sticlă orizontal se află un dop (D) străbătut de tija metalică RD de lungime $L = 0,8 \text{ m}$, fixată la mijloc. La capătul B se află un



piston P ce se poate deplasa în lungul tubului (tubul Kundt). În porțiunea PD a tubului se află praf fin de plută. Prin frecarea porțiunii RO a tijei, iau naștere unde longitudinale ce provoacă vibrații ale coloanei de aer DP . În urma interferenței dintre unda directă și unda reflectată, în tubul AB iau naștere unde staționare, materializate prin așezarea prafului în grămăjoare. În P și D se formează noduri. Să se afle:

- a) frecvența undelor ce iau naștere în tijă (viteza de propagare în tijă este $c_s = 4800 \text{ m/s}$);
 b) lungimea de undă a undelor staționare din tubul AB , dacă praful indică formarea a $n = 8$ venre și dacă $AB = 0,495 \text{ m}$;
 c) viteza de propagare a undelor în aer.

Rezolvare

- a) $v = \frac{c}{\lambda_r} = \frac{c}{2L} = 3000 \text{ Hz}$;
 b) $l = 8 \frac{\lambda_r}{2}, \lambda_r = \frac{2l}{8} = 0,124 \text{ m}$;
 c) $v_{tijă} = v_{aer}, c_{aer} = \frac{c_{tijă} \lambda_{aer}}{\lambda_{tijă}} = 368,29 \text{ m/s}$.

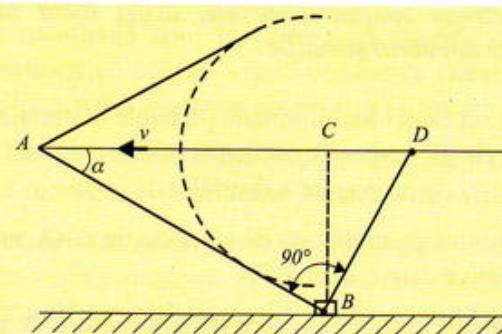
5. Pe suprafața apei dintr-un bazin cad dintr-un robinet, la intervale egale de timp, picături de apă. Distanța dintre două creste succeseive care se nasc este $d = 30 \text{ cm}$, iar viteza de propagarea a undelor la suprafața apei este $c = 0,3 \text{ m/s}$. Să se afle numărul de picături ce cad pe minut din robinet.

Rezolvare

Intervalul de timp între două picături este $t = d/c = 1 \text{ s}$. Vor cădea 60 de picături/min.

6. Un avion cu reacție zboară cu viteza $v = 500 \text{ m/s}$ la o înălțime de 6 km . La ce distanță de o casă se află

avionul când geamurile casei încep să vibreze? Se dă $c = 340 \text{ m/s}$.

**Rezolvare**

În momentul când unda sferică produsă se avioanelor ce se află în punctul D atinge casa aflată în punctul B, avionul se află în punctul A. Distanța căutată AB este:

$$AB = BC / \sin \alpha = BC \cdot v/c = 8,82 \text{ km}$$

6. Cu ocazia unei festivități o coloană lungă de sportivi defilează pe un stadion. În fruntea coloanei merge o fanfară. Se poate observa că sportivii din ultimele rânduri nu merg în același pas cu cei din primele rânduri. Oare sportivii nu sunt în stare să meargă în pași cadențați?

Rezolvare

Fenomenul se explică dacă luăm în considerare viteza de propagare a sunetului în aer (340 m/s). Sunetul care ajunge până în ultimele rânduri poate să întârzie, față de primele atât cât trebuie pentru executarea unui pas.

Considerând pasul sportivilor în medie 75 cm și viteza de defilare $5,4 \text{ km/oră}$ atunci pentru a face un pas sportivul are nevoie de $0,5 \text{ s}$. În acest timp sunetul parcurge 170 m . Dacă lungimea coloanei ar fi exemplu de 170 m sportivii din ultimul rând ar avea o întârziere de 1 pas față de cei din primul rând.

7. Fanfara se îndepărtează după un colț de stradă. După câțiva timpi se audă numai toba și trombonul. De ce nu se aud și celealte instrumente?

Rezolvare

Clarinetul, flautul emit unde sonore cu lungimea de undă mai mică. Acestea suferă o difracție mai mică la colțul străzii și se propagă mai ales în linie dreaptă. Toba și trombonul emit unde sonore cu lungime de undă mai mare, care se difractă puternic la colțul străzii, deviază de la linia de propagare și ajung la urechea observatorului.

Răspunde repede și bine!

Completează spațiile punctate, astfel încât să se respecte adevărul științific.

1. În cazul unde longitudinale punctele materiale din mediul elastic respectiv oscilează pe direcții cu direcția de propagare a frontului de undă.
2. Lungimea de undă este distanța dintre două puncte consecutive care oscilează în
3. Legătura dintre viteza de fază și lungimea de undă este
4. Fenomenul de întoarcere a undei în mediul din care a provenit la suprafața de separare dintre două medii se numește
5. Înlătîrimea sunetului este calitatea sunetului care se datorează

Alege răspunsul corect!

6. O coardă suportă o forță de 3 ori mai mare decât propria greutate. Raportul frecvențelor undelor staționare obținute în cele două cazuri pentru ca numărul de fusuri în poziția verticală să fie dublu este:

$$a) \frac{v_2}{v_{12}} = \sqrt{3}; \quad b) \frac{v_2}{v_{12}} = 3; \quad c) \frac{v_2}{v_{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

7. Frecvența fundamentală a unui tub deschis de lungime l este:

- a) de două ori mai mică decât a unui tub deschis de aceeași lungime;
- b) de două ori mai mare decât a unui tub deschis de aceeași lungime;
- c) egală cu a unui tub închis de lungime $2l$;
- d) egală cu a unui tub închis de lungime $l/2$.

8. Frecvența sunetului:

- a) crește cu temperatura mediului;
- b) scade cu temperatura mediului;
- c) crește cu altitudinea, dacă temperatura aerului rămâne constantă;
- d) scade cu altitudinea, dacă temperatura aerului rămâne constantă.

9. Elongația particulelor mediului prin care se propagă o undă longitudinală:

- a) este în fază cu unda de presiune;
- b) este defazată cu $\pi/2$ față de unda de presiune;
- c) este defazată cu π față de unda de presiune.

10. Într-un tub cu aer frecvența fundamentală corespunde:
- a) unui nod al elongațiilor la fiecare capăt și ventru la mijlocul tubului, dacă tubul este deschis;
 - b) unui ventru al elongațiilor la capete și nod la mijlocul tubului, dacă tubul este deschis;
 - c) unui nod la fiecare capăt dacă tubul este închis;
 - d) unui nod la capătul închis și ventru la capătul deschis.

Aplică și aprofundează!

11. O sursă de oscilații aflată într-un mediu elastic emite unde plane de forma $y = 0,25 \sin 100\pi t$ (mm). Lungimea de undă a undelor longitudinale care se formează în acest mediu este $\lambda = 10$ m.
- a) După cât timp va începe să oscileze un punct situat la distanța $x_1 = 8$ m de sursă?
 - b) Ce defazaj există între oscilațiile punctului aflat la distanța x_1 de sursă și ale sursei?
 - c) La ce distanță se află două puncte ale căror oscilații sunt defazate cu $\pi/6$ rad?
 - d) Ce defazaj există între două puncte situate la distanța $\lambda/2$?

R: a) $t_1 = 16$ ms; b) $\phi = 8\pi/5$ rad = 288° ; c) $x = 0,833$ m; d) $\phi = \pi$ rad

12. O undă se propagă într-un mediu de modul de elasticitate $E_1 = 10^{11}$ N/m² și densitate $\rho_1 = 7000$ kg/m³. Sub unghiul de incidență $i = 30^\circ$ unda trece într-un mediu cu densitatea $\rho_2 = 11,3 \cdot 10^3$ kg/m³ și cu modulul de elasticitate $E_2 = 0,17 \cdot 10^{11}$ N/m². Să se calculeze unghiul sub care se refractă unda.

R: $r = 90^\circ 30'$

13. Care este viteza sunetului în:

- a) O_2 ; b) H_2 ; c) CH_4 ; d) Ne la $27^\circ C$?

Comparați-o cu viteza în aer la aceeași temperatură și arătați valorile extreme posibile la o temperatură dată.

Operationalizare - transfer

14. Două surse de oscilații, S_1 și S_2 emit unde ale căror amplitudini sunt $A_1 = 2$ mm și $A_2 = 5$ mm. Frecvența undelor este $v = 160$ Hz iar viteza de propagare este $c = 320$ m/s.

Să se afle amplitudinea de oscilație a unui punct situat la distanța $x_1 = 6,5$ m de S_1 și $x_2 = 32/3$ m de S_2 dacă sursele oscilează în fază.

R: $A = 6,8$ mm

15. Două tuburi sonore A și B au lungimile $l_1 = 2,8$ m și respectiv l_2 . Tubul A este deschis la ambele capete iar tubul B este închis la un capăt. Armonica a doua a

sunetului
treia pro...
a) lungin...
b) frec...
de cele...
 $c = 340$

16. O să...
secțiunii...
de oțel d...
acest sis...

Cunc...
 $\rho_{AI} = 2$
frecvenț...
astfel înc...
a) nod; ...
noduri.

17. Într-...
1,38, vite...
Știind că...
aer este...
gazului.

18. Calc...
intr-un a...
raportul...
viteza su...

19. Un d...
unui pen...
 $I = 196$
care pen...
frecvenț...
execută...
consecut...
lăngă ca...
lungimea...
cu diapaza...

20. Din...
același s...
temperatu...
frecvența...

21. O su...
este așez...
tub, ca i...
deplaseaz...
sonoră at...
și al doilei...
 $L' = 12$
acest fene...
viteza su...

sunetului produs de tubul *A* coincide cu armonica a treia produsă de tubul *B*. Să se afle:

a) lungimea tubului *B*;

b) frecvențele fundamentale ale sunetelor produse de cele două tuburi, viteza sunetului în tuburi fiind $c = 340 \text{ m/s}$.

$$R: a) l_2 = 3,5 \text{ m}; b) v_{1A} = 425/7 \text{ Hz}, v_{1B} = 170/7 \text{ Hz}.$$

16. O sărmă de *Al* de lungime $l_1 = 60 \text{ cm}$, având aria secțiunii transversale $s = 1 \text{ mm}^2$, este legată de o sărmă de oțel de aceeași secțiune și lungime $l_2 = 86,6 \text{ cm}$. De acest sistem este suspendat un corp de greutate 100 N .

Cunoscând densitățile celor două sărme:

$\rho_{\text{Al}} = 2,6 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{oțel}} = 7,8 \text{ g/cm}^3$, să se determine frecvența fundamentală a undelor staționare ce apar astfel încât în punctul de legătură să se observe:

a) nod; b) ventru. Să se determine numărul total de noduri.

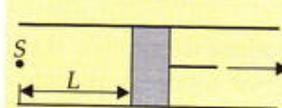
17. Într-un gaz având densitatea relativă față de aer $1,38$, viteza sunetului la temperatură 15°C este $314,2 \text{ m/s}$. Știind că la aceeași temperatură viteza sunetului în aer este 340 m/s , determinați exponentul adiabatic al gazului.

18. Calculați viteza sunetului la temperatură de 15°C într-un amestec de hidrogen și oxigen cunoscând raportul volumic al celor două gaze $V_{H_2}/V_{O_2} = 2$ și viteza sunetului în aer la aceeași temperatură 340 m/s .

19. Un diapazon este deplasat vertical în vecinătatea unui pendul gravitațional aflat în oscilație, de lungime $L = 196 \text{ cm}$, astfel încât ele se ating în momentul în care pendulul trece prin poziția extremă. Calculați frecvența sunetului emis de diapazon dacă acesta execută 299 vibrații complete între două ciocniri consecutive cu pendulul. Același diapazon este așezat lângă capătul deschis al unui tub sonor. Calculați lungimea minimă a tubului pentru a intra în rezonanță cu diapazonul.

20. Din două tuburi, fiind inițial la 0°C , se emite același sunet $v = 400 \text{ Hz}$ (sunet la unison). Dacă temperatura uneia din ele se ridică cu $5,4^\circ\text{C}$, calculați frecvența bătăilor observate.

21. O sursă *S*, emițând sunete cu frecvența 210 Hz este așezată în apropierea capătului deschis al unui tub, ca în figură. Se constată că, dacă pistonul se deplasează încet de-a lungul tubului, intensitatea sonoră atinge un maxim când lungimea $L = 41 \text{ cm}$ și al doilea maxim pentru $L' = 121 \text{ cm}$. Explicați acest fenomen și calculați viteza sunetului în aer.



22. O sursă sonoră, emițând o notă cu frecvență v se apropie de un observator staționar cu o viteză constantă de $1/10$ din viteza sunetului în aer. Sursa este menținută apoi în repaus iar observatorul se depărtează cu aceeași viteză constantă. Determinați frecvența notei auzite de observator în fiecare caz.

23. De câte ori crește intensitatea undei sonore dacă amplitudinea presiunii undei crește de două ori?

24. Dacă două unde sonore de intensități și frecvențe egale se găsesc una în aer, cealaltă în apă, care este raportul dintre amplitudinile presiunii undelor? Dar diferența dintre nivelele lor de intensitate sonoră? ($v_{\text{apă}} = 1490 \text{ m/s}$)

25. Prin convenție internațională, frecvența notei "La" din octava centrală este fixată la 440 Hz . În tabelul următor sunt date rapoartele frecvențelor notelor succesive în scara naturală:

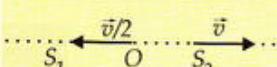
a) Calculați frecvențele notelor din această octavă precum și raportul frecvențelor extreme Do_2/Do_1 ;

DO ₁	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO ₂
9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	
ton	ton	semiton	ton	ton	ton	ton	semiton

b) Comparați raportul frecvențelor pentru cvinta $Do_1 - Sol$ cu cvinta $Fa - Do_2$;

c) Aflați viteza unui automobil care trece pe lângă o sursă sonoră aflată în repaus, dacă înălțimea sunetului percepță de șofer variază cu un semiton atunci când automobilul se apropie și apoi se depărtează de sursă.

26. Un observator *O* se află la un moment dat între două surse sonore aflate la unison ($v = 500 \text{ Hz}$). Sursa *S*₁ este în repaus iar sursa *S*₂ și observatorul se deplasează conform figurii ($v = 60 \text{ m/s}$). Cunoscând viteza sunetului în aer 330 m/s , să se explice fenomenul și să se determine frecvența înregistrată de observator.



27. Scrieți un scurt referat cu tema: „Zgomotul” răspunzând la întrebările următoare:

- cum definiți zgomotul?;

- care sunt efectele asupra organismului uman?

28. Elaborați un eseu pornind de la următorul citat: „Sunetul pur este un fel de creație. Natura nu are decât zgomote...” (Paul Valéry)

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F2)

1. Arătați semnificația mărimilor fizice din sirul A și găsiți corespondența cu unităile de măsură din sirul B.

A) P	λ	v	c	ρ	N	
B) dB	s^{-1}	Hz	m	m/s	kg/m^3	W

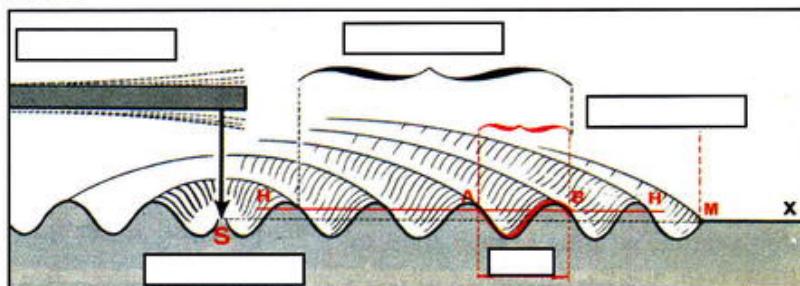
2. Găsiți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații.

- a) Procesul de propagare a deformărilor într-un mediu elastic se realizează sub formă de undă.
- b) Undele longitudinale se propagă numai în lichide.
- c) Propagarea oscilațiilor este însotită de transport de masă.
- d) Unda mecanică descrie un fenomen cu o dublă periodicitate: în timp și în spațiu.
- e) Principiul lui Huygens explică mișcarea progresivă a unei unde prin construcția fronturilor de undă din aproape în aproape.
- f) Două unde care provin de la surse diferite dar au frecvențe egale, sunt coerente.

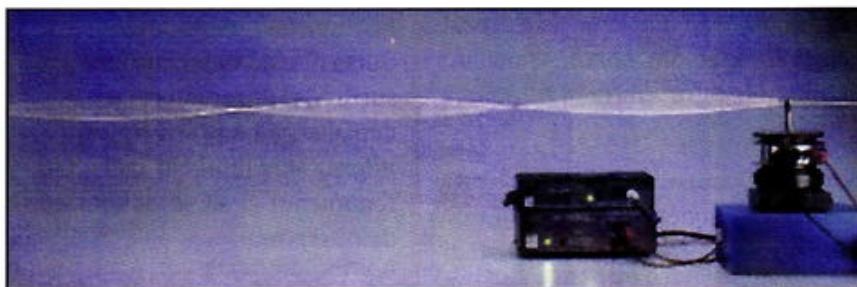
3. Asociați denumirilor fenomenelor din coloana A, acțiuni corespunzătoare noțiunilor din coloana B.

A	B
reflexie	ocolire aparentă
refracție	suprapunere
interferență	întoarcere
difracție	schimbarea direcției

4. Recunoașteți tipul undei din imaginea de mai jos. Completați în interiorul căsuțelor noțiuni potrivite și scrieți expresia vitezei sale de propagare.



5. Completează spațiile punctate cu noțiuni teoretice corespunzătoare, ținând cont de imaginea de mai jos.



Undele care se obțin prin compunerea a două unde plane cu aceeași amplitudine și perioadă sunt unde și reprezintă un caz particular al fenomenului de

Punctele care au valori maxime ale amplitudinii se numesc, iar cele cu amplitudine zero sunt

Distanța dintre două noduri consecutive este

Pentru a se forma ventre, defazajul dintre undă directă și cea reflectată este

În imaginea de mai sus se observă ventre și noduri.

6. În dreptul unei ferestre deschise, cu suprafață $1,5\text{ m}^2$ se produce un zgomot al cărui nivel de intensitate este 60 dB . Câtă putere acustică „intră“ pe fereastră datorită undelor sonore provocate de zgomot?

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (FI)

1. Alegeți din sirul următor expresia lungimii de undă pentru o undă transversală și explicați semnificația fizică a termenilor precum și unitatea de măsură a fiecărui.

a) $\lambda = v \cdot T$; b) $\lambda = \frac{I}{v} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ c) $\lambda = T \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ d) $\lambda = \frac{\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{Tl}{m}}$

2. Combinând enunțurile din cele două coloane, construiți variante corecte:

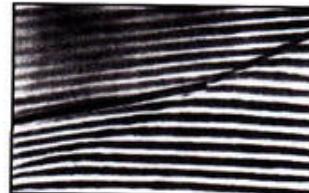
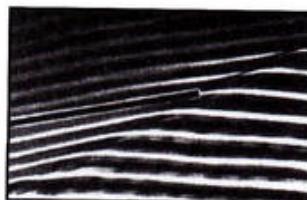
- | | |
|--|--|
| A. Propagarea oscilațiilor într-un mediu solid ... | a) este însotită de transport de energie și masă. |
| B. Unda longitudinală ... | b) este însotită de transport de energie, fără transport de masă. |
| | c) are loc cu viteza constantă, care depinde de proprietățile inerțiale ale mediului. |

3. Ecuația undei transversale într-o coardă este: $y = 3 \sin \pi (0,5x - 200t)$ (cm).

- Identificați amplitudinea, perioada, frecvența și lungimea de undă.
- Calculați viteza de propagare a undei.
- Desenați forma coardei pentru următoarele momente de timp: 0 s; 0,0025 s; 0,005 s.
- Aflați tensiunea în coardă cunoscând masa unității de lungime 3 g/cm.
- Dacă unda se propagă într-un fir întins prin la ambele capete 60 cm, unul de celălalt și este supusă unei tensiuni de 400 N, determinați noua frecvență pentru care se formează unde staționare cu cinci noduri.

4. O sursă sonoră cu frecvență 2500 Hz este deplasată spre un perete cu viteza 1,2 m/s. Un observator (ex: un microfon) în repaus aflat în spatele sursei sesizează această mișcare. Ce fenomen se produce? Care este frecvența sunetului recepționat? Dar dacă sursa rămâne pe loc și se deplasează microfonul brusc spre perete? Ce va înregistra acesta? Care este distanța dintre două minime consecutive?

5. Figurile următoare prezintă imagini dintr-o cuvă cu apă în care s-a obținut unde pentru două frecvențe diferite ale vibratorului în condițiile în care se lasă o bară pe peretele despărțitor al cuvei, paralelă cu frontul undei reflectate.



- Indicați o mărime care diferențiază undele prezentate în cele două cazuri.
- Ce fenomen vă sugerează cele două ilustrații?

6. Trei unde sinusoidale de aceeași perioadă și amplitudine A , $2A$, respectiv $3A$ defazate cu $\pi/2$, două câte două, interferă. Să se scrie ecuația undei rezultante.

7. Să se determine energia cinetică și potențială din unitatea de volum a unei unde plane monocromatice (densitatea de energie a undei).



James - Clerk Maxwell
(1831 - 1879)

Ilustru fizician englez ce a studiat la Cambridge și a fondat școala experimentală de fizică engleză a acestei universități. Talentat matematician, a pus bazele teoretice ale teoriei electromagnetismului.



Hendrik Antoon Lorentz
(1853 - 1928)

Fizician olandez, continuatorul teoriei lui Maxwell s-a ocupat cu rezolvarea unor probleme importante privind propagarea luminii în medii aflate în mișcare. A emisă ideea "gazului electronic" și a fost laureat al Premiului Nobel în 1902 alături de Pieter Zeeman.



Rudolf Heinrich Hertz
(1857 - 1894)

Fizician german care a pus bazele experimentale ale teoriei electromagnetismului maxwellian. A dezvoltat studii asupra circuitelor oscilante și a pus în evidență în 1888 existența undelor electromagnetice care-i poartă numele.

1785...

Coulomb - descoperă legea de interacție a sarcinilor electrice.

1800...

Galvani și Volta - descoperă principiul și realizează primele elemente generatoare electrochimice.

Herschel descoperă radiațiile infraroșii, iar Ritter descoperă radiațiile ultraviolete.

1820...

Oersted - descoperă efectul magnetic al curenților electrici.

1821...

Ampere - descoperă forța electrodinamică.

1825...

Sturgeon - realizează primul electromagnet.

1831...

Faraday și Henry, independent unul de altul, descoperă efectul de inducție electromagnetică.

1837...

Cooke, Wheatstone și, independent de ei, Morse realizează telegraful, primul dispozitiv de transmisie electronică a datelor aplicat rapid în domeniul controlului transportului feroviar.

1850...

Este realizat primul generator electromagnetic de tensiune electromotoare.

Fizeau și Foucault efectuează primele măsurători ale vitezei de propagare a undelor luminoase.

1870...

Gramme construiește generatorul electromagnetic reversibil de tensiune electromotoare care poate funcționa și ca un motor de curent continuu.

1873...

Maxwell introduce noțiunea de curent de deplasare și stabilește forma sistemului de ecuații care poate descrie global toate fenomenele electromagnetice.

1876...

Graham Bell înregistrează ca invenție telefonul.

1880...

Thomas Alva Edison inventează becul electric cu incandescență.

1888...

Hertz realizează primele experimente de producere a radiațiilor electromagnetice din domeniul radiofrecvenței. Tesla realizează primul motor electric de curent alternativ.

1901...

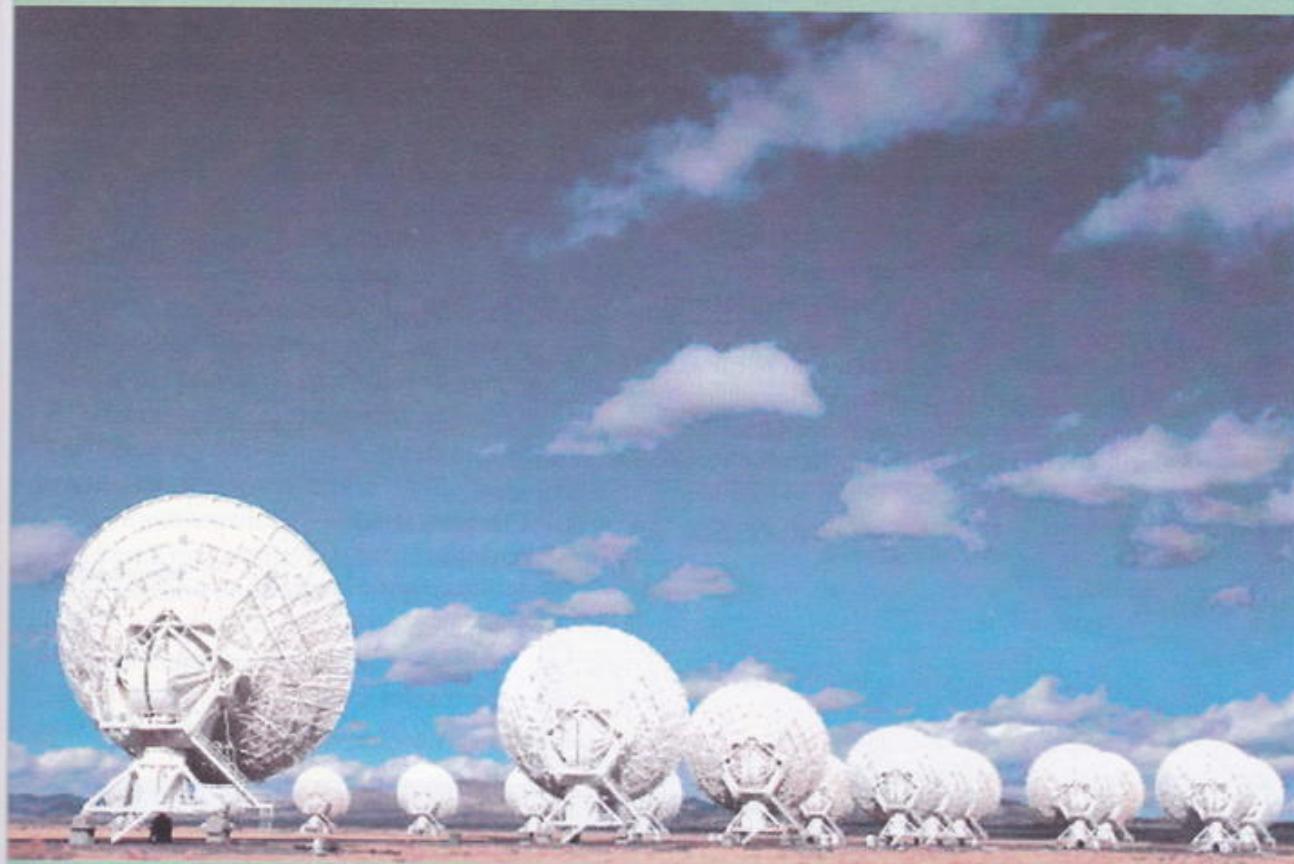
Guglielmo Marconi realizează primele comunicații radio peste Oceanul Atlantic.

Pentru a afla mai multe accesați: <http://en.wikipedia.org/wiki/>;
www.e-scoala.ro, www.fendt.com

OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE

Îndrumarea spre înțelegerea corectă a fenomenelor electrice și magnetice o datorăm lui Michael Faraday.

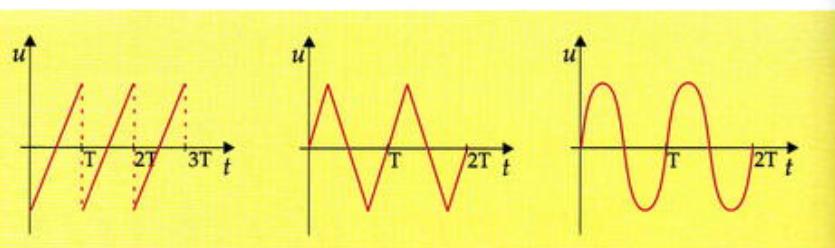
(Max von Laue)



POTI AFLA

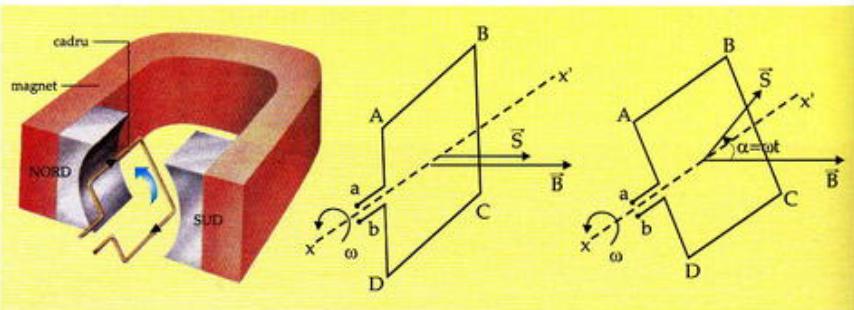
- Cum se poate realiza o descriere a unei întregi clase de fenomene printr-un model matematic unitar?
- Ce similitudini și diferențieri se pot stabili între oscilațiile mecanice și cele electromagnetice?
- Ce conexiuni există între fenomenele electromagnetice specifice circuitelor electrice în regim variabil și undele hertziene?
- Ce aplicații au undele electromagnetice? Oare toate sunt benefice?

• **Curentul electric alternativ** ia naștere într-un circuit la bornele căruia se aplică o tensiune care, periodic, își schimbă sensul. Dependența de timp a tensiunii este exemplificată mai jos. Definitorie, în toate cazurile este inversarea periodică a sensului tensiunii.



Tensiunea electrică alternativă sinusoidală este descrisă printr-o dependență de timp de forma: $u = U_{\max} \sin \omega t$.

• Tensiunea electromotoare alternativă sinusoidală poate fi generată utilizând **fenomenul de inducție electromagnetică**. Această tensiune electromotoare inducă în cadru prin rotirea sa în câmp magnetic, se datorează variațiilor fluxului magnetic prin suprafața cadrului.



• Oscilațiile mecanice ale electronilor de conducție sunt practic simultane cu oscilațiile câmpului electric, deci cu oscilațiile tensiunii alternative. Intensitatea curentului electric prin rezistorul R este la fiecare moment $i = (U_{\max}/R) \sin \omega t$ unde $I_{\max} = U_{\max}/R$ reprezintă **amplitudinea oscilațiilor intensității curentului electric**.

• Legile circuitelor de curent continuu pot fi aplicate și în cazul circuitelor de curent alternativ pentru mărimile instantanee (pentru intervale scurte de timp curentul electric alternativ poate fi considerat constant).

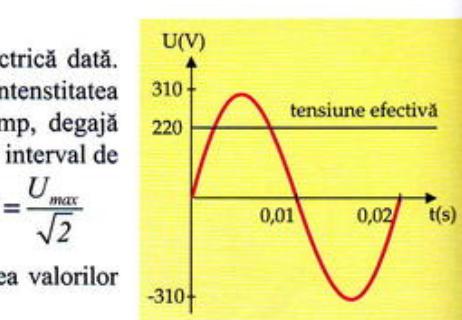
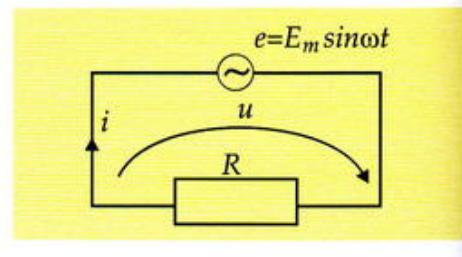
• **Valorile efective ale intensității și tensiunii** unui curent alternativ au semnificația unor valori medii care pot fi evidențiate prin efectul termic pe care-l produce trecerea unui curent print-un conductor cu rezistență electrică dată. Valoarea efectivă a intensității unui curent alternativ sinusoidal este egală cu intensitatea unui curent constant care, trecând printr-un rezistor într-un interval de timp, degajă aceeași cantitate de căldură prin efect Joule ca și curentul alternativ în același interval de timp. Acestei intensități îi corespunde o tensiune efectivă: $I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$

• **Osciloscopul catodic** este un instrument care permite determinarea valorilor momentane a tensiunii variabile în timp.

• Pentru consumul electric industrial și casnic **frecvența curentului alternativ este de 50 Hz**, iar tensiunea efectivă este 220 V, valoarea instantanee variind periodic între -311 V și 311 V.

• Pentru bobină, **inductanța** se exprimă prin relația: $L = \frac{\Phi}{I}$, $[L]_{SI} = \frac{Wb}{A} = H$ unde Φ este fluxul magnetic prin suprafața mărginită de conturul circuitului și I este intensitatea curentului care îl parurge. În cazul unei bobine cu N spire de arie S , având miez cu permeabilitatea magnetică μ și lungimea înfășurării l (solenoid), inductanța se calculează prin relația: $L = \mu \frac{N^2 S}{l}$.

• Pentru condensator, **capacitatea** se definește prin relația: $C = \frac{q}{U}$, $[C]_{SI} = \frac{C}{V} = F$ unde q este sarcina electrică



acumulată pe armăturile condensatorului sub o diferență de potențial U . Capacitatea condensatorului plan depinde de aria armăturilor S , distanța dintre armături d și permittivitatea mediului dielectric dintre armături: $C = \frac{\epsilon S}{d}$.

• **Proprietățile funcțiilor sinusoidale studiate în clasa a X-a.**

1.CURENT ALTERNATIV SINUSOIDAL

(F1,F2) 1.1. Noțiuni introductive

Consumul și transportul energiei electrice, telecomunicațiile, investigarea „adâncurilor cosmice” și modelul einsteinian al Universului, stau toate sub semnul fenomenelor oscilatorii de natură electromagnetica pe care le-au investigat și descris James Faraday, J.C. Maxwell, H. Hertz, deschizând larg portile unui domeniu al fizicii care s-a dovedit emblematic pentru secolul XX: relativitatea.

Așa cum știi din clasele anterioare, utilizarea tensiunilor electromotoare alternative și a curentului alternativ are o gamă largă de aplicații, de aceea și producerea lor ocupă un loc important în preocupările de astăzi din domeniul științei și tehnologiei.

Se poate produce tensiune electromotoare alternativă de la cea mai mică bicicletă, până la giganticele centrale electrice (fig. 1). Acestea posedă alternatori mari, antrenați de turbine puse în mișcare de rotație de jeturi de vapor de apă (centrale termice sau nucleare - fig. 3) sau de căderi de apă (hidrocentrale).

Pentru a fi utilizată, energia electrică produsă în marile centrale este transportată prin liniile de transmisie sub tensiuni de ordinul zecilor sau, în liniile magistrale, sutelor de mii de volți. Aceste liniile de transport împreună cu circuitele proprii utilizatorilor formează un sistem complex, sistemul energetic, un adevărat „păienjeniș“ ce se întinde pe suprafața întregului continent.

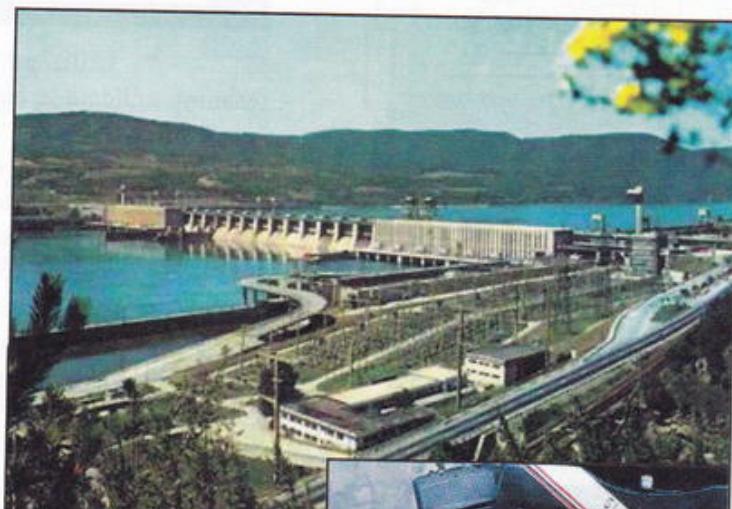


Fig. 1

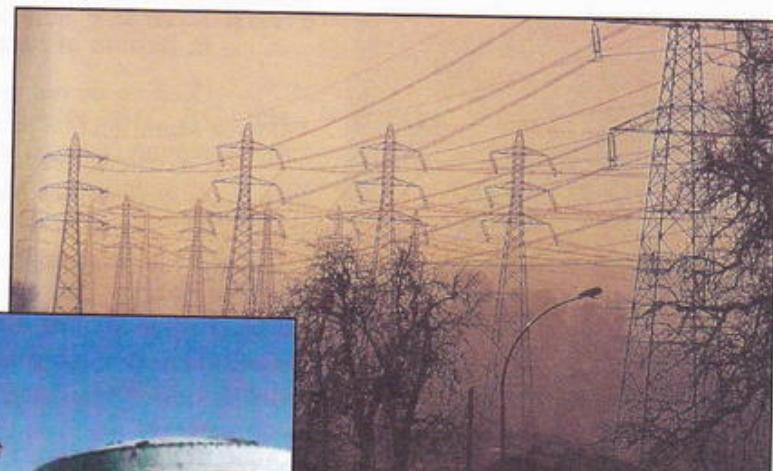


Fig. 2

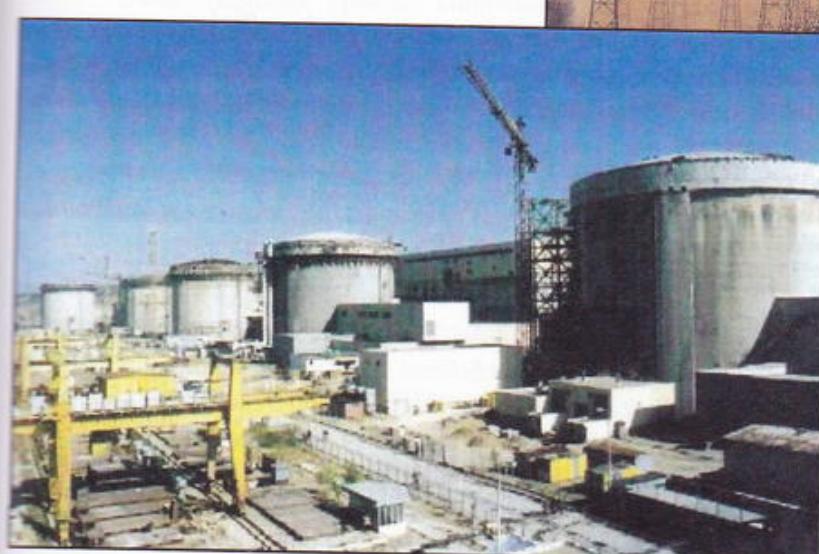


Fig. 3 Centrala nucleară Cernavodă



Fig. 4 Alternatorul unui automobil

(F1,F2) 1.2. Elemente de circuit

A. Rezistorul în curent electric alternativ

Explorare. Investigare

➤ Utilizând montajul din fig. 5, se pot urmări valorile tensiunii aplicate la bornele unui rezistor și ale intensității curentului care îl străbate. Pentru vizualizarea simultană pe ecranul osciloscopului catodic a celor două semnale, se utilizează un dispozitiv electronic (C.E - comutator electronic.) care comută rapid între cele două puncte de măsurare, astfel încât pe ecran apar două spoturi a căror deviație va fi la orice moment, proporțională cu valorile instantanee ale tensiunii (1) și respectiv, intensității curentului (2).

Se va observa că singurul efect determinat de trecerea curentului prin rezistor este disiparea de energie sub formă de căldură, tensiunea și intensitatea curentului oscilând în fază conform diagramelor din fig. 6.

Legea lui Ohm rămâne valabilă ca relație între tensiune și intensitate la fel ca și în cazul curentilor staționari:

$$u = Ri, \text{ unde } u = U_m \sin \omega t \text{ și } i = I_m \sin \omega t.$$

Observație

Faptul că **în cazul dipolului pur ohmic, oscilațiile de tensiune și intensitate sunt în fază**, este evident ceea ce, implicit, s-a utilizat și în montajul folosit pentru experimentul anterior: osciloscopul evidențiază intensitatea curentului prin circuit, măsurând tensiunea la bornele rezistorului R_s , montat în serie cu rezistorul studiat R .

B. Bobina în curent alternativ - circuit RL serie

Ceea ce deosebește bobina de un conductor pur ohmic este valoarea semnificativă pe care o prezintă **inductanța ei**.

Ca reacție la variațiile curentului ce o străbate, în bobină, ia naștere o **tensiune electromotoare autoindusă**. Dacă la borne, tensiunea este u și rezistența electrică a conductorului din care este confecționată bobina este R , atunci: $u + \left(-L \frac{di}{dt} \right) = Ri$ reprezintă ecuația de bilanț al tensiunilor, valabilă la orice moment (legea a II-a Kirchhoff aplicată pe ochiul RL).

Explorare. Investigare

➤ Cu ajutorul circuitului (fig. 7 și 8) se pot evidenția dependențele de timp ale tensiunii la bornele bobinei și intensitatea curentului.

Se remarcă existența unei defazări între oscilațiile de tensiune și intensitate. Această defazare crește în condițiile măririi inductanței bobinei. Dacă valoarea inductanței este foarte mare și rezistența bobinei este suficient de mică, se va observa că **intensitatea rămâne în urma tensiunii cu aproximativ un sfert de perioadă** ($\phi_L \rightarrow \pi/2$).

Considerând că intensitatea curentului alternativ în circuit este de forma $i = I_m \sin \omega t$, rezultă că viteza sa de variație este

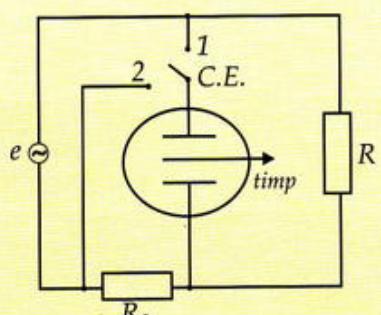


Fig.5

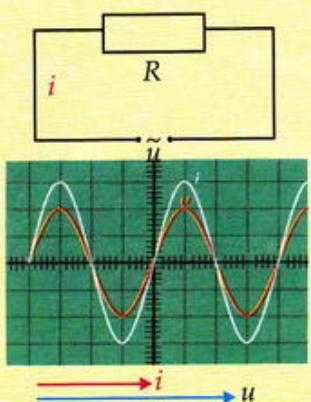


Fig. 6 Graficul dependenței de timp și diagrama fazorială în cazul unui rezistor.

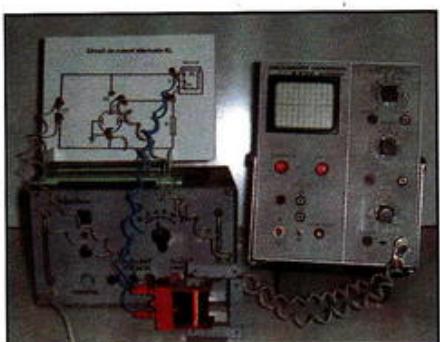


Fig. 7 Montaj experimental circuit RL serie

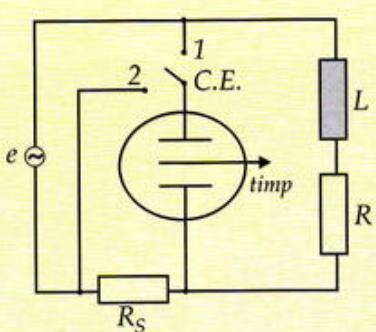


Fig. 8

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos \omega t = \omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

iar relația pentru orice moment t , dintre tensiunile din circuit devine:

$$U_m \sin(\omega t + \varphi_L) = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Dacă definim rapoartele **independente de timp**, $X_L = \frac{U_L}{I}$

(reactanța inductivă) $[X_L]_{st} = \frac{V}{A} = \Omega$ și $Z_L = \frac{U}{I}$ (impedanță)

$[Z_L]_{st} = \frac{V}{A} = \Omega$, atunci pe baza diagramei fazoriale, se poate scrie:

$$Z_L^2 = R^2 + X_L^2 \text{ și } \operatorname{tg} \varphi_L = \frac{X_L}{R}.$$

Când rezistența bobinei este neglijabilă (bobină ideală) impedanța devine practic egală cu reactanța inductivă, iar defazajul dintre tensiunea la borne și intensitatea curentului $\varphi_L \rightarrow \pi/2$.

Observații

- Reactanța inductivă, definită ca raport independent de timp între valorile tensiunii autoinduse și intensității curentului prin bobină, este funcție de inductanță bobinei: $X_L = \omega L$, unde ω este pulsăția oscilațiilor curentului alternativ.

- Ca și rezistență, care arată cât de mult se opune un rezistor trecerii curentului electric, reactanța inductivă caracterizează opoziția inductanței la trecerea curentului. Spre deosebire de rezistor, **bobina este un element de circuit selectiv (se opune mai puțin trecerii curentilor de frecvență mică - filtru "trece jos")**.

C. Condensatorul în curent electric alternativ - RC serie

Condensatorul electric acumulează pe armături sarcină electrică atunci când i se aplică o anumită diferență de potențial: $q = Cu$ unde C este capacitatea condensatorului, q sarcina electrică pe armături și u , diferența de potențial dintre acestea.

Când tensiunea aplicată condensatorului variază în timp, acesta va prezenta o reacție la aceste variații, sarcina de pe armături modificându-se în funcție de diferența de potențial aplicată la fiecare moment. Având în vedere că procesele de polarizare a dielectricului dintre armături sunt însotite de fenomene dissipative, condensatorul se va caracteriza nu numai prin capacitate, ci și printr-o rezistență serie echivalentă a cărei prezență poate descrie efectele dissipative. Astfel, bilanțul tensiunilor se scrie: $u = Ri + \frac{q}{C}$ unde $i = \frac{dq}{dt}$ reprezintă intensitatea curentului care parcurge circuitul.

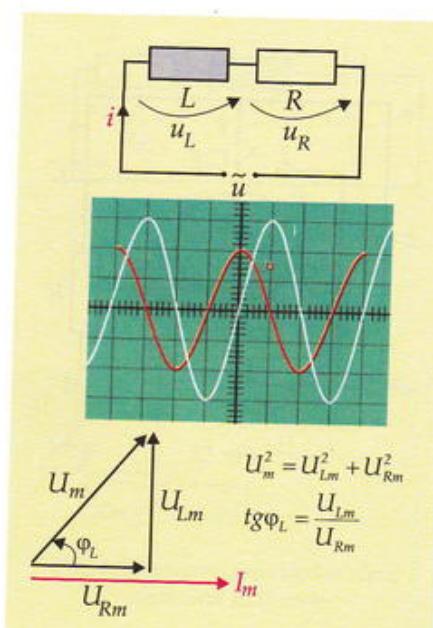
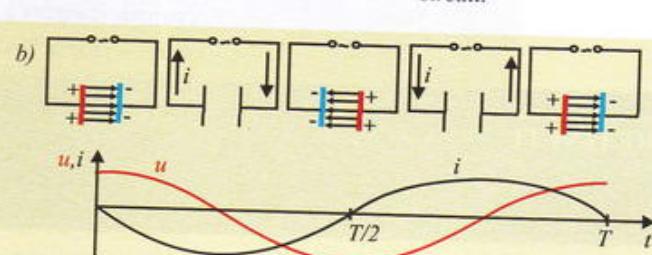
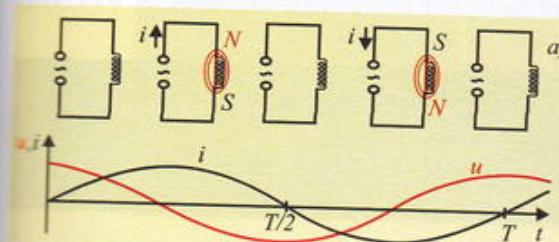


Fig. 9 Graficul dependenței de timp și diagrama fazorială în cazul circuitului RL serie

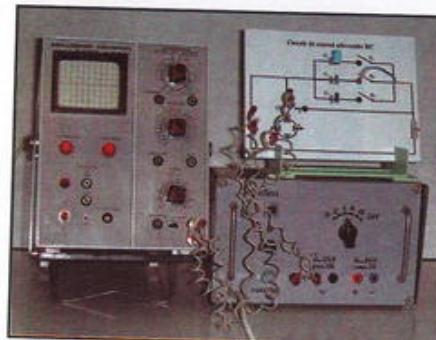


Fig. 10 Montaj experimental circuit RC serie

Fig. 11 Diagramele indică o corelație între câmpul magnetic din bobină (a), respectiv câmpul electric din condensator (b) și tensiunea la borne, respectiv curentul din circuit.

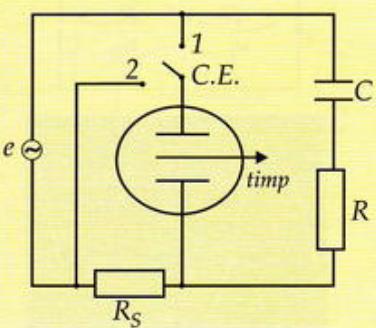


Fig.12

➤ Montajul prezentat (fig. 12) permite observarea oscilațiilor tensiunii alternative aplicate unui condensator și ale intensității curentului.

Se observă datorită comportării reactive a capacității o defazare a tensiunii la bornele condensatorului față de intensitate care tinde, în cazul unei rezistențe neglijabile, să fie corespunzătoare unui sfert de perioadă ($\varphi_C \rightarrow -\pi/2$); intensitatea oscilează în avans de fază față de tensiune.

Considerând ca și mai înainte că intensitatea oscilează după legea $i = I_m \sin \omega t$, atunci, având în vedere că ea reprezintă viteza de variație a sarcinii q de pe armăturile condensatorului, aceasta din urmă se poate exprima ca: $q = -\frac{I_m}{\omega} \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ deoarece $i = \frac{dq}{dt} = -\frac{I_m}{\omega} \frac{d}{dt} (\cos \omega t) = I_m \sin \omega t$.

Astfel, relația instantanee dintre tensiuni va fi:

$$U_m \sin(\omega t - \varphi_C) = RI_m \sin \omega t + \frac{I_m}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Se identifică și în acest caz, un raport independent de timp:

$$X_C = \frac{U_C}{I} \text{ (reactanța capacativă)} \quad [X_C]_{SI} = \frac{V}{A} = \Omega \text{ și}$$

$$Z_C = \frac{U}{I} \text{ (impedanță)} \quad [Z_C]_{SI} = \frac{V}{A} = \Omega.$$

Din diagrama fazorială (fig. 13) rezultă relațiile: $Z_C^2 = R^2 + X_C^2$ și $\operatorname{tg} \varphi_C = -\frac{X_C}{R}$.

În cazul în care condensatorul este ideal (efectele dissipative pot fi neglijate), impedanța devine practic egală cu reactanța capacativă, iar defazajul dintre tensiunea la borne și intensitatea curentului $\varphi_C \rightarrow -\pi/2$.

Observații

- În funcție de capacitate, reactanța capacativă se poate exprima $X_C = \frac{1}{\omega C}$, unde ω este pulsăria oscilației curentului electric alternativ.

- În cazul unui condensator, măsura în care acesta se opune curentului electric este dată de reactanța capacativă. Ca și bobina, condensatorul este un element de circuit selectiv având comportare complementară bobinei (se opune mai puțin curenților de frecvențe mari - filtru "trece sus").

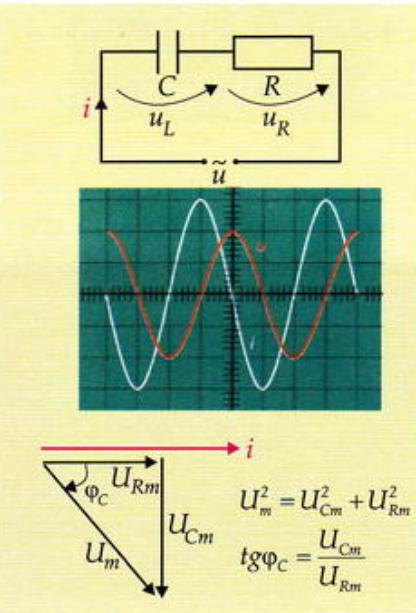


Fig.13 Graficul dependenței de timp și diagrama fazorială în cazul circuitului RC serie

RETINETI

Într-un circuit de curent alternativ valorile maxime și efective respectă legea lui Ohm. Inductanța bobinei ideale defazează curentul în urma tensiunii cu $\pi/2$, iar condensatorul ideal defazează curentul cu $\pi/2$ înainte față de tensiune.

(F1*,F2*) 1.3. Circuit RLC serie

În general, dipolii electrici (consumatorii) care funcționează în regim sinusoidal al tensiunilor aplicate și curenților care îi parcurg sunt alcătuși din elemente disipative (rezistori), reactiv inductive (bobine) și reactiv capacitive (condensatori) conectate în serie.

Defazajul care se evidențiază în acest caz între oscilațiile de tensiune și respectiv intensitate, va fi determinat de valorile parametrilor care caracterizează fiecare element de circuit în parte.

Astfel, o valoare mare a rezistenței va corespunde unui defazaj mic ($\varphi \rightarrow 0$), o valoare mare a inductanței va determina un defazaj pozitiv (intensitatea în urma tensiunii) iar o valoare mică a capacității, un defazaj negativ (intensitatea în avans față de tensiune).

Fiind dată o dependență de timp a intensității de forma $i = I_m \sin \omega t$, putem exprima bilanțul tensiunilor prin:

$$U_m \sin(\omega t + \varphi) = RI_m \sin \omega t + X_L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + X_C I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Din diagrama fazorială (fig. 14) rezultă: $Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$ și $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$, iar $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

În acest caz, impedanța circuitului este definită ca raportul dintre valorile tensiunii la borne și intensitatea curentului la orice moment.

Temă experimentală

➤ **Studiul circuitului RLC serie** se poate face cu ajutorul unui montaj alcătuit dintr-un generator de joasă frecvență, un conductor ohmic de rezistență R , o bobină de rezistență neglijabilă și un condensator de capacitate C (fig. 15).

Conectând oscilatorul în poziția 2 vizualizăm tensiunea la bornele conductorului ohmic, iar în poziția 1 tensiunea la bornele circuitului RLC. Oscilogramele obținute pentru diferite valori ale frecvenței generatorului sunt reprezentate în imaginile de mai jos. Astfel, se pot observa defazajele între intensitate și tensiune și faptul că valorile maxime ale intensității, depind de frecvență.

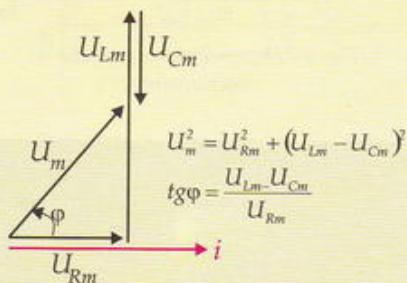
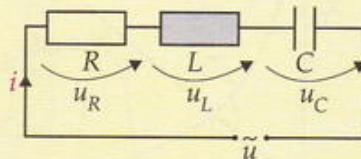


Fig. 14 Diagrama fazorială în cazul circuitului RLC serie

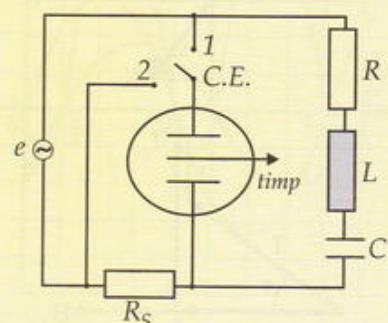
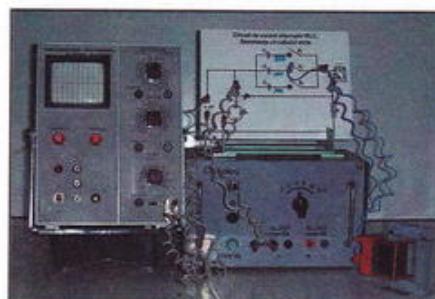


Fig. 15 Montaj experimental circuit RLC serie

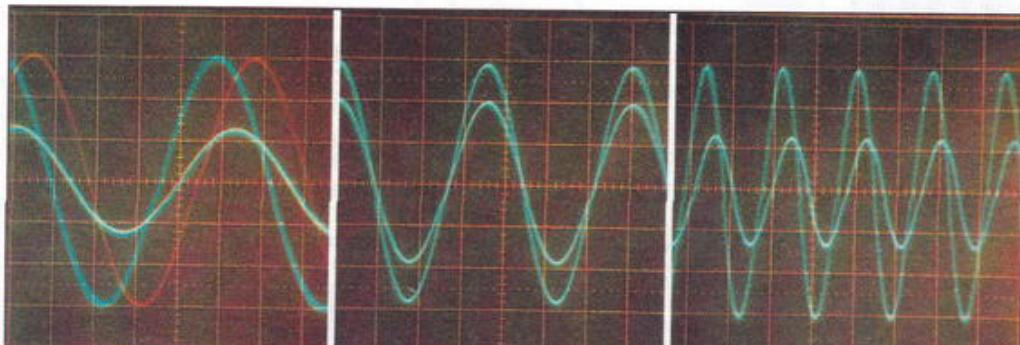


Fig. 16 Oscilograme pentru circuitul RLC serie

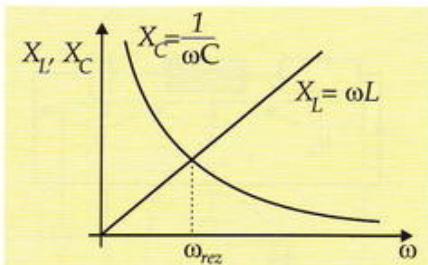


Fig. 17 Dependența de pulsărie a reactanțelor



Fig. 18 Montaj experimental circuit RLC paralel

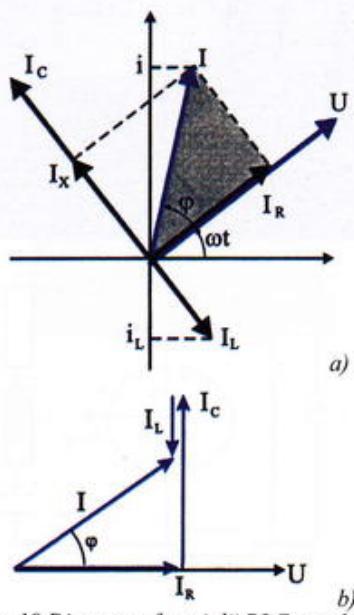


Fig. 19 Diagrama fazorială RLC paralel
a) - generală; b) - simplificată



Fig. 20 Măsurarea puterii active cu ajutorul multimetrului

colecția
EDUCATIONAL

Observații

Se pot distinge *regimurile de funcționare* ale unui circuit *RLC* serie determinate de relația dintre valorile reactanțelor inductivă și capacitive la o frecvență dată a tensiunii de alimentare a circuitului:

- **regimul capacativ** când $X_C > X_L$ pentru frecvență joasă a tensiunii alternative;

- **regimul inductiv** când $X_C < X_L$ pentru frecvență înaltă a tensiunii alternative;

- **regimul de rezonanță** a tensiunilor când $X_C = X_L$ pentru o frecvență care se poate calcula din $\omega_{rez} L = \frac{1}{\omega_{rez} C}$, de unde $\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Frecvența la rezonanță este: $v_{rez} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ formula lui Thomson.

(F1*) 1.4. Circuit RLC paralel

Explorare. Investigare

➤ Un dipol electric constituit prin gruparea elementelor de circuit rezistive, capacitive și inductive în paralel poate fi studiat folosind montajul din figura 18.

Se vor evidenția defazările dintre intensitățile curenților prin fiecare ramură a circuitului și tensiunea aplicată la borne.

Diagrama fazorială reprezentând oscilațiile intensităților se prezintă în figura 19.

$$i = i_R + i_L + i_C$$

$$i_R = \frac{U_m}{R} \sin \omega t \text{ în fază cu tensiunea}$$

$$i_L = \frac{U_m}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ defazată în urmă cu } \pi/2 \text{ față de } i_R$$

$$i_C = \frac{U_m}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ defazată înainte cu } \pi/2 \text{ față de } i_R$$

$$\text{Rezultă: } \frac{I}{Z^2} = \frac{I}{R^2} + \left(\frac{I}{X_L} - \frac{I}{X_C} \right)^2 \text{ și } \operatorname{tg} \varphi = R \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right).$$

$$\text{unde } Y = \frac{I}{Z} = \sqrt{\frac{I}{R^2} + \left(\frac{I}{X_L} - \frac{I}{X_C} \right)^2} \text{ se numește } \textbf{admitanță} \text{ circuitului.}$$

(F1,F2) 1.5. Puterea în curent alternativ

Așa cum s-a prezentat în clasa a X-a, în circuitele electrice care conțin elemente active (rezistori) și elemente reactive (bobine și condensatori) în curent alternativ, se produc procese de două tipuri.

a. **În rezistori procesele sunt ireversibile**, energia electrică se transformă în căldură care se degajă pe rezistorii respectivi. Puterea transformată de sursă numită **putere activă**, notată cu simbolul P este:

$$P = U_R I = UI \cos \varphi = RI^2, \quad [P]_{SI} = W$$

Puterea instantană disipată sub formă de căldură de către un rezistor parcurs de curent alternativ sinusoidal $i = I_m \sin \omega t$, este $p = RI_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{RI_m^2}{2} - \frac{RI_m^2}{2} \cos 2\omega t$. Graficul acestei mărimi se prezintă în figura 21.

Rezistorul este un dipol dissipativ. Energia absorbită de la sursa de tensiune este activă sub forma căldurii cedate mediului exterior.

b. Pe elementele reactive procesele sunt reversibile. Intervalele de timp în care energia este transmisă de la sursă la condensatorul ideal sau bobina ideală, alternează cu intervalele de timp în care energia revine de la elementul reactiv, respectiv la sursa de tensiune. Pe durată relativ mică, față de perioada curentului alternativ, sursa nu pierde din energia sa în acest tip de procese. În interacțiunea sursei cu elementele reactive energia disipată este nulă. Totuși, pentru că există curent electric prin elementul de circuit respectiv și la bornele lui este aplicată o tensiune, se atribuie formal fiecărui element o putere numită *reactivă* și notată cu P_r .

$$P_r = U_X I = UI \sin \varphi = XI^2, \quad [P_r]_{SI} = VAR \text{ (volt-amper-reactiv)}$$

Puterea reactivă nu se consumă în circuit decât după decuplarea sursei, moment în care începe să se disipe în rezistor până la stingerea totală a curentului în circuit.

În sistemele electrice care conțin atât elemente de circuit active cât și elemente de circuit reactive se introduce **puterea aparentă** notată cu simbolul S . Puterea aparentă are în general atât o componentă activă cât și o componentă reactivă.

Ea este exprimată prin relația:

$$S = UI = ZI^2, \quad [S]_{SI} = VA; \text{ (volt - amper).}$$

Puterea activă dă măsura energiei transferate ireversibil de la sursă în circuit pe unitatea de timp. Din acest motiv, $\cos \varphi$ (fig. 22) este numit **factor de putere** și dă măsura capacitații unui circuit de a transforma energia electrică în alte forme de energie (căldură, energie mecanică).

Observații

- Puterea instantană oscilează în jurul valorii medii egală cu zero, cu pulsăția 2ω . În decursul unui sfert de perioadă puterea este pozitivă și corespunzător, energia intră în circuit unde este acumulată temporar în câmpul electric și magnetic. În următorul sfert de perioadă puterea devine negativă iar energia este cedată sursei, câmpul magnetic și electric dispărând (fig. 23).

- Un factor de putere mic nu este de dorit în circuitele de putere, deoarece pentru a se debita o anumită putere, va fi necesar un curent intens, care corespunde unor pierderi mari prin liniile de transmisie. Această situație apare frecvent în multe tipuri de instalații de curent alternativ și poate fi corectată prin conectarea în paralel cu sarcina a unui condensator. Condensatorul însuși nu consumă putere netă de la sursa de alimentare.

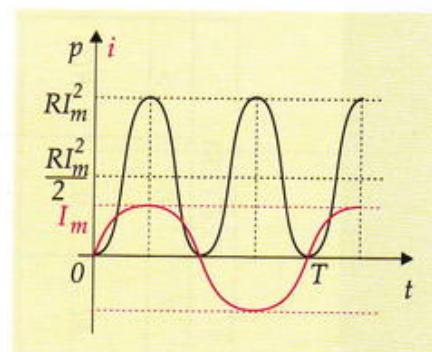


Fig. 21

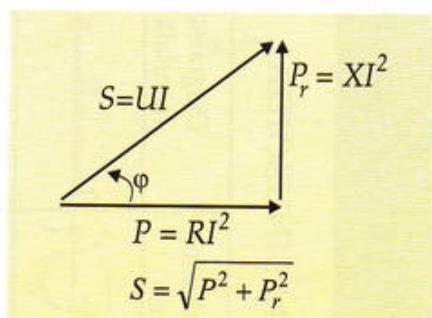


Fig. 22 Diagrama puterilor în curent alternativ

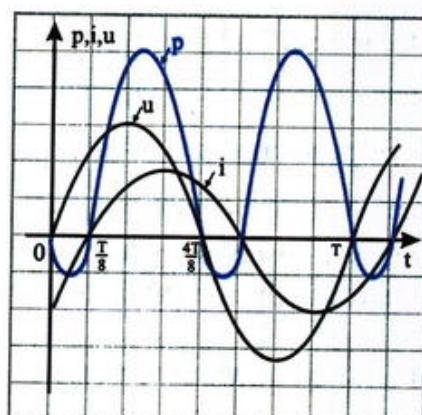
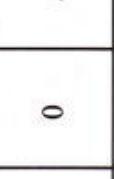
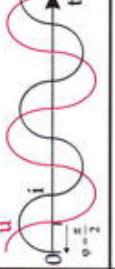
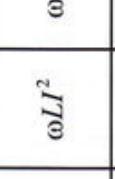
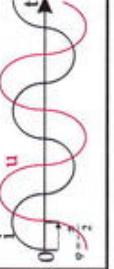
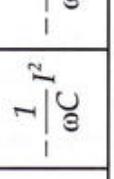


Fig. 23 Graficul puterii în curent alternativ

Info plus

Unitatea de măsură pentru puterea reactivă (VAR) a fost introdusă la propunerea lui CONSTANTIN BUDEANU (1886-1959), inginer român care a adus contribuții importante în domeniul rationalizării sistemelor de unități utilizate în electrotehnica.

ELEMENTE DE CIRCUIT ÎN REGIM SINUSOIDAL

ELEMENTUL	Relația TENSIUNE - CURENT		Defazajul valori efective	Diagrama valorilor instantanee	Diagramă fazorială	PUTERI		
	valori instantanee	valori efective				P	P_f	S
R	$u = Ri$	$U = RI$	0			RI^2	0	RI^2
L	$u = -L \frac{di}{dt}$	$U = \omega L I$	$\frac{\pi}{2}$			$\omega L I^2$	$\omega L I^2$	$\omega L I^2$
C	$i = C \frac{du}{dt}$	$U = \frac{1}{\omega C} I$	$-\frac{\pi}{2}$			$-\frac{1}{\omega C} I^2$	$-\frac{1}{\omega C} I^2$	$-\frac{1}{\omega C} I^2$

MĂRIMI CARACTERISTICE ALE ELEMENTELOR DE CIRCUIT

ELEMENTUL	R	X	Z	Factorul de putere (cos φ)	Puterea instantanee (P = u·i)	Energia înmagazinată
R	R	—	R	1	$P = R \cdot i^2$	0
L	0	ωL	ωL	0	$P = Li \frac{di}{dt}$	$W = \frac{Li^2}{2}$ (energ. magnetică)
C	0	$\frac{1}{\omega C}$	$\frac{1}{\omega C}$	0	$P = Cu \frac{du}{dt}$	$W = \frac{Cu^2}{2}$ (energ. electrică)

circuitu
oscilosco
trei căi,
condens

a amplit
devin m
fază și e

circuit R

se modi
intensita
diferite v
ale lui R

intensită

frecvență

impusă g

aplatizată

amortizata

condiția d

A
 $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

rezonanță,
dintre ten
nul, iar t
bornele re

• I
bornele el
avea ampli

(F1,F2) 1.6. Funcționarea în regim de rezonanță a circuitelor RLC

A. Rezonanța tensiunilor (circuit RLC serie)

Explorare. Investigare

➤ Evidențierea regimului de rezonanță a tensiunilor pentru circuitul RLC serie este posibilă folosind montajul din figura 24, unde osciloscopul este conectat prin intermediul unui comutator electric cu trei căi, astfel încât să permită vizualizarea tensiunilor pe bobină, pe condensator și a intensității curentului.

Se va observa prin modificarea inductanței bobinei, o variație a amplitudinii semnalelor vizualizate. Pentru o anumită valoare acestea devin maxime, tensiunile pe bobină și condensator fiind în opozиie de fază și egale ca amplitudine.

➤ Studiul experimental al rezonanței se poate face cu un circuit RLC serie, cu rezistență variabilă.

Fixând valoarea rezistenței și tensiunea efectivă la borne, se modifică frecvența sursei de tensiune alternativă și se măsoară intensitatea efectivă a curentului I . Se repetă măsurările pentru diferite valori ale rezistenței. Rezultatele obținute pentru diferite valori ale lui R se trec într-un tabel, apoi se reprezintă grafic.

Observații

- Curba obținută (fig. 25) se numește **curbă de răspuns a intensității** circuitului RLC serie.
- Se constată că intensitatea efectivă din circuit depinde de frecvența generatorului.
- Maximul intensității efective se obține atunci când frecvența impusă generatorului coincide cu frecvența proprie a circuitului RLC.
- Cura de răspuns a circuitului RLC este cu atât mai aplăsată cu cât rezistența este mai mare. Valoarea lui R caracterizează „amortizarea” în circuit a oscilațiilor electrice studiate.
- Valoarea frecvenței de rezonanță se poate obține, impunând condiția de maxim expresiei $I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$.

Această condiție este satisfăcută când $\omega_{rez}L = \frac{1}{\omega_{rez}C}$, deci $\omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

• În cazul în care circuitul RLC serie funcționează în regim de rezonanță, **impedanța circuitului este minimă ($Z_{min}=R$)**, defazajul dintre tensiunea la borne și intensitatea curentului din circuit este nul, iar tensiunea efectivă la borne devine egală cu tensiunea la bornele rezistorului.

• La rezonanță, curentul din circuit este maxim. Prin urmare la bornele elementelor reactive (bobina și condensatorul) tensiunile pot avea amplitudini foarte mari.

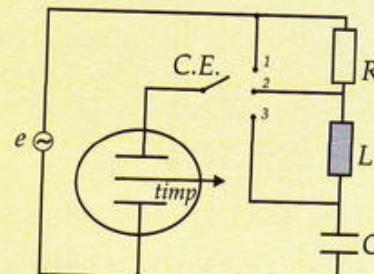


Fig. 24

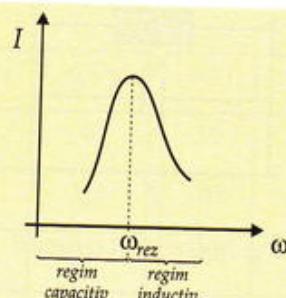


Fig. 25

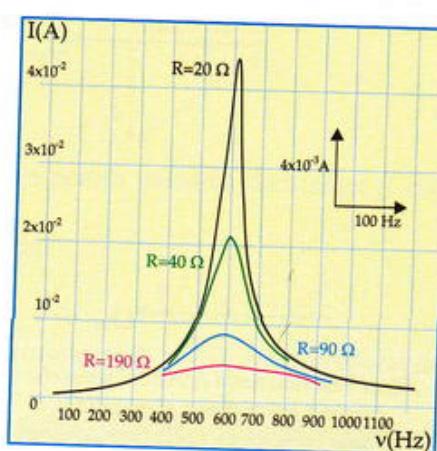


Fig. 26 Curbe de rezonanță ale unui circuit RLC serie

O măsură a acestei comportări este dată de **factorul de supratensiune (de calitate)** al circuitului, definit prin:

$$Q = \left(\frac{U_L}{U} \right)_{\omega=\omega_{res}} = \left(\frac{U_C}{U} \right)_{\omega=\omega_{res}} = \frac{I}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Z_0}{R}, Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{I}{RC\omega_0}.$$

Factorul de calitate Q arată de câte ori este mai mare la rezonanță tensiunea efectivă la bornele inductorului (sau condensatorului) decât la bornele generatorului.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ se numește impedanță caracteristică a circuitului}$$

Fig. 27 La rezonanță (circuit serie), tensiunea de la bornele generatorului coincide cu cea de la bornele rezistorului

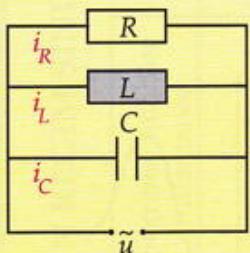


Fig. 28 Circuit RLC paralel

B. Rezonanță intensităților (circuit paralel)

Și în cazul circuitului paralel este întâlnit un **regim de rezonanță** (figura 28), care se caracterizează prin oscilații de amplitudini egale, dar în opoziție de fază ale curenților care parcurg ramurile cu bobină respectiv, condensatorul: $i_L = i_C$ care implică $\frac{I}{X_L} = \frac{I}{X_C}$.

Situată este posibilă când $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, adică pentru o frecvență a tensiunii alternative aplicate dată de: $v_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Formula perioadei $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ este cunoscută sub numele

de formula lui Thomson.

În condiții de rezonanță pulsăția tensiunii generatorului coincide cu pulsăția proprie a circuitului.

Interpretare energetică

Cunoscând relația de legătură între putere și energia cheltuită într-un interval de timp, pentru o perioadă expresia energiei consumate este $W_T = RI^2T$. Între bobina și condensatorul ideal al circuitului, energia electromagnetică oscilează sub formă de energie electrică pe condensator și sub formă de energie magnetice pe inductor: $W = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$.

La rezonanță energia este înmagazinată în inductor $W_0 = \frac{LI_{max}^2}{2} = LI_0^2$. Comparând energia electromagnetică înmagazinată

în circuit cu energia disipată în decurs de o perioadă, la rezonanță obținem: $\frac{W_0}{W_T} = \frac{LI_0^2}{RI_0^2T} = \frac{L\omega_0}{R \cdot 2\pi} = \frac{Q}{2\pi}$ ceea ce conferă o **interpretare energetică a factorului de calitate**.

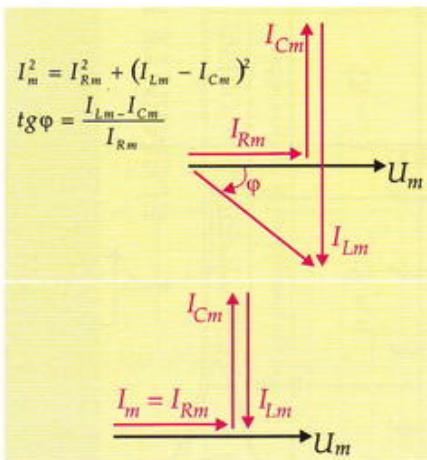


Fig. 29 La rezonanță (circuitul paralel), curentul prin ramura principală a circuitului coincide cu acela care parcurge rezistorul.

Verifică și consolidează

1. Un circuit de curent alternativ, alimentat la o tensiune de $220V$, cu frecvență 50 Hz , conține o bobină și este parcurs de un curent cu intensitatea efectivă de 3 A . Calculați reactanța și inductanța bobinei.

2. Dacă un condensator este conectat la o sursă de curent alternativ cu frecvență 200 Hz , maximul tensiunii instantanee atinse este $100V$, iar sarcina maximă cu care se încarcă condensatorul este $500\text{ }\mu\text{C}$.

Evaluăți reactanța condensatorului și intensitatea maximă a curentului.

3. Următoarele afirmații sunt adevărate sau false?

a) Dacă intensitatea curentului la bornele unei bobine este o funcție sinusoidală de timp, atunci și intensitatea corespunzătoare va fi întotdeauna o

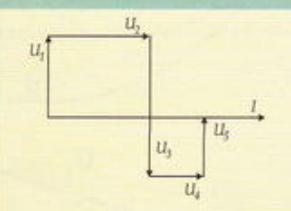
funcție sinusoidală de aceeași pulsărie.

b) Intensitatea curentului ce trece prin bobină ideală este defazată înainte cu $\pi/2$ față de tensiunea la bornele bobinei.

c) Alimentat la o tensiune alternativă sinusoidală, condensatorul se încarcă și se descarcă periodic.

d) Impedanța unui circuit RLC serie poate fi uneori 0.

4. Identificați ordinea consumatorilor într-un circuit de curent alternativ ce are următoarea schemă fazorială.



Temă experimentală

Determinarea capacității unui condensator

Metoda I

Se încarcă condensatorul de capacitate C printr-un conductor ohmic de rezistență $R=330k\Omega$ legat la un generator ce debitează o tensiune constantă $u_0=12V$.

Tensiunea pe condensator la diferite momente este consemnată în tabelele alăturate.

I. Reprezentați grafic pe hârtie milimetrică $u=f(t)$, utilizând scara $IV/1cm$ respectiv $10s/1cm$. Care este valoarea tensiunii u pentru care intensitatea curentului se anulează?

II. 1. Exprimăți constanta de timp a unui dipol în funcție de R și C .

2. Arătați, utilizând considerații dimensionale că t - constantă de timp - se măsoară în ΩF .

3. Scrieți ecuația tensiunilor pe circuit.

4. Arătați că tangenta la curba $u=f(t)$ la un moment $t=0$ intersectează porțiunea graficului pentru care $u=u_0$ într-un punct de abscisă $t=\tau$.

5. Calculați valoarea numerică a constantei de timp.

6. Calculați capacitatea condensatorului.

7. Valoarea indicată de constructor este $C=100mF\pm20\%$. Eroarea pentru valoarea rezistenței R este considerată neglijabilă.

Valoarea obținută pentru C este în acord cu toleranțele de fabricație?

Metoda II

Se realizează un circuit serie format dintr-un conductor ohmic de rezistență $R'=20\Omega$, condensatorul de capacitate C și o bobină de inductanță $L=0,1H$ și rezistență neglijabilă.

Circuitul este alimentat de un generator ce debitează o tensiune sinusoidală de frecvență $v=50Hz$ și tensiune efectivă $U=6V$, constantă pe parcursul experienței. Se observă rezonanță în circuit.

1. Calculați valoarea intensității efective I_0 în circuit.

2. Indicați schema circuitului care, utilizând un osciloscop cu două spoturi, poate pune în evidență fenomenul de rezonanță. Schițați semnalele vizualizate pe ecran în momentul rezonanței.

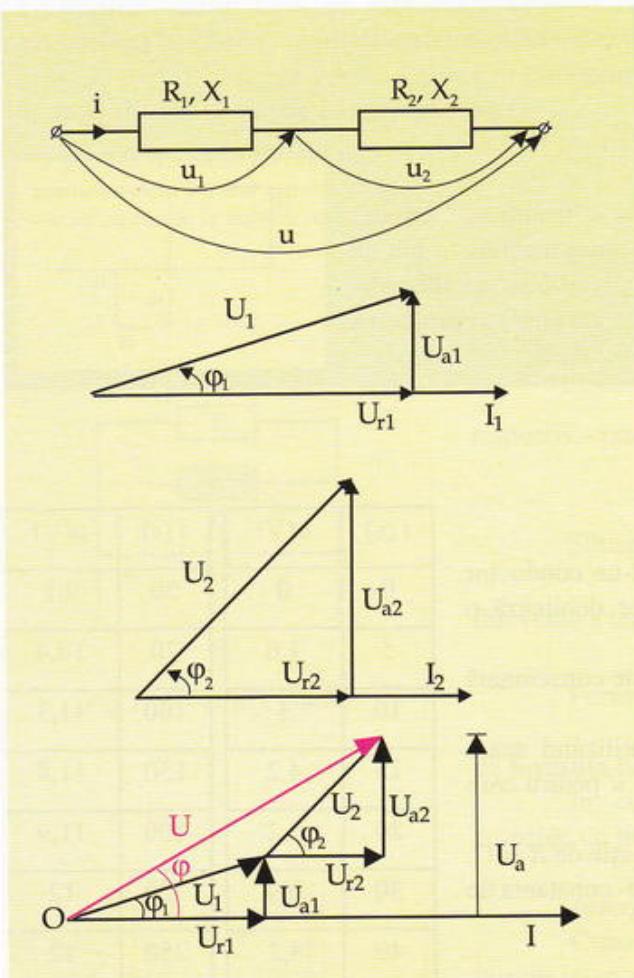
3. Determinați prin această metodă valoarea capacității C .

t (s)	u (V)	t (s)	u (V)
0	0	50	9,1
5	1,6	70	10,4
10	3	100	11,3
15	4,2	150	11,8
20	5,2	200	11,9
30	6,9	220	12
40	8,2	250	12

(F1*) 1.7. Calculul circuitelor în regim sinusoidal. Rețele

Rețelele electrice liniare reprezintă o asociație de elemente de circuit ideale (rezistor, bobină, condensator) caracterizate de un anumit număr de laturi și noduri, care fac parte dintr-o rețea mai complexă sau dintr-o instalație, îndeplinind o anumită funcție. Rezolvarea unor astfel de rețele presupune aflarea intensităților și tensiunilor pe fiecare element de rețea aplicând legile lui Ohm, Kirchhoff și prin metoda fazorială.

Circuitul cu elemente grupate în serie



$$u \equiv u_1 + u_2$$

$$U_a = U_{a1} + U_{a2}$$

$$U_r = U_{r1} + U_{r2}$$

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_a}{U_r}$$

- Rezistența echivalentă a circuitului serie:

$$R = R_1 + R_2$$

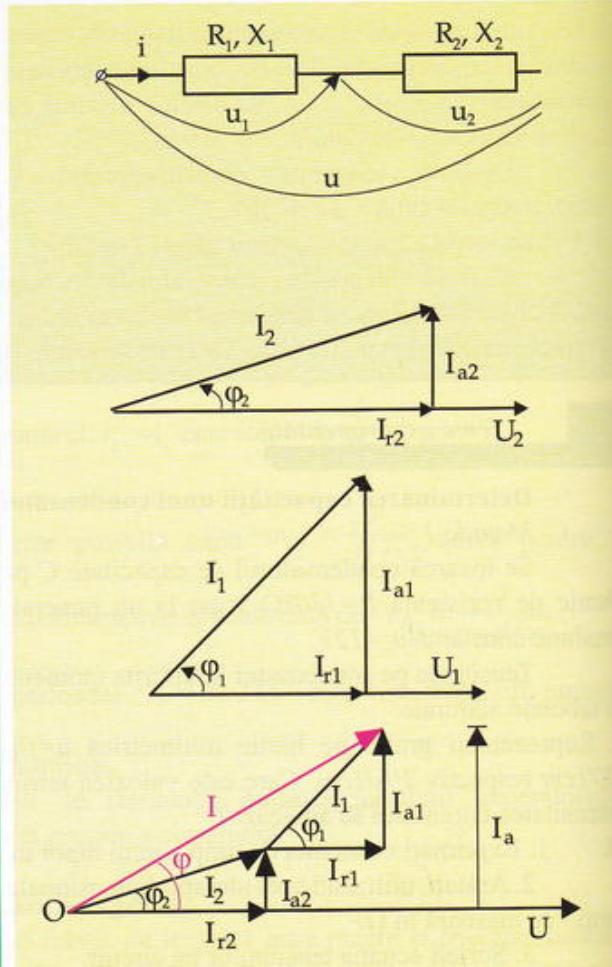
- Reactanța echivalentă a circuitului serie:

$$X = X_1 + X_2$$

- Impedanță:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

Circuitul cu elemente grupate în paralel



$$i \equiv i_1 + i_2$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2}$$

$$I_r = I_{r1} + I_{r2}$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{I_a}{I_r}$$

- Rezistența echivalentă a circuitului paralel:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- Reactanța echivalentă a circuitului paralel:

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}$$

- Impedanță:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{X}$$

(F1*) 1.8. Studiul circuitelor cu ajutorul numerelor complexe

A. Elemente de matematică

Mulțimea numerelor complexe C este compusă din elemente de formă $z = a + jb$, unde $a = Re z$ se numește **partea reală**, $b = Im z$ este **partea imaginară** și prin definiție j se numește **unitatea imaginară**, $j^2 = -1$.

Orice număr complex se poate reprezenta în planul complex într-un sistem de coordonate carteziene rectangulare, având pe axa Ox partea reală iar pe axa Oy partea imaginară (având ca unitate pe j).

Oricărui număr complex ($z = a + jb$) i se poate atribui în corespondență un punct (Z) aparținând planului, unde

$|z| = |OZ| = \sqrt{a^2 + b^2}$, se numește **modulul** numărului complex, iar

$\varphi = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$ se numește **argumentul** numărului complex. Astfel,

numărul complex z se poate reprezenta:

- algebric $z = a + jb$
- trigonometric $z = |z| (\cos\varphi + j\sin\varphi)$
- exponentiațional $z = |z| e^{j\varphi}$

Observație

Numește $\underline{z} = a - jb = |z| e^{-j\varphi}$ conjugatul numărului complex z și îndeplinește relația $z\underline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$, unde $|z| \geq 0$, real.

B. Reprezentarea în complex a mărimilor sinusoidale

Pornind de la ideea reprezentării fazoriale a mărimilor oscilatorii sinusoidale, rezultă posibilitatea descrierii acestora și cu ajutorul numerelor complexe. Astfel, considerând intensitatea instantanea a curentului într-un circuit de curent alternativ exprimat prin $i = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0)$, numărul complex $I = I e^{j\varphi}$ reprezintă de asemenea această mărime oscilantă.

Observații

1. Folosind reprezentarea în complex, impedanțele echivalente se pot calcula ca și rezistențele echivalente în curent continuu.

2. Puterea aparentă complexă:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I} = P_a + jP_r = S \cos\varphi + jS \sin\varphi$$

unde: P_a - partea reală reprezentând **puterea activă** a circuitului; P_r - partea imaginară, reprezentând **puterea reactivă** a circuitului.

3. Cu ajutorul reprezentării în complex se pot scrie legile lui Kirchhoff în curent alternativ, sub forma:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \text{ (legea I)}, \quad \sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k Z_k \text{ (legea a II-a).}$$

Reprezentarea în complex prezintă avantajul că transformă ecuațiile mai complicate cu termeni armonici în ecuații liniare de gradul întâi satisfăcute de imaginile în complex a curenților și a tensiunilor.

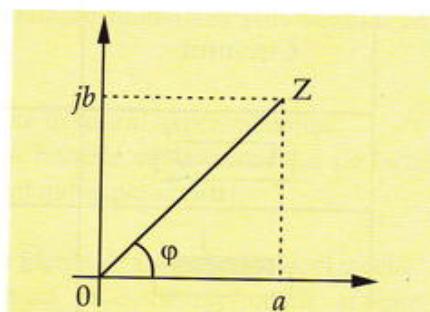
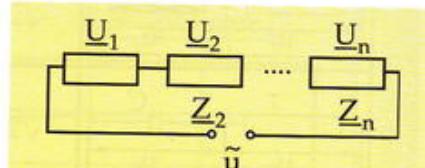


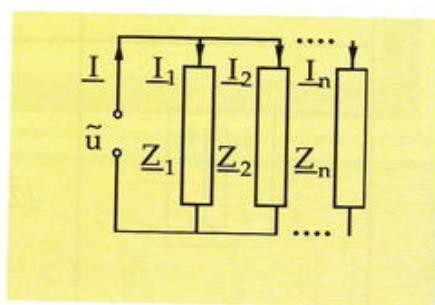
Fig. 30 Reprezentarea unui număr complex



$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \dots$$

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots$$

Fig. 31 Rețea serie



$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_e} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \dots$$

Fig. 32 Rețea paralelă

Reprezentarea în complex a mărimilor de curent alternativ

Circuitul	Curentul instantaneu	Impedanță $\underline{Z} = R + jX$ $\underline{Z} = 1/Y$, Y - admitanță	Curentul reprezentat în complex simplificat $I = \underline{U}/\underline{Z} = Ie^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} \frac{U}{r} \sin \omega t$	$\underline{Z} = r, R = r, X = 0$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r} Ie^{-j0^\circ}$
	$\sqrt{2} \frac{U}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$	$\underline{Z} = j\omega L, R = 0, X_L = \omega L$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{\underline{U}}{\omega L} e^{-j\frac{\pi}{2}}$
	$\sqrt{2} U C \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$	$\underline{Z} = j/\omega C, R = 0, X_c = -1/\omega C$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{-j\frac{1}{\omega C}} = U \omega C e^{j\frac{\pi}{2}}$
	$\sqrt{2} \frac{U}{Z} \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = r + j\omega L, R = r, X_L = \omega L$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r + jX_L} = \frac{\underline{U}}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} e^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} \frac{U}{Z} \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = r - j/\omega C, R = r, X_C = -1/\omega C$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r + jX_C} = \frac{\underline{U}}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} e^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} U Y \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = \frac{G}{Y^2} + j \frac{B}{Y^2}$ $X = \frac{B}{Y^2} = \frac{1}{\omega L} \frac{1}{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{1}{\omega L} \right)^2}$ $R = \frac{G}{Y^2} = \frac{1}{r} \frac{1}{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{1}{\omega L} \right)^2}$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}(G - jB_L)}{\sqrt{\frac{1}{r^2} + \frac{1}{L^2 \omega^2}}} e^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} U Y \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = \frac{G}{Y^2} - j \frac{B}{Y^2}$ $R = \frac{G}{Y^2} = \frac{1}{r} \frac{1}{\frac{1}{r^2} + \omega^2 C^2}$ $X = \frac{B}{Y^2} = \frac{-\omega C}{\frac{1}{r^2} + \omega^2 C^2}$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}(G - jB_L)}{\sqrt{\frac{1}{r^2} + \omega^2 C^2}} e^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} \frac{U}{Z} \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$ $R = r, X = \omega L - 1/\omega C$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r + jX} = \frac{\underline{U}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} e^{-j\varphi}$
	$\sqrt{2} U Y \sin(\omega t - \varphi)$	$\underline{Z} = \frac{G}{Y^2} - j \frac{B}{Y^2}$ $R = \frac{G}{Y^2} = \frac{1}{r} \frac{1}{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{1}{\omega L} + \omega^2 C^2 \right)^2}$ $X = \frac{B}{Y^2} = \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega^2 C^2 \right)^2}$	$\underline{I} = \frac{\underline{U}(G - jB)}{\sqrt{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - \omega C \right)^2}} e^{-j\varphi}$

Studiu de caz

Pe baza datelor prezentate în aplicația de la pag. 89 să se realizeze modelarea fenomenului de încărcare a unui condensator folosind o aplicație de calcul tabelar.

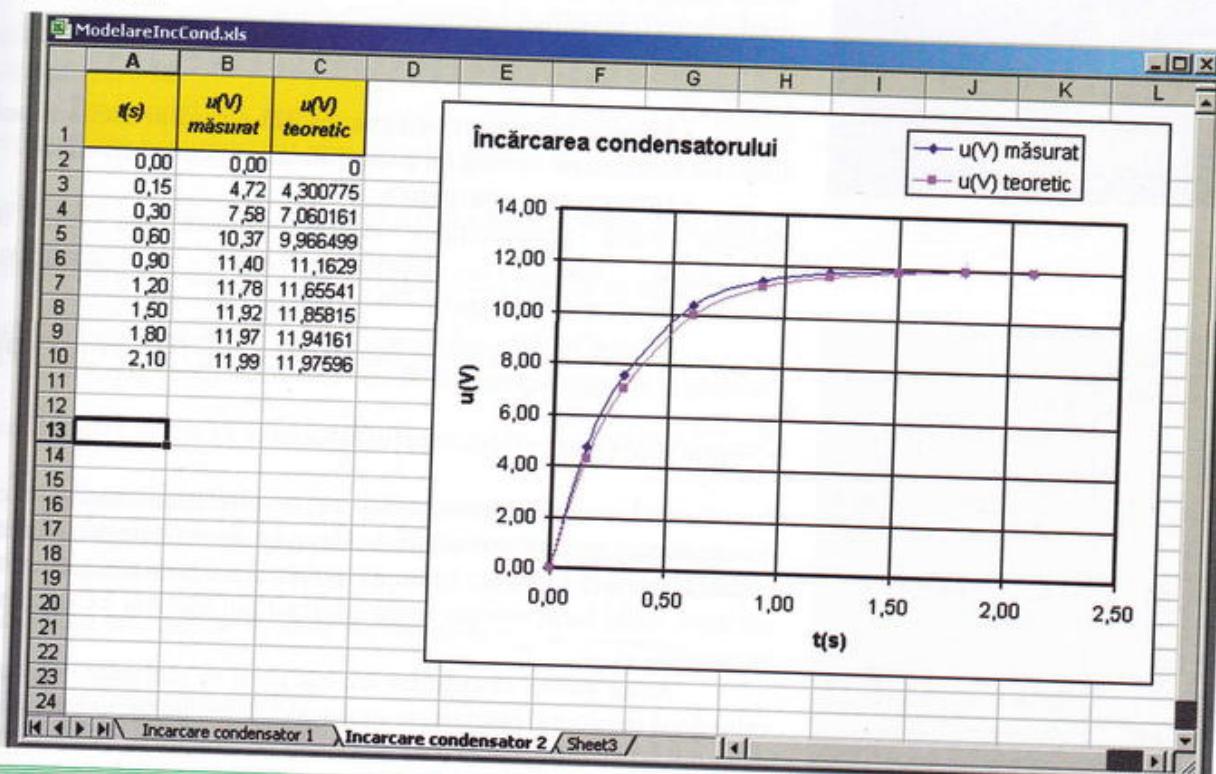
Indicație:

- se vor introduce în coloanele A și B ale foii de calcul datele determinate în cadrul experimentului;
- în coloana C se vor genera valorile corespunzătoare ale tensiunii la bornele condensatorului pe baza relației $u=E(1-e^{-t/RC})$, unde parametrii E , R și C sunt cei folosiți în montajul experimental.

Comparați curba experimentală cu cea teoretică.

Găsiți o modalitate de a calcula constanta de timp folosind facilitățile oferite de aplicația de calcul tabelar.

Inserați în foaia de calcul o diagramă al cărui format să pună în evidență limitele erorilor experimentale.



F I S Ă

DOCUMENT

OBSERVAREA TENSIUNILOR OSCILANTE ÎN MEDICINĂ

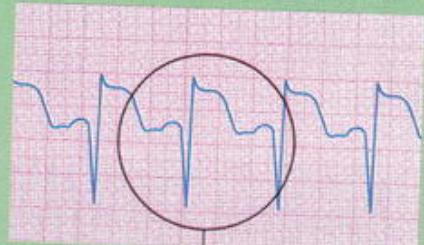
Pentru a studia afecțiunile patologice ale inimii sau creierului, medicii pot capta tensiuni produse de diferite țesuturi (impulsuri nervoase) captate cu ajutorul unor electrozi, amplificate și apoi vizualizate cu ajutorul unor aparate al căror principiu de funcționare este asemănător osciloscopului.

• Electrocardiograma - reprezintă un studiu al ritmului cardiac și se obține cu ajutorul unor electrozi așezăți pe diferite zone ale corpului, făcând contact electric prin intermediul unui gel conductor. Electrocardiograma permite diagnosticarea afecțiunilor miocardului și a tulburărilor ritmului cardiac.

• Pe același principiu se pot obține și encefalogramele, care permit depistarea afecțiunilor cerebrale.



Electrocardiogramă - miocard normal



Electrocardiogramă - infarct de miocard

2. CIRCUITUL OSCILANT

(F1,F2) 2.1. Descrierea calitativă a circuitului oscilant

Circuitul compus din condensator și bobină, în care are loc o oscilație electrică liberă se numește circuit oscilant.

Clasificare:

a) **ideal** (LC): în sistemul LC neglijăm rezistența bobinei iar oscilațiile ce iau naștere sunt neamortizate ($R=0$);

b) **real** (RLC): cazul practic al circuitului oscilant deoarece bobina este construită din sârmăductoare și, ca urmare, are rezistență ohmică; efectul rezistenței ohmice (*efect Joule*) este de a scăda energia electrică a sistemului, reducând amplitudinea mărimilor oscilante (q, i) și mărind perioada oscilațiilor.

Observație

- Fenomenele electromagnetice din circuitul oscilant pot fi descrise matematic analog cu oscilațiile unui pendul elastic.

• Interpretare energetică

Energia totală a circuitului la un moment dat este dată de suma energiilor electrostatice de pe condensator și a energiei câmpului magnetic din bobină

$$W = W_e + W_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{1}{2C} q_{\max}^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{L}{2} I_{\max}^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{q_{\max}^2}{2C} [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = \frac{q_{\max}^2}{2C}.$$

a) **În cazul ideal**, la fel ca la oscilatorul mecanic când descreșterea energiei potențiale se face pe seama creșterii energiei cinetice, același lucru se întâmplă și între componentele circuitului oscilant, astfel încât energia totală a circuitului oscilant LC să rămână constantă.

Acest balans al energiei are loc când se realizează rezonanța celor două tensiuni și reactanțele sunt egale. Sistemul oscilează periodic neamortizat cu o frecvență dată de relația lui Thomson.

b) **În cazul real (RLC)**, influența rezistenței are același efect ca și al forței de frecare. În cazul descărcării condensatorului, amplitudinea oscilatorului scade periodic, echidistant (regim pseudoperiodic), o parte din ea fiind disipată prin efect Joule în conductorul ohmic. Pseudoperioada depinde de valoarea rezistenței. Dacă rezistența tinde la zero, amortizarea este mai slabă deoarece autoinducția este cu atât mai puternică cu cât variațiile intensității curentului sunt mai rapide.

(F1,F2) 2.2. Descărcarea unui condensator pe rezistor și bobină

Explorare. Investigare

► Încărcarea condensatorului

Fixând comutatorul k în poziția 1, se realizează circuitul închis $R_f C$, R_f - rezistența firelor de legătură (fig. 35).

Fenomenul este **tranzistoriu** deoarece mărimile fizice ce caracterizează curentul electric prin circuit variază în timp, tinzând către valori staționare.

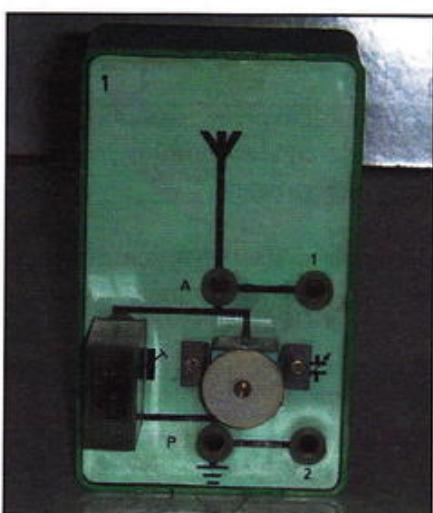


Fig. 33

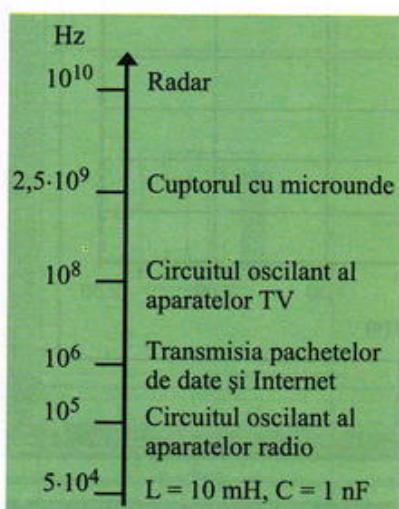


Fig. 34 Frecvențele proprii ale unor oscilatori electromagnetici

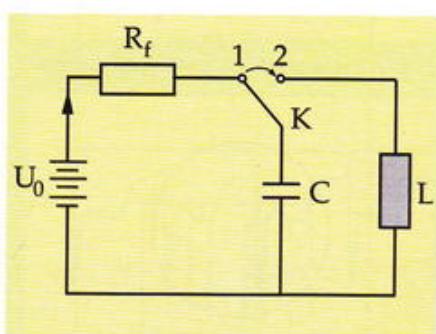


Fig. 35

Aplicând legea a II-a a lui Kirchhoff pe ochiul de rețea, se obține: $U_0 = u_c + u_R \Rightarrow U_0 = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt}$, de unde rezultă o dependență de timp exponențială a sarcinii de pe condensator (fig. 37).

Energia sursei este transferată parțial condensatorului.

În cazul particular $R_f = 0$ are loc transfer maxim de energie de la sursă la condensator.

➤ Producerea oscilațiilor electrice

Fixând comutatorul K în poziția 2, se realizează circuitul RLC din figura 35.

Are loc descărcarea condensatorului treptat prin bobină, după care sarcinile electrice se întorc pe condensator, încărcându-l cu polaritate inversă.

Fenomenul se repetă periodic, schimbându-se la fiecare alternanță sensul curentului prin circuit, până la stingerea completă a oscilațiilor (fig. 38). Aplicând legea a II-a a lui Kirchhoff pe ochiul de rețea obținem: $U_0 + u_L = u_R \Rightarrow \frac{q}{C} = Ri + L \frac{di}{dt}$, rezultă că amplitudinea oscilațiilor $i(t)$ prin circuit depinde de valoarea rezistenței.

Energia condensatorului este transferată circuitului, o parte din ea cedându-se mediului exterior prin efect Joule: $\frac{q^2}{2C} = i^2 Rt + \frac{Li^2}{2}$

În cazul particular $R = 0$, amplitudinea oscilațiilor va fi constantă. Are loc un transfer de energie, periodic între condensator și bobină.

Sarcina electrică totală din circuit se conservă. Frecvența proprie a oscilațiilor este dată de formula lui Thomson $v_{rez} = \frac{I}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Temă experimentală

➤ Studiul oscilațiilor electromagnetice într-un circuit RLC

Se consideră circuitul compus din:

- un generator de tensiune continuă cu $E = 12V$;
- un rezistor cu rezistență $R = 330k\Omega$;
- un întinderupător (comutator) cu 2 contacte;
- un condensator de capacitate $C = 1\mu F$;
- o bobină de inductanță L și rezistență $r = 8\Omega$;
- un voltmetriu V legat la bornele condensatorului;
- un multimetru ce poate fi utilizat ca voltmetriu, ohmmetriu;
- un cronometru și un adaptor notat V , conectat la interfața unui calculator și care măsoară în fiecare moment tensiunea pe condensator.

A. Încărcarea condensatorului

Se realizează un circuit care să permită încărcarea condensatorului, prin comutarea adecvată a comutatorului la momentul $t=0$. Calculatorul indică diferențele valori ale lui u , în decursul timpului, care se înregistrează în tabelul alăturat.

1. Realizați schema circuitului.

2. De ce se utilizează un procedeu informatizat de înregistrare a tensiunilor?

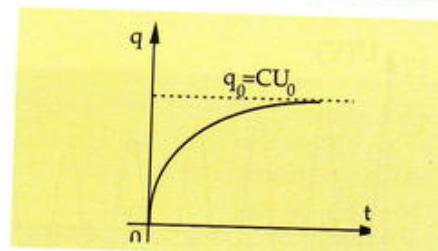


Fig. 37 Dependența de timp a sarcinii electrice pe armăturile condensatorului când acesta se încarcă

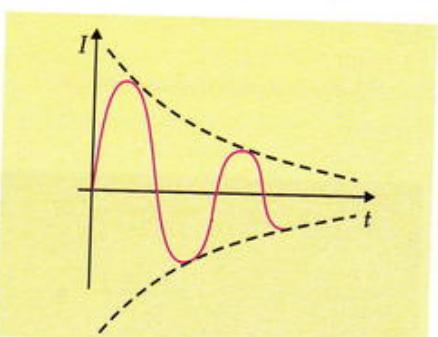


Fig. 38 Oscilații periodice amortizate când (regim pseudoperiodic) $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

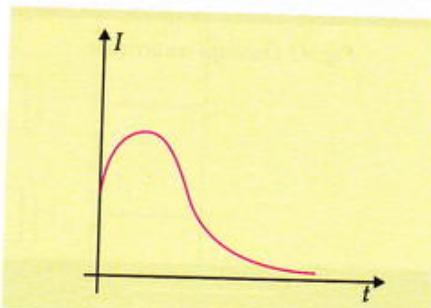


Fig. 39 Oscilații aperiodice când $R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

t (s)	u (V)	t (s)	u (V)
0	0,0	...3	...12
0,15	4,72	3,3	12
0,3	7,58	3,6	12
0,6	10,37	3,9	12
0,9	11,40	4,2	12
1,2	11,78	4,5	12
1,5...	11,92...	4,8	12

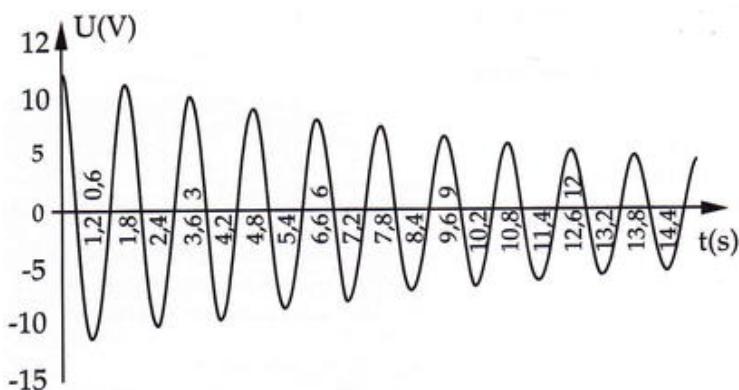


Fig. 40 Oscilații periodice amortizate

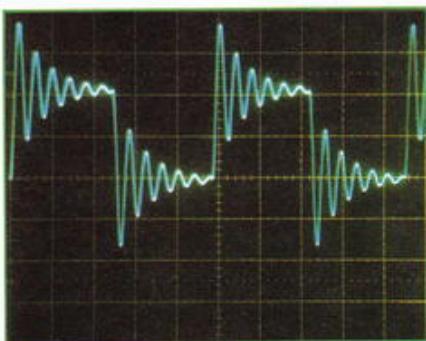


Fig. 41 Oscilații amortizate

3. a) Reprezentați grafic $u=f(t)$.

b) Stabiliți la un moment oarecare, în cursul încărcării, relația dintre E , u , R și intensitatea i a curentului.

c) Determinați i_0 la momentul t_0 . Spre ce tinde valoarea lui i când t tinde la infinit. Interpretăți rezultatul.

4. a) Scrieți ecuația tensiunilor (în forma diferențială) pentru circuitul de încărcare. Soluția acestei ecuații diferențiale este $u=E(1-e^{-t/\tau})$. Atribuiți o semnificație fizică produsului $\tau=RC$ și stabiliți unitatea sa de măsură.

b) Calculați τ utilizând valorile lui R și C măsurate cu multimetru.

Utilizând curba $u=f(t)$, determinați valoarea lui u la $t=5\tau$ și deduceți u/E la momentul $t=5\tau$.

➤ B. Descărcarea condensatorului

Condensatorul fiind complet încărcat ($u=12V$), se comută întrerupătorul pe poziția care permite descărcarea sa prin bobină.

Calculatorul furnizează curba $u=f(t)$.

1. Scrieți expresia energiei înmagazinate în condensator la momentul inițial și calculați-o numeric.
2. Explicați pe bază de considerante energetice curba obținută la descărcare.
3. Admitând că pseudoperioada oscilațiilor se exprimă prin relația $T = 2\pi\sqrt{LC}$, deduceți utilizând curba, valoarea inductanței bobinei.
4. Care ar fi alura curbei $u=f(t)$ dacă bobina ar fi fost ideală?

(F1,F2) 2.3. Analogie

oscillatorul mechanic -oscillatorul electromagnetic

Oscillatorul electromagnetic poate fi prezentat în paralel prin analogie cu un oscillator mechanic caracterizat prin masă m și constantă elastică k . Din analiza fenomenelor rezultă următoarea corespondență:

Mărimi mecanice	Mărimi electomagneticice
elongația, $y(m)$ $y(t) = A \sin(\omega t + \pi/2)$	sarcina electrică, $q(C)$ $q(t) = q_{max} \sin(\omega t + \pi/2)$
viteză, $v(m/s)$ $v = dy/dt; v(t) = v_{max} \sin(\omega t)$	intensitatea curentului, $i(A)$ $i = dq/dt; i(t) = I_{max} \sin(\omega t)$
constantă elastică, $k(N/m)$	inversul capacității, $1/C$ (1/F)
energia potențială elastică (J) $E_p = ky^2/2$	energia câmpului electric al condensatorului $W_e = q^2/2C$ (J)
energia cinetică (J) $E_c = mv^2/2$	energia câmpului magnetic al bobinei $W_m = Li^2/2$ (J)
masa, $m(kg)$	inductanța bobinei, $L(H)$
perioada oscilațiilor (s) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	perioada oscilațiilor $T = 2\pi\sqrt{LC}$

RETINETI

În circuitul LC energia electromagnetică oscilează între câmpul electric al condensatorului și câmpul magnetic al bobinei, producându-se oscilații electromagnetice cu amplitudine constantă, cu perioada $T = 2\pi\sqrt{LC}$. În

cazul real (RLC) energia electromagnetică se pierde în timp prin efect Joule, iar oscilațiile sunt amortizate. Pseudoperioada depinde de valoarea rezistenței.

Verifică și consolidează

1. Se consideră circuitul oscilant alcătuit dintr-o bobină ideală $L = 0,4 \text{ H}$ și un condensator $C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$. Intensitatea maximă a curentului din circuit este $0,1 \text{ A}$. Să se determine la momentul în care energia este în mod egal distribuită pe bobină și condensator:

- sarcina rămasă pe condensator;
- intensitatea curentului din circuit;
- tensiunea pe condensator.

Rezolvare

La momentul în care $W_e = W_m$ energia totală a sistemului LC este:

$$W_t = W_e + W_m = \frac{2q^2}{2C} = W_{e\max} = W_{m\max} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

a) Din condiția conservării energiei rezultă:

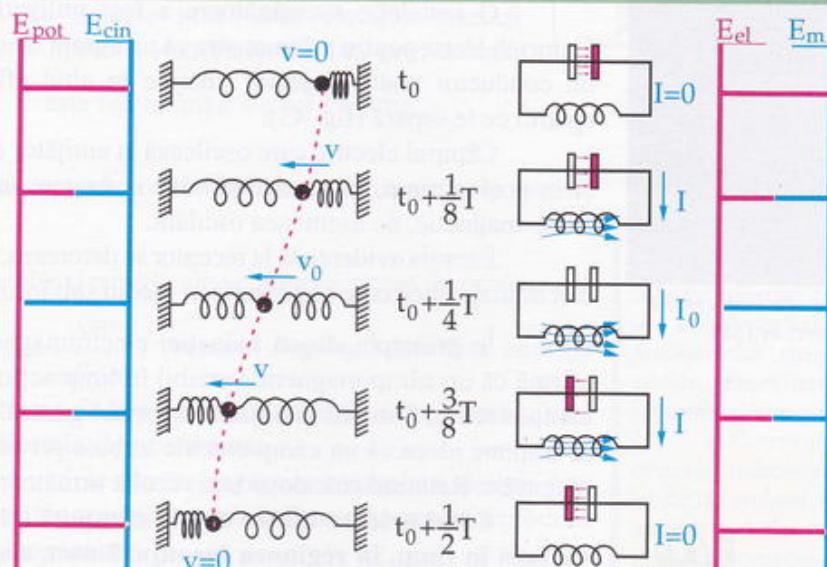
$$q = I_{\max} \sqrt{\frac{LC}{2}} = 0,2$$

b) Deoarece $W_e = W_m$ $i = q \sqrt{\frac{I}{LC}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,07$.

Observație: știind că momentul de timp la care $W_e = W_m$ este $t = T/8$ iar $i = I_{\max} \sin \omega t$ (deoarece se consideră că la momentul inițial condensatorul este încărcat cu sarcina maximă) rezultă: $i = I_{\max} \sin (\pi/4)$.

$$c) q = C \cdot U \text{ deci } U = q/C = 10 \text{ V}$$

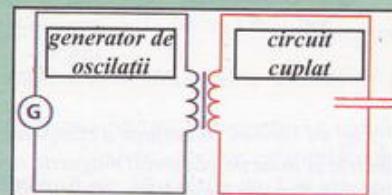
2. Înțând cont de analogia electromecanică, pe baza imaginii de mai jos, scrieți expresiile elongației și vitezei oscilatorului mecanic, respectiv ale sarcinii electrice și intensității curentului electric pentru următoarele momente de timp: $t_1 = T/8$; $t_2 = 5T/8$. Ce relație există între componentele energetice ale fiecărui sistem la aceste momente de timp? Trasați graficele dependenței de timp a energiei câmpului electric, respectiv magnetic, pe baza acestei analogii.



F I ř Ă DOCUMENT

Fenomenul de rezonanță electromagnetică stă la baza funcționării **circuitelor oscilante cuplate**, analog pendulelor care au aceeași perioadă proprie. Variațiile fluxului magnetic prin bobina primului circuit vor determina apariția unui curent de asemenea variabil, cu aceeași frecvență, în bobina celui de-al doilea circuit.

Condiția de rezonanță cere ca $L_1 C_1 = L_2 C_2$. Dacă frecvențele nu sunt egale, se face acordarea lor plasând într-unul dintre circuite un condensator variabil. Circuitele cuplate au un rol important în construcția antenelor, în emisia și recepția undelor electromagnetice, a filtrelor separatoare de semnale necesare transmiterii informației audio și video la distanță.



3. CÂMPUL ELECTROMAGNETIC. UNDE ELECTROMAGNETICE

(F1,F2) 3.1. Descrierea calitativă a câmpului electromagnetic

În studiul câmpurilor electromagnetice apar două situații.

Prima, se referă la câmpuri care, deși pot fi diferite de la un punct al spațiului la altul, sunt totuși staționare în fiecare punct. În astfel de situații, putem trata câmpurile electrice și magnetice în mod independent, fără a ne preocupa în mod special, de interacțiunile dintre ele.

A doua categorie, include situația în care câmpurile, fiind variabile în timp, nu este posibilă tratarea lor independentă.

Explorare. Investigare

► Dispozitivul din figura 42 este alcătuit dintr-un generator de înaltă tensiune care oscilează sinusoidal și căre este aplicată dipolului format din cele două bare separate între ele printr-un strat izolator de aer (G). Între cele două bare ia naștere un arc electric. Acest dispozitiv este folosit ca **emițător**. Alăturat, un dipol identic este conectat la un instrument de măsură. Acest montaj funcționează ca **receptor**, aparatul de măsură prezentând deviații odată cu producerea descărcărilor electrice la emițător.

O instalație asemănătoare a fost utilizată în 1887 de către Heinrich Hertz pentru a demonstra că un curent alternativ care parcurge un conductor poate „injecta” energie în altul aflat la distanță, prin spațiul ce le separă (fig. 43).

Câmpul electric care oscilează la emițător este orientat vertical și în același timp, în jurul dipolului ia naștere în plan orizontal, un câmp magnetic, de asemenea oscilant.

Energia evidențiată la receptor se datorează, deci unei perturbații electromagnetice care se propagă în mediu sub formă unei unde.

În principiu, legea inducției electromagnetice a lui Faraday afirmă că un câmp magnetic variabil în timp acționează ca o sursă de câmp electric. Similar, în obținerea formei generale a legii lui Ampère se impune ideea că un câmp electric trebuie privit ca o sursă de câmp magnetic. Reunind cele două legi rezultă următoarea concluzie.

Când oricare dintre aceste câmpuri (electric și magnetic) variază în timp, în regiunea înconjurătoare a spațiului este induc un câmp de celălalt tip și se ajunge în mod natural, ca o perturbație electromagnetică, constând din câmpuri electrice și magnetice variabile în timp și legate cauzal, să se propage în spațiu de la un punct la altul, chiar în absența „substratului substanțial” (sursei).

Această perturbație, dacă există, va avea proprietatea unei unde și o denumire convenabilă este aceea de **undă electromagnetică**.

Să presupunem că într-un anumit punct din spațiu la momentul t , se manifestă pe direcții reciproc perpendiculare, un câmp electric \vec{E} și un câmp magnetic \vec{B} care, la momentul următor $t + dt$, se manifestă pe aceleași direcții, dar într-un plan paralel cu cel inițial (fig. 45)

Fluxul magnetic prin aria hașurată este $d\Phi = Bacdt$ și, conform legii lui Faraday, între capetele segmentului vertical de lungime (a) , față de care perturbația se deplasează pe direcție perpendiculară cu

viteza c , se induce o tensiune electromotoare $|e| = \frac{d\Phi}{dt} = Bac$.

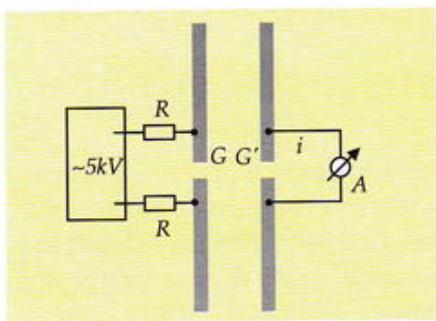


Fig. 42 Dipol

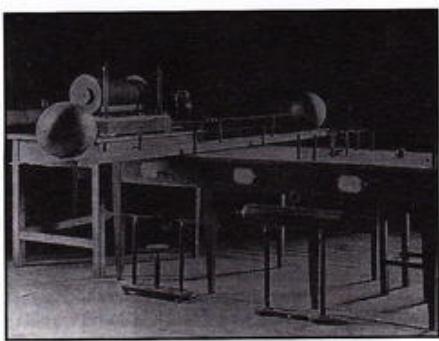


Fig. 43 Primul oscilator electromagnetic construit de H. Hertz în 1889.

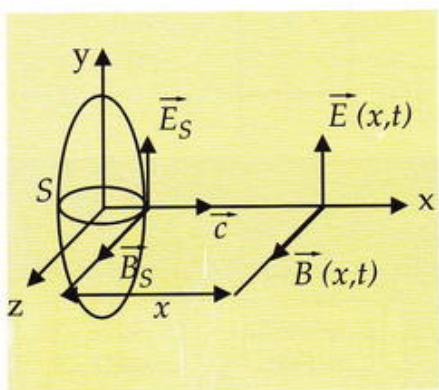


Fig. 44 Vectorii intensitate a câmpului electric și inducția câmpului magnetic sunt perpendiculare între ei și pe direcția de propagare. Mărimile fizice ale proceselor ondulatorii (ω , T , v , λ) și ecuația undelor plane sinusoidale au aceeași semnificație ca și la undele mecanice

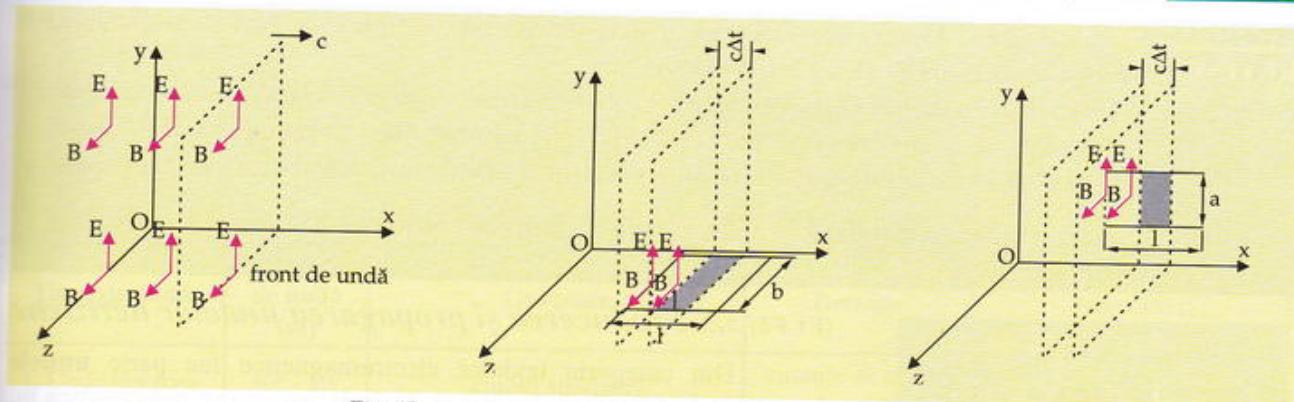


Fig. 45

Aceasta corespunde diferenței de potențial dintre capetele segmentului paralel cu direcția intensității câmpului electric $|e| = Ea$. Deci $E = cB$ ceea ce vectorial, se exprimă $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{c}$ (fig. 46).

Chiar în cazul unei unde deosebit de simple pot fi ilustrate caracteristicile undelor electromagnetice prezentate mai sus.

Energia undelor electromagnetice

Transportul de energie prin una electromagnetică poate fi descris de o mărime vectorială definită prin relația:

$$\vec{S} = \frac{I}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}, \text{ unde } \vec{S} \text{ este acesta numitul vector Poynting.}$$

$|\vec{S}| = I$ - intensitatea undei electromagnetice. Direcția și sensul

vectorului \vec{S} sunt aceleași cu cele ale vectorului viteză de propagare.

În modul, $S = \frac{\Delta W}{\Delta S \cdot \Delta t}$, vectorul Poynting semnifică energia transportată în unitatea de timp prin unitatea de suprafață așezată perpendicular pe direcția de propagare.

Concluzia că undele electromagnetice transportă energie este la fel de inevitabilă ca și aceea că se consumă energie pentru a produce câmpuri electrice și magnetice.

(F1*) 3.2. Ecuația de propagare a undelor electromagnetice

Fie S un oscilator care generează unde electromagnetice. Valorile primare ale câmpurilor electric și magnetic \vec{B}_s , \vec{E}_s , se găsesc foarte apropiate de oscilator, nu depind de coordonatele spațiale ci numai de timp, fiind defazate cu $\pi/2$.

$$E_y = E_s \sin \omega t, \quad B_z = B_s \sin(\omega t - \pi/2)$$

La distanța x de sursa S , după timpul $t' = x/c$, avem câmpuri care se generează reciproc, conform următoarelor ecuații (unde k - număr de undă):

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_{max} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \vec{E}_{max} \sin(\omega t - kx)$$

$$\vec{B}(x, t) = \vec{B}_{max} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \vec{B}_{max} \sin(\omega t - kx)$$

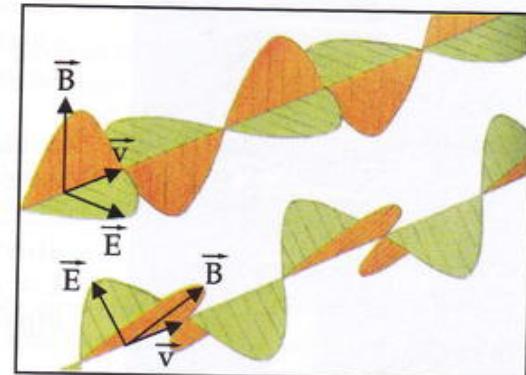


Fig. 46

Info plus

Atunci când se puneau bazele teoriei electromagnetice (începutul secolului XIX-lea) se foloseau două unități diferite pentru sarcina electrică, una în electrostatică și alta în studiul fenomenelor magnetice. Din punct de vedere dimensional, raportul lor avea semnificația unei viteze.

Determinări experimentale arată că valoarea raportului ar fi trebuit să fie de ordinul $3 \cdot 10^8$ m/s, ceea ce ar fi coincis cu valoarea, cunoscută atunci, a vitezei de propagare a luminii.

In 1864, Maxwell a demonstrat pe cale teoretic faptul că o perturbație de natură electromagnetică trebuie să se propage în vid cu viteză $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8$ m/s unde ϵ_0 este permisivitatea electrică a vidului și μ_0

este permeabilitatea magnetică a vidului.

Undele, a căror existență a fost postulată de Maxwell, au fost obținute experimental de către H. Hertz, care a reușit să determine și viteză lor de propagare, măsurând distanța dintre nodurile unei unde electromagnetice staționare.

REȚINETI

Ansamblul câmpurilor electrice și magnetice care oscilează în fază și se generează reciproc se numește câmp electromagnetic.

Unda electromagnetică (câmp electromagnetic care se propagă în spațiu) este transversală; vectorii \vec{E} și \vec{B} sunt reciproc perpendiculare și, în același timp, perpendiculare pe direcția de propagare. Raportul E/B este bine precizat și are semnificația vitezei de propagare a undei. Undele se propagă în vid cu o viteză finită și constantă $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \equiv 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ – viteza luminii.



Fig. 47 Releu (antennă)

(F1,F2) 3.3 Producerea și propagarea undelor hertziene

Din categoria undelor electromagnetice fac parte **unde hertziene**. În funcție de lungimea de undă, acestea se pot clasifica în: unde centrimetice, decimetrice, metrice, scurte, medii, lungi, acoperind o plajă de frecvențe între $10^4 \dots 10^{11} \text{ Hz}$, utilizându-se astfel, în diferite domenii ca: radiolocație, televiziune, radiocomunicații.

Sursa de oscilație pentru producerea acestor unde este de obicei un circuit oscilant deschis (antena), cuplat cel mai adesea inductiv cu un circuit oscilant închis.

Antena este un fir conductor de lungime l pe care sunt distribuite uniform pe fiecare metru de lungime o inductanță $L \approx 2\mu\text{H}$ și o capacitate $C \approx 5\text{pF}$, putând fi asemănătă cu un dipol electric a cărui lungime variază în timp sinusoidal.

Oscilațiile electrice din circuitul oscilant închis se transmit antenei, unde electronii sunt accelerati. Aceste sarcini în mișcare rectilinie neuniformă radiază în jur energie sub formă de unde electromagnetice.

Antenele se pot clasifica funcție de lungime, astfel:

a) **dipol semiundă** $l = \lambda/2$ unde $\lambda = vT = v2\pi\sqrt{L_a C_a} = v2\pi\sqrt{LC}$;

b) **dipol sfert undă**: $l = \lambda/4$.

Observații

- În antenă oscilează sarcina electrică, intensitatea curentului și potențialul electric.
- Micșorarea lungimii de undă a antenei se face inserind cu antena un condensator variabil.

• Mărirea lungimii de undă a antenei se face prin conectarea în serie cu antena a unei inductanțe variabile.

Proprietăți

• Propagându-se în spațiu, câmpul electromagnetic pierde legătura cu conductorul în vecinătatea căruia a fost produs inițial, acesta continuându-și deplasarea chiar dacă se intrerupe oscilația curentului în conductor (fig. 48).

• Câmpul electromagnetic se propagă în direcția axei dipolului, prezintând simetrie față de axa dipolului iar componenta electrică a câmpului este paralelă cu aceasta. Undele hertziene sunt întotdeauna polarizate, direcția de oscilație a vectorului câmp electric fiind paralelă cu axa dipolului (fig. 49).

• Undele hertziene nu manifestă propagare rectilinie (cu excepția celor având $v > 50\text{MHz}$, folosite în TV: UHF, VHF) descriabilă prin raze, datorită lungimilor mari de undă; fenomenele de difracție se manifestă și când sunt întâlnite obstacole de dimensiuni mari (clădiri, forme de relief etc.).

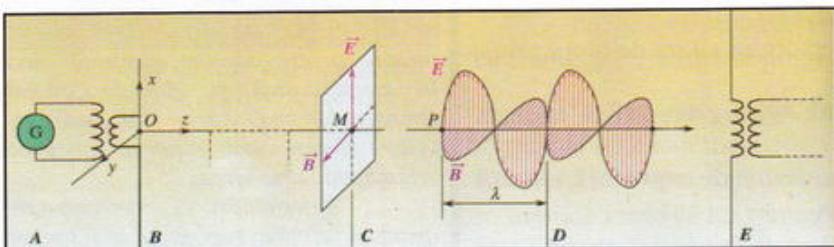


Fig. 48 Propagarea undelor hertziene de la sursă (emitor) la receptor

Circuitul oscilant deschis (antena) se obține prin simpla deschidere a unui circuit oscilant LC și dă posibilitatea ca energia electromagnetică din circuit să părăsească circuitul și să se propage în mediul înconjurător, din aproape în aproape, până la receptor

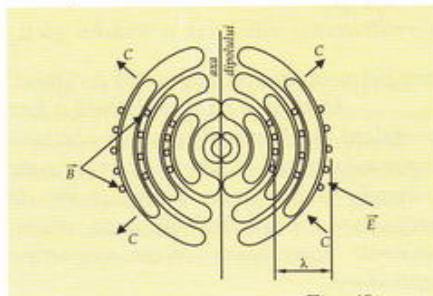


Fig. 49

III. Oscilații și unde electromagnetice

- Undele hertziene sunt întotdeauna coerente.
- Se propagă prin vid cu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s și nu necesită pentru propagare nici un purtător material (spre deosebire de undele mecanice).
- Sunt prezente fenomenele de reflexie, refracție, interferență, difracție, polarizare.
- Undele hertziene nu se propagă în medii conductoare.

(F1,F2) 3.4 Clasificarea undelor electromagnetice

Tipul de undă	Lungimea de undă (m)	Generare	Detectie	Proprietăți
1. Unde electrice	$10^6 - 10^7$	curent alternativ	circuite de curent alternativ	
2. Unde radio (UHF, VHF, US, UM, UL)	$0,1 - 10^5$	circuite electrice oscilante (antene) sau cavități rezonatoare în urma excitării electronilor, tuburi electronice (trioada)	receptori radio, televiziune, radar	- nu se propagă în conductori electrici, - sunt difractate de relief, ceea ce dă posibilitatea ocolirii obstacolelor
3. Microunde	$10^{-3} - 10^{-1}$	maseri, cavități rezonatoare	detectori cu cristal (siliciu, germaniu)	folosiți în radar, telemetrie
4. Infraroșii (I.R.)	$10^{-7} - 10^{-3}$	- emise se corpuri calde, spectrul lor depinzând de temperatura corpului, - se obțin din oscilațiile sarcinilor electrice datorate agitației moleculare	pile termoelectrice, filme fotografice	- sunt absorbite de apă, - produc încălzire, - folosite în „semnalizarea de noapte“
5. Vizibil (lumina), roșu, orange, galben, verde, albastru, indigo, violet	$3,9 \cdot 10^{-7} - 7,8 \cdot 10^{-7}$	- apar ca rezultat al rearanjării electronilor în atomi; plasma; - emisă de corpuri foarte fierbinți (ex. becuri, lămpi incandescente, laser, scânteie)	celule fotoelectrice, ochi, filme fotografice	- impresionează retina, filmele fotografice, - determină fotosinteză plantelor
6. Ultraviolet (UV)	$6 \cdot 10^{-10} - 3,8 \cdot 10^{-7}$	se obțin ca rezultat al rearanjării electronilor pe ultimele nivele energetice în atomi (ex. lămpi cu vaporii de mercur, Soare, lămpi cu quart)	celule fotoelectrice, material fluorescent, filme fotografice, pielea	- produc ionizări și fluorescență; influențează reacțiile chimice, - impresionează filmele fotografice; produc efectul fotoelectric, - sunt absorbite de apă
7. X (Roentgen)	$10^{-12} - 10^{-10}$	- apar ca rezultat al rearanjării electronilor între păturile interioare ale atomului, - emise de atomii unui metal prin bombardarea acestuia cu electroni	filme fotografice, contori cu scintilații, detectori cu semiconductori	penetreză prin substanță în mod diferit în funcție de nr. atomic (ex. oprite de calciu osos), utilizate la determinarea structurii rețelei cristaline pe baza fenomenului de difracție, impresionează placa fotografică, produc fluorescență unor substanțe
8. Radiațiile Gamma (γ)	$10^{-13} - 10^{-10}$	emise de nucleul atomic (reacții nucleare), însoțesc fenomenele de dezintegrări radioactive și interacțiile între particulele elementare, pot proveni din radiațiile cosmice	detectori cu scintilații, detectori cu semiconductori, camera de ionizare, contor Geiger-Muller	impresionează placa fotografică, produc fluorescență unor substanțe, foarte penetrante prin substanță, provoacă modificări fiziologice

...În loc de rețineți

Toate tipurile de unde electromagnetice prezintă câteva proprietăți:

- indiferent de frecvența lor, se propagă în vid cu aceeași viteză constantă absolută ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s);
- în funcție de frecvența pe care o au, traversează diferite medii materiale (de exemplu, razele X traversează straturi metalice în timp ce lumina vizibilă sau undele de radiofrecvență nu, fiind reflectate de acestea);
- când se propagă printr-un mediu material transparent, viteza undelor electromagnetice este mai mică decât în vid, valoarea sa depinzând de natura mediului și de frecvența undei - propagarea în medii materiale are caracter dispersiv;
- traversarea unui mediu material este însoțită de fenomene de refracție și dispersie;
- mediile materiale care nu sunt transparente pot să reflecte sau să absoarbă undele electromagnetice. Aceasta depinde de natura mediului și de frecvența undelor;
- când radiația electromagnetică este absorbită, ea interacționează cu atomii și moleculele din mediu determinând modificări ale energiei mișcărilor de vibrație sau de rotație ale acestora. Particulele astfel excitate eliberează în general, surplusul de energie sub formă de căldură;
- propagarea undelor electromagnetice este însoțită de asemenea de fenomene de împărtiere datorită modificării aleatoare a direcției de propagare într-un mediu prin reflexia sau difracția undelor de către particulele mici ale acestuia. Dacă obiectele ce alcătuiesc mediul au dimensiuni comparabile cu lungimea de undă se produc fenomene de difracție eventual, însoțite de interferență;

• dacă oscilațiile câmpurilor electric și magnetic se produc permanent în același plan, undele sunt polarizate, acest fenomen apărând fie în urma reflexiei pe un mediu dielectric (respectându-se condiția lui Brewster: $\operatorname{tg} i_0 = \frac{u_2}{u_1}$), fie când undele traversează anumite medii în general cristaline.



Fig. 50



Fig. 51

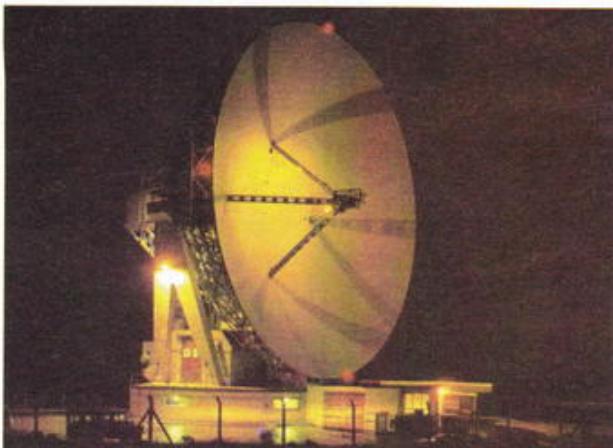
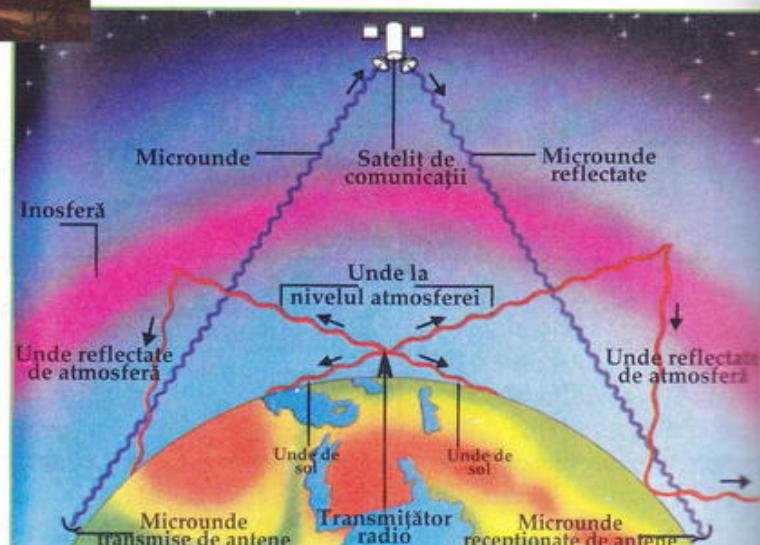


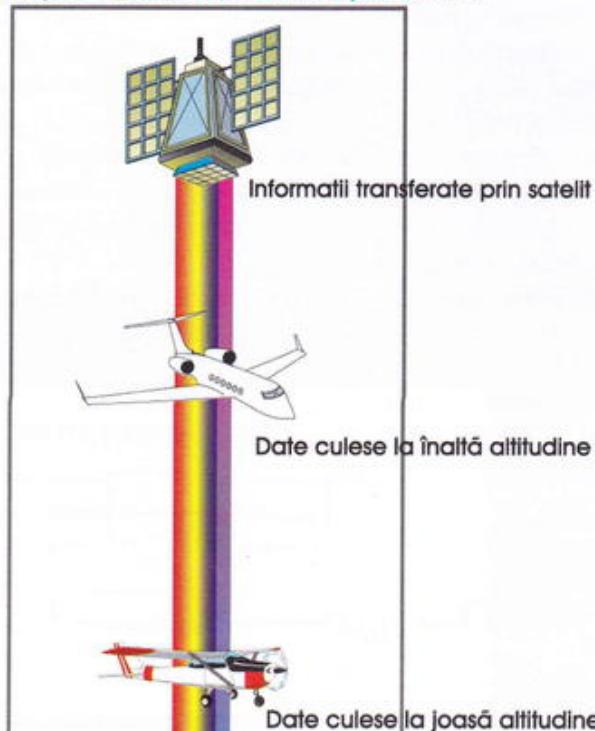
Fig. 52

Verifică și consolidează

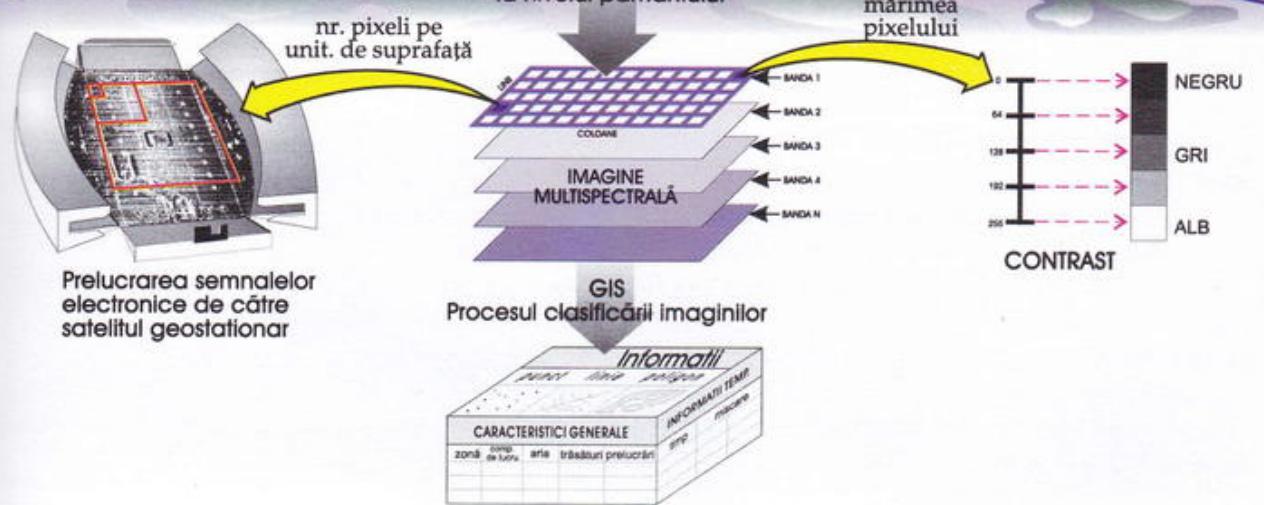
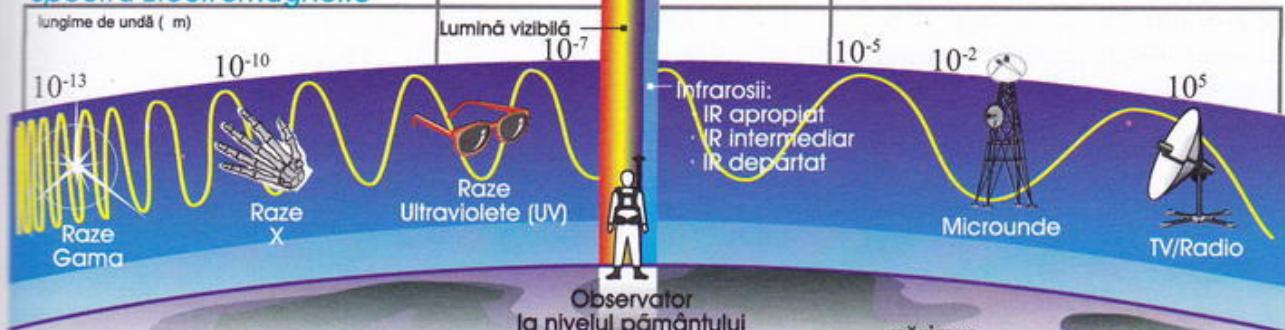
Alătuiți un referat care să reflecte o parte din aplicațiile undelor electromagnetice ilustrate în fotografiile cuprinse în paginile 102-103, folosindu-vă de cunoștințele teoretice dobândite în decursul capitolului.



Conceptul teledetectiei multiplatformă



Spectru Electromagnetic



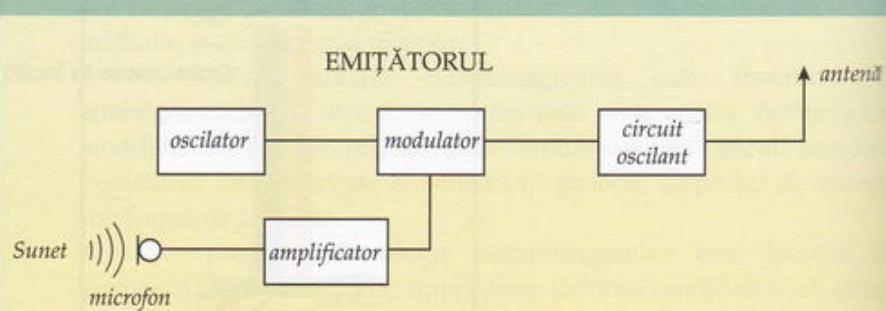
RADIOCOMUNICAȚIILE

După primul război mondial (1914 - 1918) dezvoltarea tehnologică a permis utilizarea undelor electromagnetice în domeniul radiocomunicațiilor.

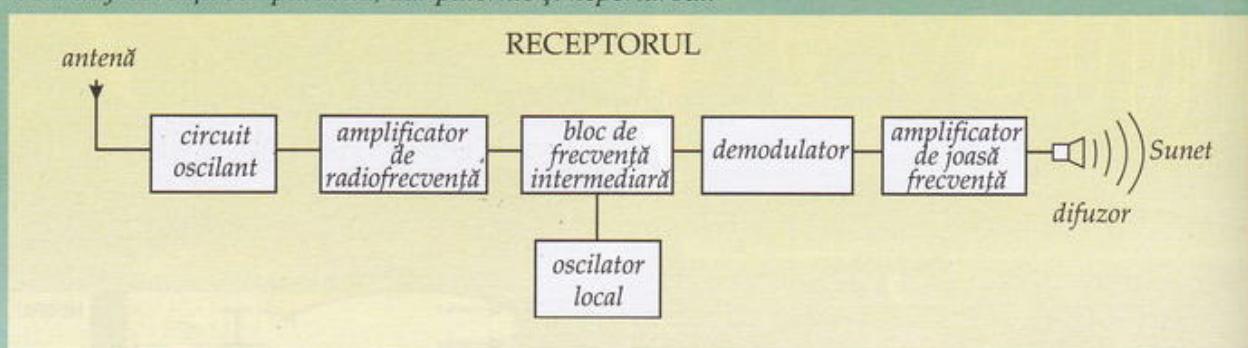
Emisiunile de radio și televiziune sunt astăzi ceva obișnuit. Informația este transportată de undele electromagnetice produse cu ajutorul unor circuite oscilante conectate la o antenă, aceste unde fiind însă modulate - amplitudinea, frecvența sau fază undei prezintă variații după o anumită lege caracteristică informațiilor transmise. Procesul de modulare se realizează prin suprapunerea semnalelor electrice provenite de la microfon sau camera video captatoare peste o undă sinusoidală - undă purtătoare. Dacă variațiile sunt impuse amplitudinii undei se realizează modulare de amplitudine, iar dacă este modificată frecvența se obține modulare de frecvență.

Când unda modulată provenită de la antena de emisie întâlnește o antenă de recepție acordată pe frecvența respectivă informația utilă va fi extrasă prin demodulare separând semnalul modulator de oscilații purtătoare.

În continuare sunt reprezentate schemele blocale instalațiilor de radioemisie și radiorecepție precum și structura semnalelor aşa cum rezultă după realizarea modulară de amplitudine sau de frecvență.



Mai jos este reprezentată schema bloc a unui receptor de radiocomunicații. Un astfel de receptor se numește superheterodină și este conceput astfel încât pentru înlăturarea perturbațiilor datorate propagării, înainte de realizarea demodulării, se efectuează un amestec al semnalului purtător (care este însoțit de perturbații) cu un semnal local de frecvență comparabilă, dar puternic și neperturbat.



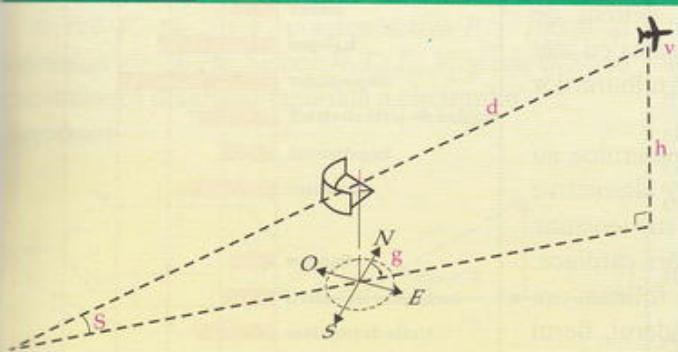
RADIOLOCAȚIA

Este un procedeu prin care, utilizând unde electromagnetice de frecvență înaltă și ultraînaltă (microunde) pot fi detectate și localizate obiecte care reflectă aceste unde.

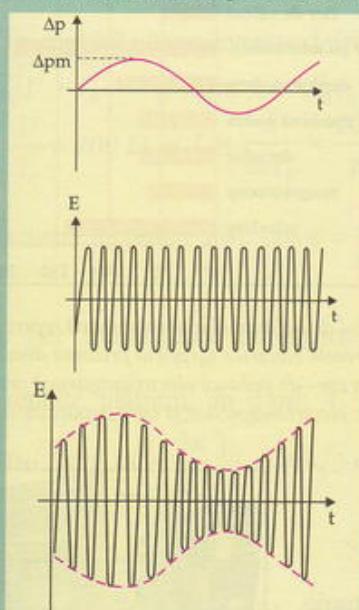
Undele electromagnetice sunt emise sub formă de fascicule înguste și intense pe direcție dată sub formă de impulsuri scurte ce se repetă periodic după un interval dat de timp. În intervalul de "tăcere" antena recepționează undele reflectate de o eventuală "țintă" aflată pe direcția de propagare.

Informațiile care pot fi obținute prin acest procedeu se referă la:

- distanța (d) de la antenă la "țintă". Astfel, dacă se măsoară timpul t necesar "ecoului" (semnalul reflectat) să apară, după ce a fost emis un impuls, distanța este $d = 2ct$.

FIŞĂ
DOCUMENT


Radarul (Radio Detection And Ranging) este un dispozitiv care folosește fascicule de microunde unidirectionale pentru localizarea unor obiecte (tinte) pe care acestea reflectă.



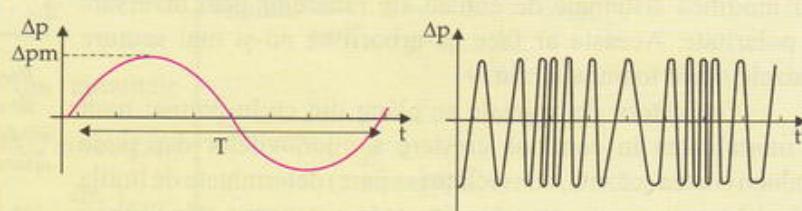
Principiul modulației de amplitudine: a) semnal de transmis (de joasă frecvență); b) unde hertziene purtătoare ale semnalului; c) unde emise de amplitudine modulată

Dacă antena emite o undă modulată în frecvență, timpul de revenire al ecoului este măsurat prin deplasarea în frecvență dintre momentul emisiei și cel al recepției semnalului.

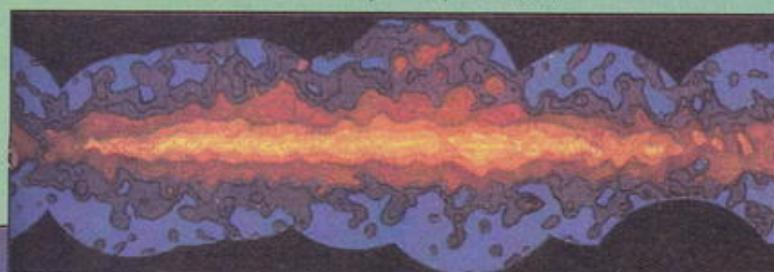
- azimutul (g) este unghiul pe care la un moment dat îl face fascicul emis cu direcția nord - sud.

- altitudinea (h) și elevația (s) ale tintei sunt estimate prin deplasarea în plan vertical a antenei până la receptarea unui semnal reflectat de intensitate maximă.

- viteza de deplasare a tintei poate fi determinată dacă se măsoară deplasarea Doppler cu frecvența ecranului față de semnalul emis de antenă.



Principiul modulației frecvenței: a) semnal de transmis (de joasă frecvență); b) unde emise de frecvență modulată



Emisia de unde electromagnetice de tip γ de către o porțiune a Căii Lactee. Intensitatea maximă corespunde culorii galbene iar cea minimă culorii violet.

Undele de radiofracvență și microundele sunt utilizate ca suport pentru transmiterea informațiilor.

Antenele folosite în domeniul radiocomunicațiilor au diferite configurații în funcție de domeniul de frecvență pentru care sunt realizate.

Pentru lungimi de undă mari se folosesc antene dipol (amplasate pe pilonul din stânga fotografiei) iar pentru domeniul microundelor structuri de tip "lentilei Luneberg" (din dreapta fotografiei).

(F1,F2) 4. POLUAREA ELECTROMAGNETICĂ

Unde "invizibile" și efectele lor

Liniile de înaltă tensiune determină în atmosferă zone (culoare) invizibile de poluare electromagnetică, extrem de nocive prin acțiunea lor asupra organismelor vii; aceasta cu atât mai mult cu cât poluarea electromagnetică se asociază tulburărilor naturale suferite de câmpul electromagnetic terestru.

Câmpurile electomagnetiche continue, chiar puternice, au un efect limitat; în schimb, câmpurile electomagnetiche alternative - în special acele care sunt create de aparate folosite sub tensiune mare - provoacă perturbări ale somnului și tulburări cardiace. Problema este că aparatele electrocasnice pe care le folosim noi (televizorul, combina audio, mașina de spălat, frigidierul, fierul de călcat, calculatorul, telefoanele celulare, prăjitorul de pâine, cuptorul cu microunde etc.) creează tocmai astfel de câmpuri electomagnetiche.

Un studiu suedez relevă faptul că riscurile apariției leucemiei sunt de 4 ori mai mari la copii care trăiesc în proximitatea liniilor de înaltă tensiune față de cei care nu intră în contact cu acest gen de factori poluanți.

Cercetătorii belgieni avansează ideea că nu ploile acide, ci acțiunea radarelor cauzează diverse maladii copacilor. Ei sugerează că aceste efecte negative ar putea fi înălțurate dacă s-ar modifica sistemele de emisie ale radarelor prin inversare de polaritate. Aceasta ar face ca arborii să nu-și mai scutură frunzele decât toamna târziu.

Crescătorii de animale se plâng din ce în ce mai mult de mortalitatea în continuă creștere a oilor, vitelor dar și de productivitatea scăzută, consecințe (se pare) determinate de liniile de înaltă tensiune sau antenelor situate în apropierea stânelor sau a altor locuri destinate creșterii animalelor.

Sugestii utile pentru a ne feri de radiațiile electomagnetiche

- Cum se poate corecta instalația electrică?

Se verifică împământarea, care nu trebuie să aibă nici o defecțiune. Cablurile de alimentare ale aparatelor trebuie să fie izolate.

- La ce distanță trebuie să dormim față de aparatele casnice?

Cel puțin 70 cm față de radioul cu ceas deșteptător, perna electrică, față de prize etc. Micile transformatoare de exemplu cele ale lămpilor cu halogen, generează câmpuri magnetice puternice; de aceea ele nu trebuie să fie amplasate în apropierea patului.

- Ce pat trebuie să alegem?

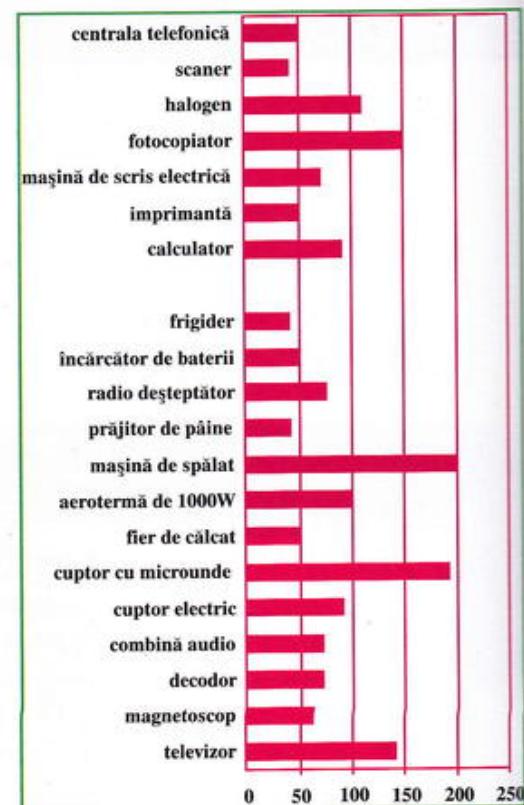
Trebuie evitate saltelele care au spire metalice.

- Televizoarele sau combinele audio sunt periculoase?

Aceste echipamente sunt periculoase; razele emise de ele traversează pereții despărțitori. Din acest motiv este necesară închiderea sau chiar debranșarea lor înainte de culcare.

- Cum trebuie amenajată instalația electrică într-o cameră?

Circuitele electrice generează câmpuri electrice chiar dacă aparatele nu sunt puse în funcțiune, deoarece una dintre cele două faze rămâne activă. De aceea trebuie folosite veiozele cu întretrerupător bipolar, care dezactivează ambele faze. Pot fi folosite și întretrerupătoarele automate instalate la nivelul tabloului electric; sau, în loc de 220 V în dormitor putem instala numai 12V.



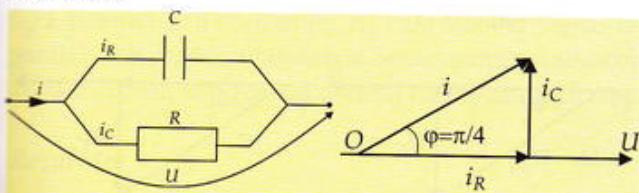
Pericolul de poluare electromagnetică reprezentat de aparatele electrice (graficul prezintă distanțele medii - în cm - de poluare electromagnetică creată de aparatele electomagnetiche și care depășește 0,5 mG)



Modele operaționale

1. Se consideră circuitul paralel reprezentat alăturat, valorile efective ale tensiunii și curentului sunt: $U = 100 \text{ V}$, $I = \sqrt{2} \text{ A}$, puterea activă $P = 100 \text{ W}$ și frecvența $v = 50 \text{ Hz}$. Se cer: R , I_R , I_C , X_C și $\cos \varphi$. Să se construiască diagrama fazorială a circuitului.

Rezolvare

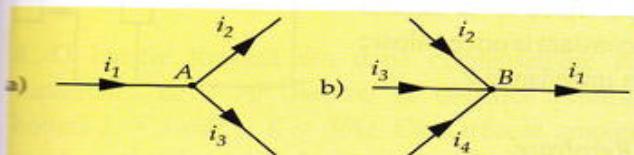


Puterea activă a circuitului este puterea disipată în rezistor, deci $R = \frac{U^2}{P} = 100 \Omega$, iar $I_R = \frac{P}{U} = 1 \text{ A}$.

Triunghiul curentelor este dreptunghic deci, $I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = 1 \text{ A}$. Din $U = X_C I_C$ rezultă $X_C = \frac{U}{I_C} = 100 \Omega$ și $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}$.

Factorul de putere este $\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2. Se cer intensitățile curentelor i_1 din circuitele reprezentate alăturat, în care: $i_2 = 10\sqrt{2} \sin \omega t$ (A); $i_3 = 10\sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$; $i_4 = 10\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$ (A).



Rezolvare

a) Aplicând prima lege a lui Kirchhoff în nodul A rezultă $i_1 = i_2 + i_3$ sau

$$i_1 = 10\sqrt{2} \sin \omega t + 10\sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Aplicând formulele de calcul trigonometric obținem:

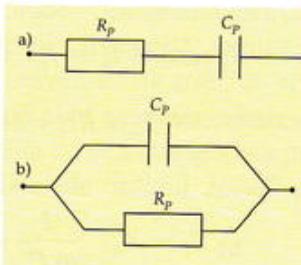
$$i_1 = 20\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) = 10\sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right).$$

b) În nodul B

$$i_1 = 10\sqrt{2} \left[\sin \omega t + \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right] = 10\sqrt{2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right)$$

Deci, $i_1 = 0$.

3. Se consideră circuitele din figurile alăturate (a și b). Ce rezistență R_p și ce capacitate C_p trebuie să aibă elementele circuitului b cunoscând că $R_s = 5\Omega$ și $C_s = 153 \mu\text{F}$, astfel ca cele două circuite să fie echivalente? Să dă: $v = 200 \text{ Hz}$.



Rezolvare

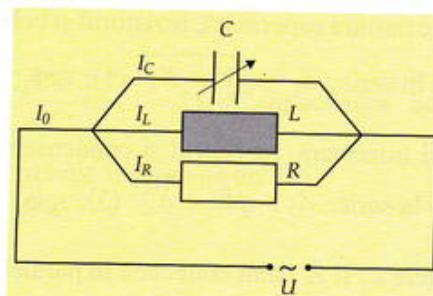
Circuitele RC serie și RC paralel sunt echivalente dacă puterile activă și reactivă au valori egale.

$$P_{r(a)} = P_{r(b)} \text{ sau } X_{Cs} I_s^2 = \frac{U^2}{X_{Cp}}$$

Exprimând I_s în funcție de tensiune și impedanță, obținem: $X_{Cs} \frac{U^2}{R_s^2 + X_{Cs}^2} = \frac{U^2}{X_{Cp}}$

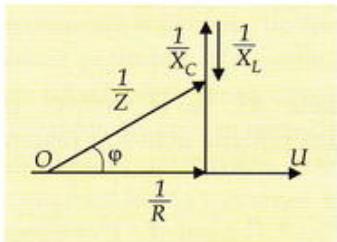
$$\begin{aligned} \text{Tinând cont că } X_{Cp} &= \frac{1}{\omega C_p}, \\ \text{rezultă: } \frac{1}{\omega C_s} &= \frac{1}{R_s^2 + \frac{1}{\omega^2 C_s^2}} = \omega C_p, \\ C_p &= \frac{1}{\omega^2 C_s} \cdot \frac{1}{R_s^2 + \frac{1}{\omega^2 C_s^2}} = 80 \mu\text{F} \end{aligned}$$

4. Circuitul paralel reprezentat în figura de mai jos, format dintr-un condensator variabil, o bobină ideală cu inductanță de $100 \mu\text{H}$ și un rezistor cu rezistență de 10Ω , este alimentat de un generator de curent alternativ cu frecvență de 10 kHz , asigurând o valoare efectivă constantă $I_0 = 20 \text{ mA}$ a intensității totale a curentului. Să se deducă: a) valoarea maximă a puterii din rezistor; b) capacitatea condensatorului pentru care puterea disipată pe rezistor este maximă; c) capacitatea C_1 și C_2 ale condensatorului variabil pentru care puterea disipată în rezistor este egală cu jumătate din puterea maximă.



Rezolvare a) În starea de rezonanță a curenților $I_L = -I_C$ rezultă $I_R = I_0$. Puterea maximă dissipată în rezistor este $P_m = RI_0^2 = 10 \cdot (0,02)^2 = 4 \text{ mW}$.

b) $X_C = X_L$, $\frac{I}{\omega_0 C_0} = \omega L$, $C = \frac{I}{\omega^2 L} = 2,52 \mu F$.



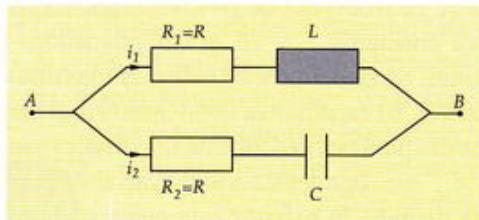
c) $P = U \cdot I \cos \varphi = Z I_0^2 \frac{1}{R} = \frac{Z^2 I_0^2}{R}$

Din, $P = \frac{1}{2} P_{max}$ rezultă $\frac{Z^2 I_0^2}{R} = \frac{1}{2} R I_0^2$ sau $\frac{2}{R^2} = \frac{1}{Z^2}$ (1), dar $\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2$ (2).

Din relațiile (1) și (2) rezultă:

$$\frac{2}{R^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 \text{ deci } \pm \frac{1}{R} = \omega C - \frac{1}{\omega L} \text{ sau } C_{1,2} = \frac{1}{\omega^2 L} \pm \frac{1}{\omega R}; C_1 = 0,94 \mu F; C_2 = 4,12 \mu F.$$

5. Rezistoarele, bobina ideală și condensatorul din circuitul reprezentat în figura alăturată satisfac relația: $R = X_L = X_C$. Să se calculeze impedanța circuitului.



Rezolvare

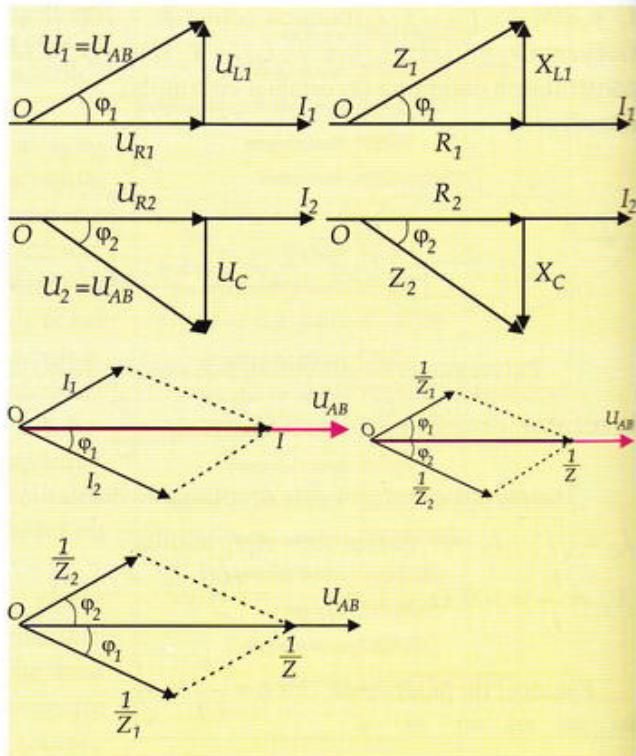
Pe ramura superioară, rezistorul și bobina sunt conectate în serie: $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ (1); $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{X_L}{R}$.

Pe ramura inferioară, rezistorul și condensatorul sunt conectate în serie: $Z_2 = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ (3); $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_C}{R}$.

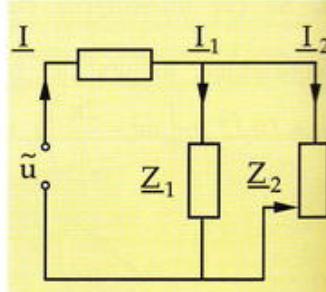
Impedanțele Z_1 și Z_2 sunt conectate în paralel.

În cazul de față, $Z_1 = Z_2 = \sqrt{2}R$.

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} = \frac{2}{Z_1^2}, Z = \frac{\sqrt{2}}{2} Z_1 = R$$



6. Se dă circuitul din figura următoare. Să se determine natura impedanțelor Z_1 și Z_2 și relația dintre ele pentru ca I_2 să rămână constant la orice valoare a impedanței Z_2 .



Rezolvare

Aplicând legile lui Kirchhoff, rezultă $I = I_1 + I_2$ și $I_1 \underline{Z}_1 = I_2 \underline{Z}_2$.

Legea lui Ohm pentru întreg circuitul:

$$I = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z} + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}} \text{ sau}$$

$$I_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z} + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \Rightarrow I_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z} + \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right)}$$

Pentru ca I_2 să nu depindă de \underline{Z}_2 este necesar ca $1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0 \Rightarrow \underline{Z}_1 = -\underline{Z}_2$ adică $R_1 + jX_1 = -R_2 - jX_2$

ceea ce înseamnă $R_s = -R$, posibil când $R_s = R = 0$ și $X_s = -X$ (una dintre reactanțe este capacitive, iar cealaltă este inductive).

7. Un circuit serie având o rezistență $R_s = 1 \Omega$ și o bobină ideală $L_s = 0,1H$, este alimentat de o tensiune alternativă sinusoidală, având valoarea efectivă U și pulsăția ω . Se cere să se calculeze valoarea inductanței L_p a bobinei și a rezistenței R_p care trebuie legate în paralel, sub aceeași tensiune la borne, pentru a absorbi același curent, sub același defazaj ca și primul circuit.

Rezolvare

Pentru circuitul serie: $Z_s = R_s + j\omega L_s$ și pentru circuitul paralel: $\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p}$.

$$\text{Aplicând legea lui Ohm și } I_p = \frac{U}{Z_p}$$

$$\begin{aligned} Z_s &= I_p \Rightarrow Z_s = Z_p \Rightarrow (Z_p)^{-1} \Rightarrow \frac{1}{R_s + j\omega L_s} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p} \\ &\Rightarrow \frac{R_s - j\omega L_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2} = \frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p} \\ &\Rightarrow \frac{R_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2} - \frac{j\omega L_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2} = \frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p} \end{aligned}$$

Egalând părțile reale, respectiv cele imaginar, rezultă: $R_p = R_s + \frac{\omega^2 L_s^2}{R_s} \Rightarrow R_p = 108,5 \Omega$ și $L_p = L_s + \frac{R_s^2}{\omega^2 L_s} \Rightarrow L_p = 0,1101 H$.

8. O baterie formată din două condensatoare cu capacitatea de $2 mF$ fiecare, se descarcă printr-o bobină $L = 1 mH$ și $R = 50 \Omega$. Cum trebuie grupate condensatoarele, astfel încât să apară oscilații prin circuit?

Rezolvare

a) În cazul grupării serie $C_s = C/2 = 1 \mu F$.

Condiția apariției oscilației este: $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, $2\sqrt{\frac{L}{C_s}} = 20\sqrt{10} \Omega > R$.

Deci se produc oscilații periodice amortizate.

b) În cazul grupării paralel $C_p = 4 \mu F$, $2\sqrt{\frac{L}{C_p}} = 10\sqrt{10} \Omega < R$. Deci nu se produc oscilații.

9. Inventatorul Nikola Tesla a propus transmiterea puterii electrice prin unde electromagnetice. Presupunem că puterea trebuie transmisă printr-un fascicul având o secțiune transversală de arie $100 m^2$. Ce intensitate E și inducție B sunt necesare pentru a transmite o putere compatibilă cu cea transportată pe liniile moderne de transmisie (de ordinul $500kV$ și $1000A$)?

Rezolvare

Densitatea de energie pentru o undă electromagnetică care se propagă în vid cu viteza c :

$$\begin{aligned} a) \omega &= \epsilon_0 E^2; \\ \omega &= \frac{W}{V} = \frac{UIt}{S \cdot c \cdot t} = \frac{UI}{S \cdot c} \Rightarrow \epsilon_0 E^2 = \frac{UI}{S \cdot c} \\ E &= \sqrt{\frac{UI}{S \cdot c \cdot \epsilon_0}} = 43,38 \cdot 10^4 V/m. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \omega &= \frac{B^2}{\mu_0} \\ \omega &= \frac{UI}{S \cdot c} \Rightarrow \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{UI}{S \cdot c} \Rightarrow B = \sqrt{\frac{UI \mu_0}{S \cdot c}} = 1,44 \cdot 10^{-4} T \end{aligned}$$

10. Un circuit oscilant este compus dintr-o inductanță $L = 2mH$ și un condensator cu capacitatea variabilă, fiindu-i atașată în paralel o antenă de inductanță $2\mu H$ și o capacitate proprie $C_a = 15 pF$. Care este capacitatea condensatorului inseriat pe antenă dacă circuitul este acordat pe lungimea de undă $\lambda = 300m$? Dar a condensatorului variabil?

Rezolvare

Frecvența circuitului:

$$v = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L c^2} = 25 pF, \text{ capacitatea}$$

condensatorului variabil al circuitului oscilant.

$$C_e = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L_a c^2} = 12,5 pF, \text{ capacitatea echivalentă a antenei.}$$

$$C_e = \frac{C_a C'}{C_a + C'} \Rightarrow C' = 75 pF, \text{ capacitatea condensatorului ce trebuie inseriat pe antenă.}$$

17. Un circuit RLC are următorii parametri:

$R = 6 \Omega$, $L = 20 \text{ mH}$, $C = 5 \mu\text{F}$ și este alimentat cu o tensiune de forma: $u(t) = 24\sqrt{2} \sin 960\pi t$ (V)

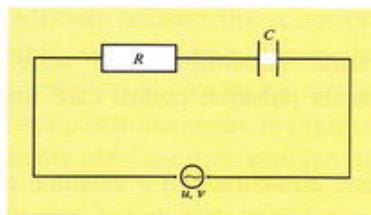
- Ce expresie are intensitatea momentană în circuit?
- Dacă rezistența R este variabilă, să se exprime în funcție de aceasta puterea activă a circuitului. Pentru ce valoare a lui R devine puterea activă maximă?

18. O bobină reală este alimentată la o tensiune alternativă cu valoarea efectivă $U = 220$ V și frecvența $v = 50$ Hz. Dacă în circuit intensitatea efectivă este $I = 2,2$ A și există un defazaj $\varphi = \pi/6$ între tensiune și intensitate, să se calculeze:

- impedanța circuitului, rezistența electrică și inductanța bobinei;
- cădere de tensiune datorată rezistenței bobinei;
- puterea aparentă, activă și reactivă;
- energia disipată în circuit timp de 2 ore;
- capacitatea unui condensator care, legat în serie cu bobina, ar aduce circuitul în regim de rezonanță;
- factorul de calitate al noului circuit format după introducerea condensatorului.

19. Circuitul din figură are următorii parametri:

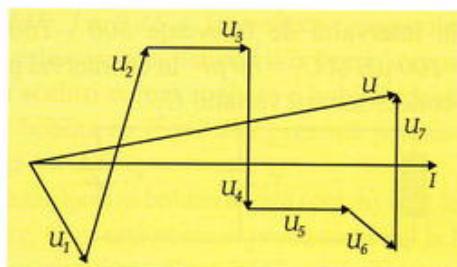
$$R = 40\Omega, C = \frac{1}{3\pi} \text{ mF}, u = 220 \text{ V și } v = 50 \text{ Hz.}$$



Să se calculeze:

- impedanța circuitului și defazajul dintre u și i ;
- puterile aparentă, activă și reactivă;
- inductanța unei bobine de rezistență $R_b = 40 \Omega$ care legată în serie în circuit l-ar aduce la rezonanță;
- factorul de calitate al circuitului în acest caz.

20. Să se deseneze circuitul corespunzător următoarei diagrame fazoriale.



21. Un circuit oscilant al unui aparat de emisie - recepție conține o bobină $L = 0,1 \text{ mH}$ și un condensator

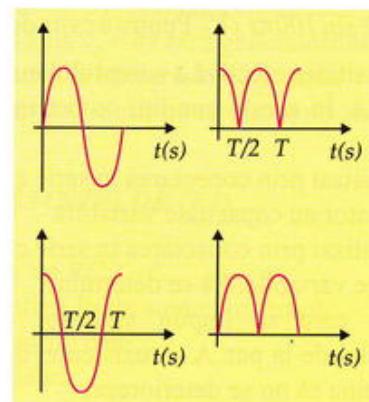
variabil. Care este intervalul de variație al capacității condensatorului pentru a corespunde domeniului de frecvențe cuprins între 0,5 - 1,5 MHz?

22. Care este raportul dintre energia câmpului electric și magnetic într-un circuit ideal după un timp:

$$\text{a) } t = T/8; \quad \text{b) } t = T/12.$$

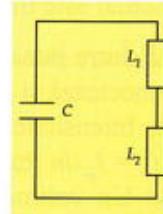
23. Folosind un rezistor, o bobină ideală și un condensator, se realizează mai întâi un circuit serie și apoi un circuit paralel. Cât trebuie să fie factorul de calitate al circuitului serie pentru ca cele două circuite să aibă același factor de putere.

24. Stabiliți care grafic se referă la energia înmagazinată de un condensator, respectiv de o bobină, aparținând unui circuit oscilant ideal, știind că la $t = 0$, condensatorul este încărcat cu sarcină maximă.



25. Într-un circuit oscilant închis de rezistență neglijabilă:

- frecvența proprie a oscilațiilor este....
- amplitudinea oscilațiilor și energia sistemului sunt...
- sarcina pe condensator la momentul $T/8$ este...
- sistemul mecanic analog este...



26. Un circuit oscilant compus dintr-o inductanță $L = 0,2 \text{ mH}$ și un condensator de capacitate variabilă, este asociat în paralel cu condensatorul $C_2 = 2 \text{ pF}$ al unei antene de radiofreqvență. Cât trebuie să fie capacitatea condensatorului variabil pentru a putea să se recepționeze undele emise de o antenă a unui post de emisie, lungimea antenei semiundă fiind $l = 30 \text{ m}$?

27. O undă electromagnetică cu frecvență 3 MHz trece din vid într-un mediu nemagnetic cu permisivitatea relativă $\epsilon_r = 4$. Calculați variația lungimii de undă.

Operationalizare - transfer

28. Circuitul oscilant al unui post de emisie are: $L = 20 \text{ mH}$ și $C = 8 \text{ pF}$, fiind acordat cu o antenă ce emite unde spre un perete metalic reflector. La ce distanță minimă de perete trebuie pus un receptor pentru ca unda emisă și unda reflectată să se anuleze în acel loc?

29. Un radar emite impulsuri cu durata $1\mu\text{s}$, iar pe $0,99\mu\text{s}$ lucrează un receptor. Care este raportul dintre bătaia maximă a radarului și distanța minimă dintre două puncte aflate pe direcția de propagare care pot fi detectate separat?

30. O bobină cu inductanță $L = 0,2 \text{ H}$ are rezistență $r = 36 \Omega$. Tensiunea la borne are forma $u(t) = 220\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$. Pentru a evita deteriorarea bobinei, intensitatea efectivă a curentului nu trebuie să depășească $2A$. În aceste condiții se pot utiliza două montaje:

A) Montaj realizat prin conectarea în serie cu bobina a unui condensator cu capacitate variabilă.

B) Montaj realizat prin conectarea în serie cu bobina a unei rezistențe variabile. Să se determine:

- condițiile care se impun valorilor capacității condensatorului de la pct. A și rezistenței de la pct. B pentru ca bobina să nu se deterioreze;
- raportul puterilor active ale celor două montaje în condițiile aceleiași intensități efective. Care dintre montaj este mai economic?

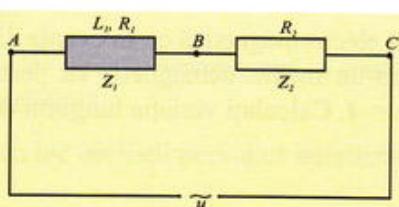
31. Între punctele A și B ale circuitului din figură se conectează și impedanța Z_1 și între B și C o rezistență R_2 . Intensitatea curentului în circuit este de forma $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$.

A) Un voltmetru ideal se conectează succesiv între punctele A și B, B și C, respectiv A și C. Valorile efective sunt: $U_{AB} = 45 \text{ V}$, $U_{BC} = 40 \text{ V}$, $U_{AC} = 75 \text{ V}$. Să se arate că factorul de putere satisfacă relația:

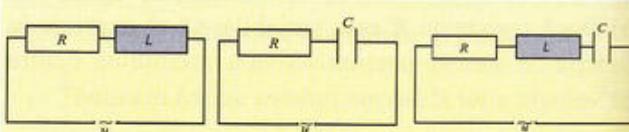
$$\cos \varphi = \frac{U_{AC}^2 - U_{BC}^2 - U_{AB}^2}{2U_{BC}U_{AB}}$$

B) Dacă $R_2 = 20 \Omega$ să se calculeze:

- puterea disipată în R_2 ;
- puterea activă la bobina Z_1 ;
- rezistența R_1 a bobinei.

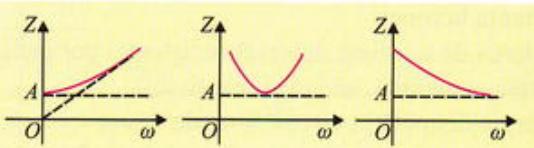


32. A) Folosind un rezistor R , un condensator C și o bobină ideală L se realizează trei circuite ca în figura de mai jos. Circuitele sunt alimentate cu tensiune alternativă de valoare efectivă u și pulsărie variabilă ω .



a) Să se exprime impedanțele celor trei circuite în funcție de R , L , C și ω .

B) Pentru valori diferite ale pulsării, impedanțele circuitelor prezintă dependențe, în cazul fiecărui circuit, conform figurilor:



a) Care impedanță corespunde fiecarei dintre cele trei variante ale circuitelor?

b) Care este semnificația ordonatei notate cu A pe fiecare diagramă?

c) Să se argumenteze faptul că la frecvențe (pulsări) joase, inductanță se comportă ca un scurt circuit, iar la frecvențe (pulsări) înalte, capacitatea se comportă ca un scurt circuit.

d) Pentru varianta circuitului RLC serie, să se stabilească expresia pulsării pentru care impedanță este maximă.

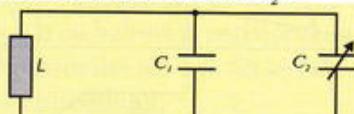
33. O bobină este alimentată cu o tensiune continuă de 120 V și curentul ce o străbate are intensitatea de $2A$. Alimentând bobina cu o tensiune sinusoidală cu frecvență 50 Hz și valoarea efectivă 100 V , intensitatea efectivă devine $0,5 \text{ A}$.

a) Ce valoare are R , respectiv X_L ?

b) Ce valoare (exprimată în grade) are defazajul dintre intensitatea curentului și tensiunea aplicată la borne?

c) Care sunt expresiile dependențelor de timp ale intensității și tensiunii?

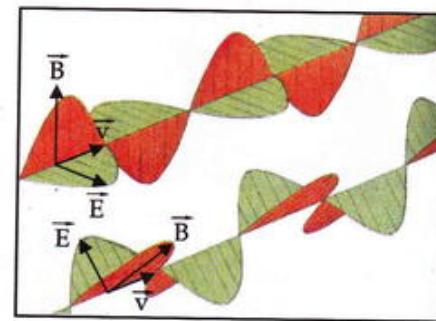
34. Circuitul oscilant al unui radioceptor poate fi acordat în intervalul de frecvențe $500 - 1600 \text{ kHz}$. Dacă $L = 100 \mu\text{H}$ și $C_1 = 80 \text{ pF}$ în ce interval poate să ia valoarea condensatorului variabil C_2 ?



35. Este periculos să purtăm o brătară din metal într-o regiune unde se manifestă un câmp magnetic intens? Discuție!

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F2)

- 1.** Care dintre unitățile de măsură de mai jos nu sunt corecte pentru măsurarea frecvenței:
 a) 1/s; b) Hz; c) $H^{-1}F^{-1}$; d) Ω/H
- 2.** Instrumentele de măsură pentru intensitatea curentului și tensiunii alternative indică valori:
 a) medii; b) instantanee; c) maxime; d) efective.
- 3.** Asociați imaginii alăturate relațiile care se potrivesc:
 a) $\vec{E}(x,t) = \vec{E}_{\max} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \vec{E}_{\max} \sin(\omega t - kx);$
 b) $e = E_m \sin \omega t;$ c) $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$
- 4.** Găsiți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:
 a) pe elementele reactive de circuit procesele sunt reversibile;
 b) micșorarea lungimii de undă a antenei se face inseriind cu antena un condensator variabil;
 c) undele hertziene, ca și celelalte unde se propagă rectiliniu.
- 5.** Un circuit serie RLC este alimentat cu o tensiune $u(t) = 25 \sin 100\pi t$ (V) iar intensitatea are forma:
 $i(t) = 0,5 \sin(100\pi t - \pi/4)$ (A). Să se calculeze: a) impedanța circuitului; b) rezistența circuitului; c) inductanța bobinei (L) și capacitatea condensatorului (C) știind că, pentru o frecvență $v_0 = 44$ Hz a generatorului, intensitatea în circuit și tensiunea aplicată oscilează în fază. Amplitudinea tensiunii la borne este constantă.
6. Ce rezistență este legată în serie cu un condensator de $100 \mu F$ dacă la frecvența tensiunii de alimentare de 1 kHz impedanța circuitului este de 45Ω ?

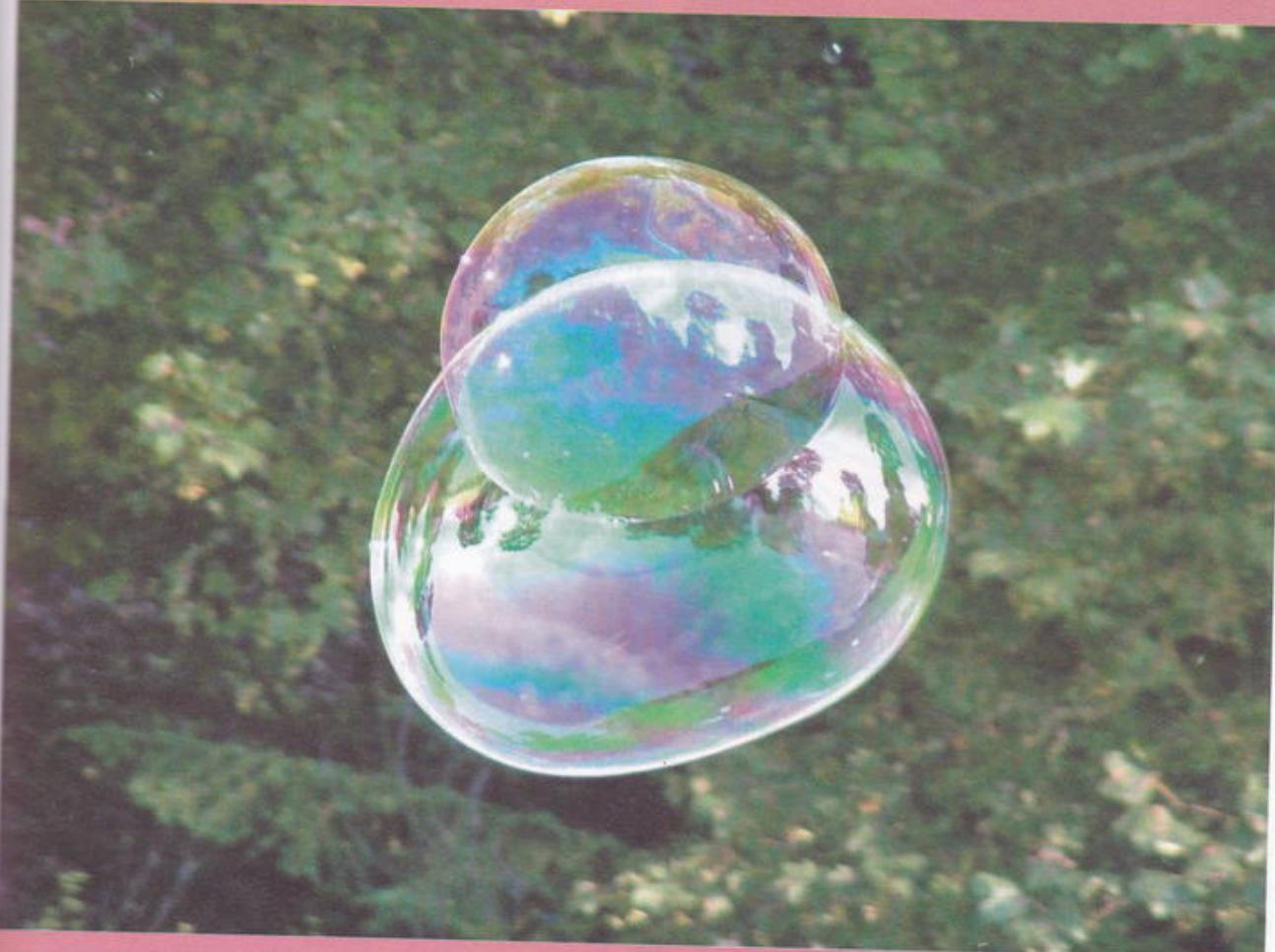
**TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F1)**

- 1.** Fie următoarele afirmații:
 a) nu există generator în circuit; b) circuitul este de tip RC ;
 c) circuitul este de tip RCL ; d) pierderile prin efect Joule sunt compensate.
 Atribuiți oscilatorilor enumerați mai jos, câte una din afirmațiile date:
A) Circuit oscilant în care au loc oscilații electromagnetice sinusoidale;
B) Circuit oscilant în care au loc oscilații amortizate;
C) Oscilator electromagnetic în regim aperiodic;
D) Sistem ale căruia oscilații sunt întreținute.
- 2.** O bobină cu rezistență R și inductanță L are la borne tensiunea $u = 12 \sin 500t$ (V) și este parcursă de curentul $i = 4 \sin \left(500t - \frac{\pi}{3} \right)$ (A). Energia consumată de bobină în timp de 5 minute este:
 a) $4160 J;$ b) $3600 J;$ c) $3000 J;$ d) *nu se poate calcula*
- 3.** **1.** O sursă ideală de tensiune are t.e.m. $e = 220\sqrt{2} \sin \omega t$ (V) și debitează un curent de intensitate $i = 5\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right)$ (A). Să se calculeze puterea activă și reactivă dată de sursă. Care este valoarea maximă a puterii instantanee furnizată de sursă?
4. Pentru un condensator alimentat la o sursă de tensiune alternativă se cunosc următorii parametrii: $C = 5 \mu F$, $v = 400$ Hz, $I = 0,16$ A. Intensitatea curentului are forma: $i(t) = I\sqrt{2} \sin 2\pi vt$.
 a) Care este expresia tensiunii la bornele circuitului?
 b) Dacă același curent străbate o bobină ideală cu $L = 3$ mH, care este expresia tensiunii la borne în acest caz?
 c) Dacă bobina cu $L = 3$ mH prezintă și rezistență $R = 20\Omega$, care este expresia tensiunii la borne în condițiile aceluiasi curent?
 d) Condensatorul și bobina ideală (pct. b) sunt legate în serie, iar curentul ce străbate circuitul este cel de la punctele anterioare. Care este acum expresia tensiunii la borne?
5. Într-un circuit oscilant RLC oscilațiile sunt slab amortizate. Pentru a întreține oscilațiile neamortizate, de două ori într-o perioadă, în momentul în care sarcina condensatorului este maximă, armăturile sunt repede depărtate cu Δd , iar când sarcina este nulă sunt apropiate la loc. Aflați raportul $\Delta d/d$ necesar, cunoscând factorul de calitate $Q = 100$.

OPTICA ONDULATORIE

*...Nimicul zăcea-n agonie,
când singur plutea-n întuneric și dat-a
un semn Nepătrunsul:
"Să fie lumină!"...*

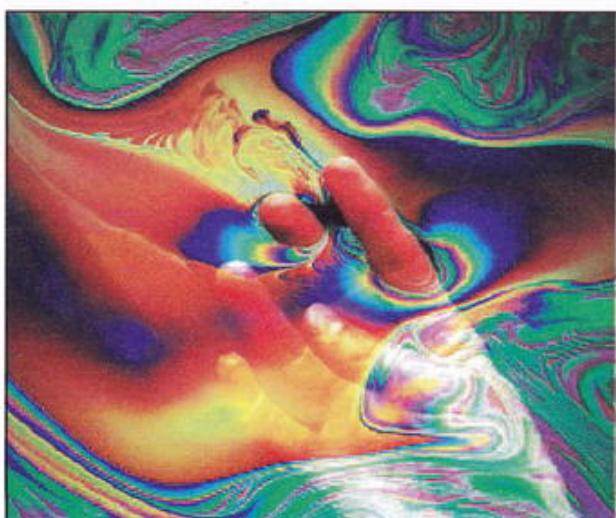
L. Blaga - Lumina



POTI AFLA

- Dacă există fenomene optice direct observabile a căror descriere nu este posibilă în cadrul opticii geometrice.
- În ce măsură ipoteza privind natura ondulatorie a luminii a generat o teorie unitară pe baza căreia pot fi explicate satisfăcător aceste fenomene.
- Dacă se poate dezvolta un model matematic având potențialul necesar interpretării materialului faptic acumulat prin observații directe sau mediate de instrumente, aparate.
- Care este domeniul de aplicabilitate al acestor modele.

OPTICA ONDULATORIE



Optica este știința care studiază lumina. Studiile sistematice asupra luminii au conturat două concepții distincte privind natura acesteia.

Fenomene precum interferența, difracția, polarizarea, conduc la concluzia că lumina este de natură ondulatorie - mai precis este o undă electromagnetică. Optica ondulatorie studiază lumina din această perspectivă.

Fenomene precum emisia și absorbția radiației, efectul fotoelectric, efectul Compton, conduc la concluzia că lumina este de natură corpusculară - reprezintă un flux de particule aflate în mișcare, numite fotoni.

Reconcilierea acestor două puncte de vedere aparent contradictorii a fost realizată în cadrul electrodinamicii cuantice, o teorie completă care include atât proprietățile ondulatorii cât și pe cele corpusculare. Fenomenele propagării luminii pot fi descrise mai bine prin teoria electromagnetică ondulatorie, în timp ce interacția luminii cu substanța în procese de emisie și absorbție, este un fenomen corpuscular.

1. DISPERSIA LUMINII. INTERPRETARE ELECTROMAGNETICĂ

(F1,F2) 1.1. Noțiuni de bază

Conform teoriei câmpului electromagnetic fundamentată de Maxwell și verificată experimental de Hertz, lumina este o undă electromagnetică.

În spectrul undelor electromagnetic lumina ocupă o regiune extrem de îngustă având lungimea de undă cuprinsă aproximativ între $4 \cdot 10^{-7}$ m și $7 \cdot 10^{-7}$ m (spectrul vizibil). Deoarece aceste lungimi de undă sunt foarte mici, este convenabil să le exprimăm în unități corespunzătoare:

micrometru ($1\mu\text{m} = 10^{-6}$ m), nanometru ($1\text{nm} = 10^{-9}$ m)
și angstrom ($1\text{\AA} = 10^{-10}$ m).

Ceea ce diferențiază lumina de restul undelor electromagneticice este capacitatea acesteia de a impresiona organul vizual uman, de a produce senzația vizuală. În mod evident, caracteristicile ochiului variază de la o persoană la alta în funcție de circumstanțe; aceasta a condus la definirea în cadrul opticii, prin convenție, în urma studiilor statistice, a unui observator normal mediu.

Sensația vizuală produsă de lumină asupra ochiului, se manifestă în două moduri: senzația de culoare și senzația de intensitate.

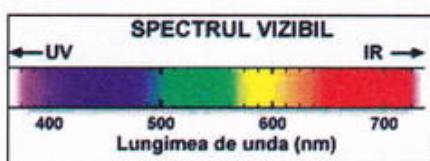


Fig. 1 Spectru vizibil



Pentru un experiment
virtual accesați:

www.portal.edu.ro

Lumina cu o distribuție spectrală dată va produce unui observator normal o senzație de culoare specifică. Lungimile de undă ale culorilor spectrului vizibil sunt cele prezentate în tabel. Lumina caracterizată printr-o singură lungime de undă este numită **lumină monocromatică** (de o singură culoare). Deși, utilă în teorie, lumina monocromatică reprezintă o idealizare, o imposibilitate experimentală. Prin utilizarea unor surse sau filtre speciale, este posibilă limitarea domeniului lungimilor de undă la o bandă îngustă ce poate să ajungă până la 1 nm (lumină aproximativ monocromatică). Lumina albă constă dintr-un amestec de unde ale căror lungimi de undă se extinde pe tot spectrul vizibil (lumină policromatică).

Senzația de intensitate produsă de lumină asupra ochiului, depinde atât de energia transportată de undă luminoasă ce pătrunde în ochi, cât și de aptitudinea ochiului de a transforma această energie în senzație vizuală. Sensibilitatea unui ochi mediu normal diferă pentru diferite lungimi de undă ale luminii, adică pentru diferite culori. În fig. 2 este prezentată sensibilitatea spectrală relativă a ochiului în funcție de lungimea de undă a luminii. Se constată că aceasta este maximă pentru lungimea de undă de 550 nm (culoarea verde - galben).

O undă electromagnetică, deci și lumina, este o undă transversală în care vectorii intensitate câmp electric \vec{E} și inducție câmp magnetic \vec{B} oscilează în fază pe direcții reciproc perpendiculare și în același timp perpendicular pe direcția de propagare adică pe viteza: $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$.

Efectele luminoase sunt produse de componenta electrică a câmpului electromagnetic și sunt independente de orientarea acestuia (intensitatea interacțiunii magnetice cu mediile materiale este în general mult inferioară celei electrice).

Conform teoriei lui Maxwell, viteza de propagare a luminii într-un mediu omogen este: $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$

unde ϵ și μ reprezintă permitivitatea electrică respectiv permeabilitatea magnetică a mediului. În cazul vidului: $\epsilon = \epsilon_0$ și $\mu = \mu_0$, viteza de propagare a luminii devine: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Raportul dintre viteza luminii în vid și viteza luminii într-un mediu oarecare este cunoscut în optică sub numele de indice de refracție absolut al mediului $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$,

unde $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ și $\mu_r = \mu/\mu_0$ sunt valorile relative ale permitivității electrice respectiv permeabilității magnetice ale mediului. Relația anterioară stabilește o legătură între proprietățile optice, electrice și magnetice ale unei substanțe.

Deoarece $\epsilon_r > 1$ și $\mu_r > 1$ rezultă imediat că $n > 1$ și $v < c$.

$$v = c/n$$

În reprezentarea teoriei ondulatorii, frecvența v a undei rămâne neschimbă la trecerea într-un alt mediu. Notând prin $\lambda_0 = c/v$ și $\lambda = v/v$, lungimea de undă a luminii în vid respectiv într-un mediu având indicele de refracție n , obținem:

$$\lambda = \lambda_0 / n$$

Culoarea	$\lambda(\text{nm})$
Violet	400 - 450
Albastru	450 - 500
Verde	500 - 550
Galben	550 - 600
Portocaliu	600 - 650
Roșu	650 - 700

Tab. 1. Lungimile de undă ale culorilor spectrului vizibil

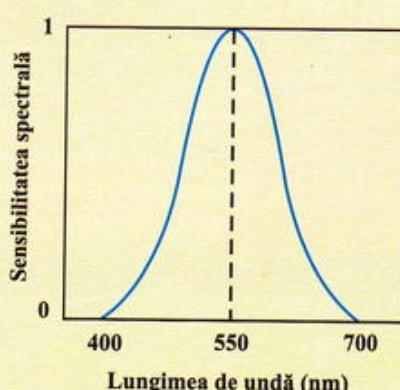


Fig. 2 Sensibilitatea spectrală relativă a ochiului

Info plus

Cea mai precisă metodă de determinare a vitezei luminii constă în determinarea independentă a lungimii de undă și frecvenței luminii emise de un laser stabilizat, viteza luminii în vid fiind $c = \lambda \cdot v$. Metoda propusă de K.M. Evenston dă pentru viteza de propagare a luminii în vid valoarea $c = 299792458 \pm 1 \text{ m/s}$.

Această valoare a fost adoptată ca viteză standard în anul 1983 și folosită pentru definiția metrului. Noua definiție a metrului face legătura între unitatea de lungime și unitatea de timp prin relația fundamentală $\lambda = c \cdot T$.

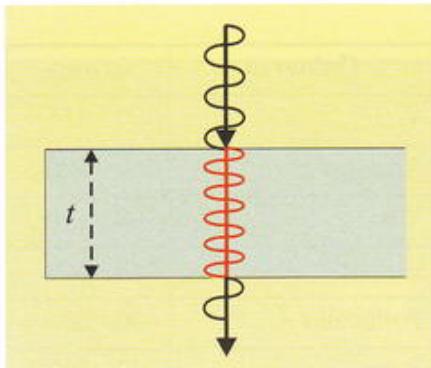


Fig. 3 Modificarea lungimii de undă la trecerea dintr-un mediu în altul

REȚINETI

Lumina este o undă electromagnetică având lungimea de undă cuprinsă în intervalul aproximativ $4 \cdot 10^{-7} - 7 \cdot 10^{-7}$ m. Lumina produce senzăția vizuală - de culoare și de intensitate.

Efectele luminoase sunt produse de vectorul câmp electric al undei luminoase și nu depind de orientarea acestuia.

Proprietățile optice, electrice și magnetice ale unui mediu sunt legate prin relația: $n = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$. Indicele de refracție este o constantă de material ce caracterizează mediul din punct de vedere al propagării undelor electromagnetice.

Proprietățile optice ale mediului modifică viteza și lungimea de undă a luminii lăsând neschimbată frecvența acesteia $v = c/n$ și $\lambda = \lambda_0/n$.

Prin urmare, atât viteza cât și lungimea de undă a luminii se modifică la trecerea acesteia dintr-un mediu în altul - mărimea fizică decisivă pentru caracterizarea luminii monocromatice rămâne frecvența.

Să presupunem că în intervalul de timp Δt , propagându-se într-un mediu de indice de refracție n cu viteza v , lumina parcurge distanța $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Vom numi **drum optic** (Δx), distanța parcursă de lumină în același interval de timp, propagându-se în vid cu viteza c , $(\Delta x) = c \cdot \Delta t$. Din această definiție rezultă imediat **relația dintre drumul optic (Δx) și drumul geometric Δx**

$$(\Delta x) = n \cdot \Delta x.$$

Substituirea drumului geometric cu drumul optic conservă

$$\text{faza undei: } \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \omega \left(t - \frac{x \cdot n}{c} \right).$$

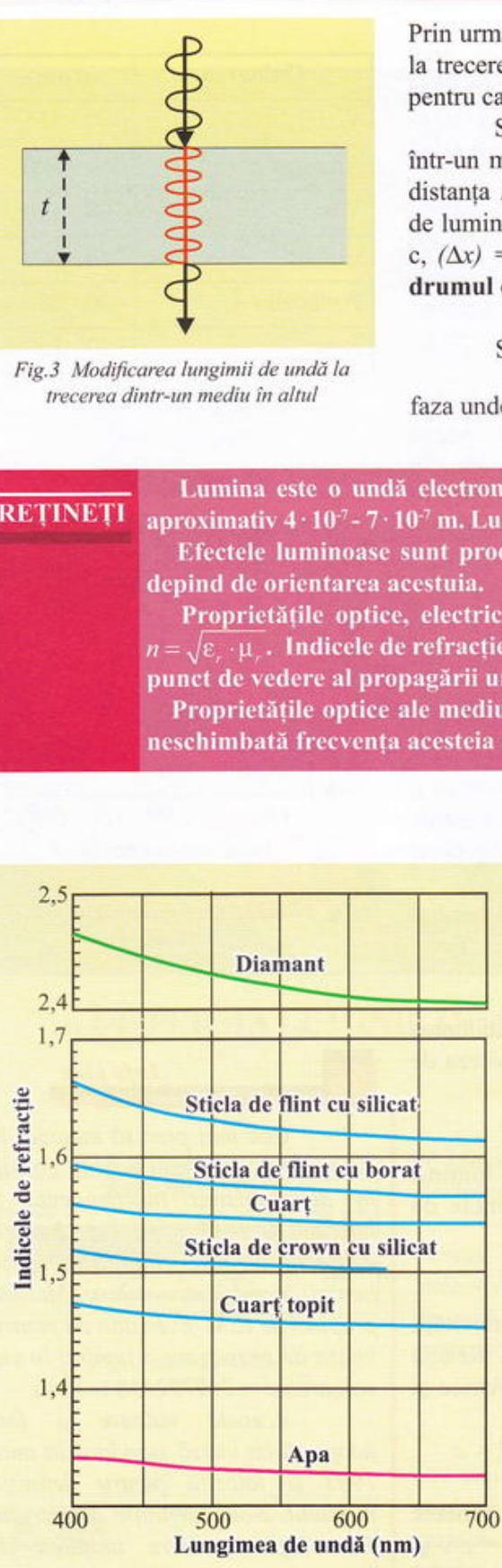


Fig. 4 Variația indicelui de refracție cu lungimea de undă

(F1,F2) 1.2. Dispersia luminii

Determinări precise ale indicelui de refracție au pus în evidență faptul că acesta depinde atât de natura mediului prin care se propagă lumina cât și de lungimea de undă (frecvența) acesteia.

$$n = n (\lambda)$$

Vom numi **dispersie** fenomenul de variație a indicelui de refracție cu lungimea de undă (frecvența) luminii ce străbate mediul.

Vidul reprezintă singurul mediu optic nedispersiv - undele luminoase se propagă în vid cu aceeași viteză c , independent de lungimea de undă. Toate celelalte medii optice prezintă fenomenul de dispersie. În general la creșterea lungimii de undă indicele de refracție scade (dispersie normală). Există însă și cazuri în care la creșterea lungimii de undă indicele de refracție crește (dispersie anomală).

Fenomenul de dispersie poate fi bine evidențiat cu ajutorul unei prisme optice. Un fascicul de lumină albă (policromatică) incident pe prismă suferă două refracții succesive la cele două fețe plane ale prismei. Deoarece deviația produsă de prismă crește cu creșterea indicelui de refracție, lumina violetă este deviată cel mai mult iar lumina roșie cel mai puțin, celelalte culori ocupând poziții intermediare. La ieșirea din prismă fasciculul de lumină se desface sub formă de evantai după cum se poate observa și în figura 5. Lumina a fost dispersată (răspândită spațial) formând un spectru.

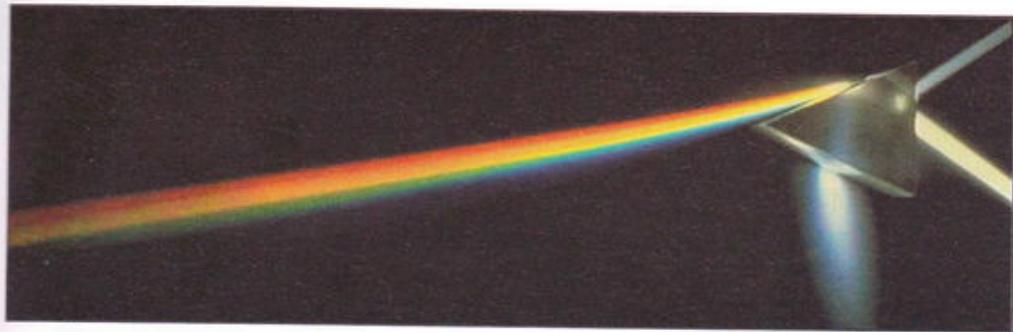


Fig. 5 Dispersia luminii prin prismă

Când lumina albă este dispersată de o prismă, întregul fascicul sub formă de evantai este deviat în raport cu direcția incidentă. O măsură convenabilă pentru această deviație este dată de unghiul de deviație al luminii galbene, deoarece galbenul este situat aproximativ la jumătatea spectrului vizibil și este ușor de verificat în practică. O măsură simplă a dispersiei o constituie distanța unghiulară dintre raza roșie și cea violetă. Deoarece deviația și indicele de refracție sunt corelate, deviația întregului spectru este raportată la indicele de refracție corespunzător luminii galbene, pe cînd dispersia depinde de diferența dintre indicii de refracție pentru lumina violetă și cea roșie.

Explorare. Investigare

► Tineți o prismă aproape de ochi și priviți în jur prin ea. Observați marginile obiectelor albe care devin colorate.

► Cu ajutorul unei fante simple se realizează un fascicul de lumină, îngust, paralel, orientat vertical. Se aşază o prismă optică pe un suport orizontal, astfel încât fascicul să cadă pe o față a prismei. Se rotește prisma până când pe ecranul așezat lateral (sau perete) apare spectrul continuu.

RETINĒTI

Dispersia reprezintă fenomenul de variație a indicelui de refracție cu lungimea de undă (frevență) luminii ce străbate mediul.

Toate mediile optice exceptând vidul prezintă fenomenul de dispersie. Vidul este un mediu optic nedispersiv.

În general indicele de refracție al mediului scade la creșterea lungimii de undă a luminii (dispersie normală).

Fenomenul de dispersie poate fi evidențiat cu ajutorul prismei optice. O măsură simplă a dispersiei o constituie distanța unghiulară dintre lumina roșie și cea violetă.

Să ne reamintim!

- Legea refracției: $n_1 \sin i = n_2 \sin r$
- Unghiul de deviație (format de direcția razei emergente cu direcția razei incidente): $\delta = i + i' - A$
- Deviația minimă (se produce în cazul mersului simetric al razei de lumină prin prismă - direcția razei prin prismă este paralelă cu baza prismei): $\delta_m = 2i - A$
- Condiția de emergență (o rază incidentă pe prismă părăsește prisma indiferent de unghiul de incidență): $A \leq 2i$ (i - reprezintă unghiul limită peste care apare reflexia totală $\sin i = 1/n$)

$$\bullet \text{ Formula spectroscopică: } n = \frac{\sin \frac{\delta_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

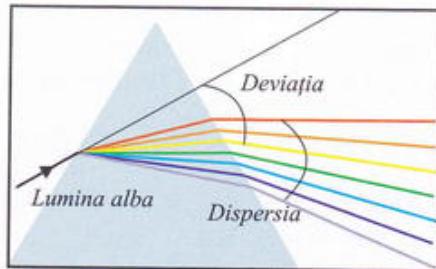


Fig. 6. Deviația și dispersia luminii prin prismă

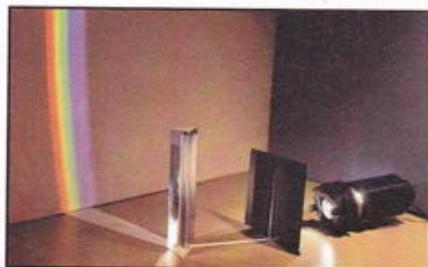


Fig. 7

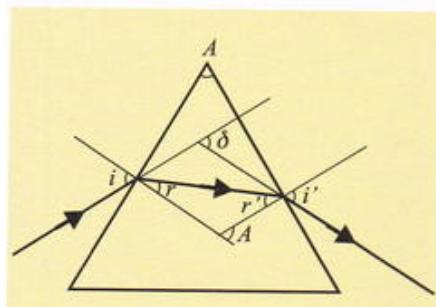


Fig. 8 Mersul razelor de lumină prin prismă

Dispersia luminii prin prisma subțire

O undă monocromatică la incidență normală pe suprafața prismei suportă o deviație unghiulară δ . La baza prismei frontul de undă parcurge distanța l cu viteza c/n . La vârf grosimea prismei este zero, frontul de undă are viteza c , deci, în același interval de timp parcurge distanța $n \cdot l$.

Deoarece prisma este subțire, unghiul A este mic, putem utiliza aproximația unghiurilor mici, $\sin A \approx A$ și $\cos A \approx 1$. Din geometria figurii rezultă:

$$\tan \delta = \delta = \frac{(n-1)l}{L} \text{ și } \tan A = A = \frac{l}{L}.$$

Substituind A în expresia lui δ obținem:

$$\delta = (n-1)A.$$

Valoarea lui n pentru lumina roșie este n_r iar pentru cea violetă n_v (extremele spectrului vizibil).

$$\delta_r = (n_r - 1)A; \quad \delta_v = (n_v - 1)A.$$

Dispersia unghiulară poate fi exprimată prin relația:

$$\delta_v - \delta_r = (n_v - n_r) \cdot A.$$

Pe un ecran aflat la distanța D în spatele prismei distanța ce separă radiația violetă de radiația roșie (lărgimea spectrului vizibil) este:

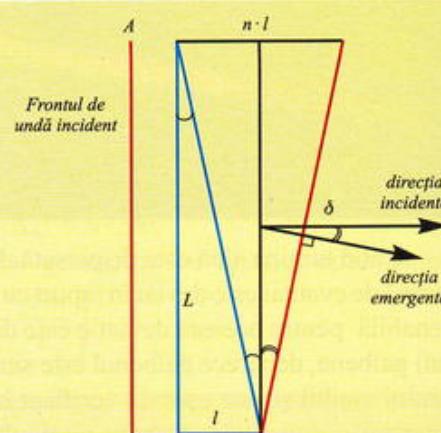
$$\Delta x = x_v - x_r = (n_v - n_r) D A.$$

REȚINETI

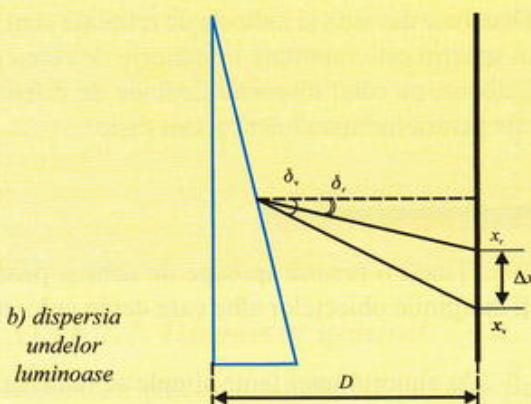
Dispersia apare ca rezultat al interacțiunii dintre câmpul electromagnetic al undei luminoase și sarcinile electrice ce alcătuiesc substanța.

Variata parametrilor macroscopici ϵ și μ ai substanței cu frecvența undei luminoase explică dependența indicelui de refracție $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ de lungime de undă.

Fig. 9
Prisma subțire



a) deviația razei emergente



b) dispersia undelor luminoase

(F1*) 1.3. Interpretarea electromagnetică a dispersiei

Interpretarea fenomenului de dispersie se bazează pe concepții bine definite cu privire la natura undei luminoase și mecanismul de interacție al acestora cu substanța. Unda luminoasă este o undă electromagnetică iar substanța reprezintă un sistem de sarcini electrice, atomi și molecule. Interacția dintre lumină și substanță se reduce la interacția dintre câmpul electromagnetic al undei luminoase și sarcinile electrice care intră în structura substanței.

Proprietățile electromagnetice ale substanței sunt descrise prin parametrii macroscopici ϵ și μ , permitivitatea electrică și permeabilitatea magnetică. Interpretarea microscopică a acestor parametri presupune studiul polarității electrice și magnetice, adică studiul deplasării sarcinilor electrice și orientarea dipolilor sub acțiunea câmpului electromagnetic. O asemenea tratare clarifică influența câmpului electromagnetic asupra mărimilor fenomenologice ϵ și μ , în particular dependența acestora de frecvența undei electromagnetice.

Cât timp frecvența undei electromagnetice este mică în comparație cu frecvența proceselor ce caracterizează atomii, permitivitatea electrică ϵ și permeabilitatea magnetică μ sunt practic constante (valori statice). Odată cu creșterea frecvenței undei electromagnetice, apare o dependență a acestor mărimi de frecvență (valori dinamice). Această dependență determină variația indicelui de refracție $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ cu frecvența, ceea ce explică fenomenul de dispersie.

FIŞĂ

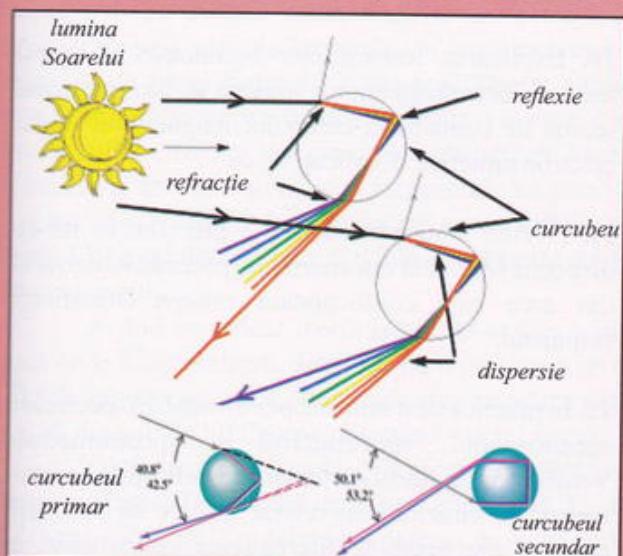
DOCUMENT

CURCUBEUL

Curcubeul se produce prin efectele combinate ale refracției, dispersiei și reflexiei luminii soarelui de către picăturile de ploaie. Atunci când condițiile de observare sunt favorabile, se pot vedea două curcubeuri, cel interior numit și primar și cel exterior secundar. Curcubeul interior care este mai strălucitor este roșu la margine și violet în centru, pe când în curcubeul exterior, mai stins, culorile sunt inverse.

Lumina soarelui este reflectată atât la intrarea cât și la ieșirea

din picătura de apă. În interiorul picăturii, lumina este dispersată și suferă o reflexie în cazul curcubeului primar, două reflexii în cazul curcubeului secundar. Direcția de emergență a razei luminoase depinde de indicele de refracție deci de lungimea de undă. În curcubeul primar unghiul de deviație θ este de $42,5^\circ$ pentru lumina roșie și $40,8^\circ$ pentru cea violetă. În cazul curcubeului secundar unghiurile corespunzătoare sunt de $50,1^\circ$ pentru lumina roșie și $53,2^\circ$ pentru cea violetă.

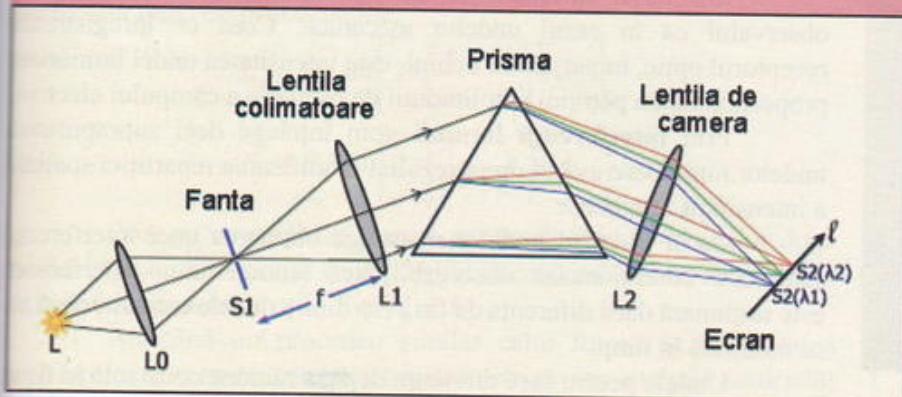


SPECTROSCOPUL CU PRISMĂ

Un domeniu important de utilizare a dispersiei este cel al spectroscopiei optice care vizează obținerea și studiul spectrelor de lumină. Aparatele optice folosite în acest scop poartă numele generice de spectroscope (spectrografe - dacă spectrul se înregistrază pe o placă fotografică, spectrometre - dacă se înregistrează cu mijloace electronice).

Spectroscopul cu prismă folosește ca mediu dispersiv o prismă optică care descompune lumina în componente sale spectrale. Radiația luminoasă pătrunde în spectroscop printr-o fântă liniară S_p , este colimatată apoi cu ajutorul lentilei L_p , în așa fel încât străbate sub forma unui fascicul paralel prisma P .

În aceasta se produce dispersia și apoi fasciculul este focalizat de către lentila L_2 (numită și lentilă de cameră) pe ecranul E pe care se înregistrează spectrul respectiv. Acest spectru este format dintr-o serie de imagini liniare distințe ale fantei S_p , date de fiecare componentă spectrală λ din fascicul incident.



Verifică și consolidează

1. Exprimă lungimea de undă a radiației albastre de 480 nm în metri, micrometri și angstromi?

$$R: 480 \cdot 10^{-9} \text{ m} / 0,48 \mu\text{m} / 4800 \text{ \AA}$$

2. Calculați timpul necesar luminii pentru a ajunge de la Soare la Pământ. Distanța ce separă cele două corpuri este de aproximativ $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

$$R: 500 \text{ s}$$

3. Pentru caracterizarea unei unde monocromatice este mai bine să precizăm frecvența sau lungimea de undă? Justificați răspunsul.

4. Frecvențele a trei radiații monocromatice sunt $v_1 = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $v_2 = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ și $v_3 = 3,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Precizați culorile aproximative ale celor trei radiații.

R: verde / roșu / invizibilă (IR)

5. Precizați intervalul de frecvențe corespunzător spectrului vizibil.

$$R: 0,428 \cdot 10^{15} \text{ Hz} - 0,750 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

6. O radiație monocromatică se propagă în două medii optice având indice de refracție $n_1 > n_2$. Ce relație există între vitezele, lungimile de undă și frecvențele radiației în cele două medii?

$$R: v_1 < v_2 / \lambda_1 < \lambda_2 / v_1 < v_2$$

7. Se modifică lungimea de undă a luminii la refacție? Dar la reflexie?

8. Folosind graficul din fig. 4 precizați valoarea indicelui de refracție al cuartului pentru radiația de 450 nm precum și variația indicelui de refracție al sticlei de flint cu silicat pe întreg domeniul vizibil.

$$R: n_c = 1,55 / n_v - n_r = 0,05.$$

9. O radiație monocromatică având frecvența $v = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ parcurge un mediu optic de indice de refracție $n = 1,5$. Determinați lungimea de undă și viteza radiației în mediul considerat.

$$R: \lambda = 400 \text{ nm} / v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

10. Explicarea fenomenelor luminoase în cadrul teoriei electromagnetice a luminii se face neînănd seama de contribuția câmpului magnetic al undei electromagnetice. Explicați de ce.

II. Privind fotografia din fig. 5 precizați ce fel de dispersie (normală sau anomală) prezintă materialul din care este confectionată prisma. Justificați răspunsul.

12. În practică sunt utilizate pentru analiza spectrelor spectroscopul, spectrograful și spectrometrul. Verificați cu ajutorul dicționarului definițiile acestor aparate și întocmiți un referat în care să descrieți aplicații care necesită diferențierea constructivă a acestora.

2. INTERFERENȚA LUMINII

(F1,F2) 2.1. Noțiuni de bază

Interferența este un fenomen specific ondulatoriu, caracteristic tuturor undelor indiferent de natura lor. Deși multe din trăsăturile interferenței undelor luminoase sunt comune cu cele ale interferenței undelor mecanice studiate anterior, există și aspecte fundamental distincte legate de modul în care este emisă și recepționată lumina.

Rezultatul interferenței undelor luminoase nu este direct observabil ca în cazul undelor mecanice. Ceea ce înregistrează receptorul optic, în particular ochiul, este intensitatea undei luminoase proporțională cu pătratul amplitudinii de oscilație a câmpului electric.

Prin **interferența luminii** vom înțelege deci suprapunerea undelor luminoase având drept rezultat modificarea repartiției spațiale a intensității luminoase.

Ca și în cazul undelor mecanice obținerea unei interferențe staționare condiționează observabilitatea fenomenului. Interferența este staționară dacă diferența de fază $\Delta\phi$ dintre undele care interferă nu se modifică în timp.

Undele pentru care diferența de fază rămâne constantă în timp se numesc **unde coerente**. Coerența reprezintă deci o condiție necesară pentru obținerea interferenței undelor luminoase.



Fig. 10 Interferența luminii

Sursele de lumină sunt formate din atomi care în cadrul unor procese de natură cuantică emit unde electromagnetice. Emisia unei unde de către un atom este un proces aleatoriu de durată finită, foarte scurtă $\tau \approx 10^{-8}$ s. O astfel de undă (tren de undă) are o lungime $l = \tau \cdot c \approx 3$ m. Pentru ca același atom să emite un alt tren de undă caracterizat în mod evident printr-o altă fază inițială, este necesar în medie un interval de timp de aproximativ 10^{-4} s. Lumina unei surse este formată dintr-un număr foarte mare de astfel de trenuri de undă, emise în general în mod independent, care sensibilizând receptorul optic fac observabil fenomenul luminos.

Un receptor optic, în particular ochiul, prezintă o anumită inertie adică, viteza de reacție la înregistrarea unor variații ale intensității luminoase este limitată. Variații ale intensității luminoase situate sub un anumit interval de timp specific receptorului sunt înregistrate prin valorile lor medii. În cazul ochiului acest interval de timp este de aproximativ 10^{-1} s. Pe de altă parte lumina înregistrată de un receptor optic nu provine dintr-un punct ci dintr-o regiune mai mare sau mai mică circumscrisă punctului. Variații ale intensității luminoase în interiorul acestei regiuni sunt înregistrate tot prin valorile lor medii. În concluzie procesul de înregistrare a intensității undelor luminoase implică în mod determinant o dublă operație de mediere, atât în timp cât și în spațiu.

Având în vedere mecanismul de emisie a luminii, în cazul a două unde independente, diferența de fază $\Delta\phi$ are un caracter aleatoriu (fazele inițiale ale celor două unde sunt nedeterminate). Deducem de aici că două unde luminoase independente nu pot să interfere.

Obținerea unor unde luminoase corente este posibilă prin divizarea luminii provenită de la o singură sursă. Undele rezultante sunt suprapuse după ce în prealabil au parcurs drumuri optice diferite. Orice schimbare întâmplătoare a fazei, afectează în aceeași măsură undele rezultante lăsând nemodificată diferența de fază.

Pentru undele coerente diferența de fază rămâne constantă în timp dar poate varia de la punct la punct. În câmpul interferențial vor exista maxime și minime luminoase numite franje de interferență.

(F1*) 2.2. Studiu cantitativ

Fie două surse punctiforme S_1 și S_2 care emit unde luminoase, plane, monocromatice de aceeași frecvență, având vectorii de oscilație orientați pe aceeași direcție. Câmpurile electrice ale celor două unde într-un punct P situat la distanțele r_1 , respectiv r_2 în raport cu cele două surse sunt descrise prin ecuațiile:

$$E_1 = E_{01} \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + \varphi_{01} \right]$$

$$E_2 = E_{02} \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) + \varphi_{02} \right]$$

Prin φ_{01} respectiv φ_{02} am notat fazele inițiale ale celor două unde. În baza principiului superpoziției intensitatea câmpului electric resultant în punctul P este: $E = E_1 + E_2$.

Aplicând un procedeu similar celui folosit la compararea oscilațiilor mecanice (metoda trigonometrică sau metoda fazorială) obținem pentru amplitudinea undei rezultante expresia:

$$E^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \Delta\phi$$

RETINETI

Interferența luminii reprezintă suprapunerea undelor luminoase având drept rezultat modificarea repartiției spațiale a intensității luminoase.

Procesul de înregistrare a intensității luminoase implică o dublă operație de mediere, atât în timp cât și în spațiu.

Lumina emisă de sursele luminoase constă în trenuri de undă nedeterminate în fază.

Undele pentru care diferența de fază rămâne constată în timp sunt coerente.

Coerența reprezintă o condiție necesară pentru obținerea interferenței undelor luminoase.

Undele luminoase independente nu interferă.

Obținerea undelor coerente este posibilă prin divizarea luminii provenită de la o singură sursă.

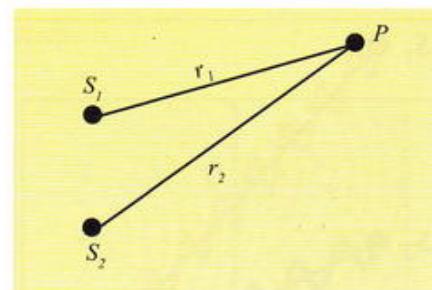


Fig. 11 Interferența undelor paralele de aceeași frecvență



Pentru un experiment virtual accesați:

www.portal.edu.ro

O undă luminoasă de formă arbitrară poate fi reprezentată ca o sumă de unde monocromatice (descompunere Fourier). Atât timp cât este adevărat principiul superpoziției (efectul acțiunii simultane reprezintă suma efectelor provocate de fiecare acțiune în parte) putem înlocui unda cu componente sale și studia acțiunea fiecărei componente în parte. Procedând în acest mod analiza problemei generale a propagării unei unde luminoase de formă arbitrară se simplifică considerabil.

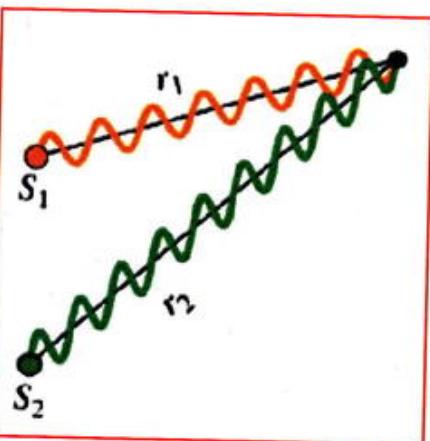


Fig. 12 Interferență constructivă

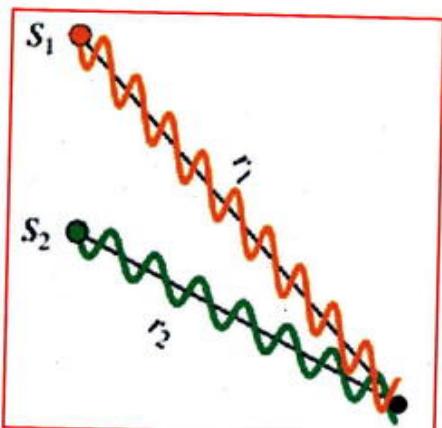


Fig. 13 Interferență distructivă

Diferența de fază $\Delta\phi$ dintre cele două unde este determinată atât de fazele inițiale cât și de distanțele ce separă punctul P de surse:

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \Delta\phi_0; \quad \Delta\phi_0 = \phi_{01} - \phi_{02}$$

Observabilă în punctul P este valoarea mediată în timp a intensității luminoase. Cum aceasta este proporțională cu pătratul amplitudinii de oscilație a câmpului electric și având în vedere proprietățile operației de mediere obținem:

$$\overline{E^2} = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\phi$$

Bara plană deasupra mărimilor desemnează operația de mediere. Notând valorile medii ale intensității luminoase $I \sim \overline{E^2}$; $I_1 \sim E_{01}^2$; $I_2 \sim E_{02}^2$; $I_{12} = 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\Delta\phi \sim 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\phi$ rezultă:

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

În relația precedentă prin I_{12} am notat termenul de interferență. După valorile pe care le poate lua acest termen distingem două cazuri:

$$I_{12} = 0 \Rightarrow I = I_1 + I_2$$

Fenomenul de interferență a undelor luminoase nu este observabil. Cele două unde acționează independent astfel încât intensitatea luminoasă în P este egală cu suma intensităților lumininoase produse de fiecare undă separat.

$$I_{12} \neq 0 \Rightarrow I \neq I_1 + I_2$$

Interferența undelor este în acest caz observabilă. Acțiunile celor două unde sunt corelate iar intensitatea luminoasă în P diferă de suma intensităților.

În cazul undelor independente diferența de fază $\Delta\phi$ are un caracter aleatoriu (fazele inițiale ϕ_{01} și ϕ_{02} sunt nedeterminate). Într-un interval de timp extrem de scurt, $\Delta\phi$ parcurge toate valorile cuprinse între 0 și 2π radiani astfel încât valoarea mediată în timp a termenului de interferență este zero. Pentru undele coerente obținute prin divizarea fasciculelor de lumină diferența de fază $\Delta\phi$ rămâne constantă în timp ($\Delta\phi = \text{const.}$). Termenul de interferență este în acest caz nenul, deci interferența este observabilă.

Presupunând satisfăcute condițiile de interferență, observăm că rezultatul interferenței este condiționat de valoarea diferenței de fază $\Delta\phi$ dintre undele care interferă. Distingem și aici două cazuri.

Intensitatea luminoasă în punctul considerat este maximă (interferență constructivă) atunci când $\Delta\phi$ este maxim

$$\cos\Delta\phi = 1 \Rightarrow I = I_M = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

$$\Delta\phi = 2k\pi; k - \text{număr întreg}$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow \Delta r = r_2 - r_1 = 2k \frac{\lambda}{2}$$

Diferența de drum $\Delta\phi$ dintre cele două unde este în acest caz un număr par de semilungimi de undă - **condiția de maximă interferență**.

Dacă $\cos\Delta\phi$ este minim atunci și intensitatea luminoasă în punctul considerat este minimă (interferență distructivă)

$$\cos\Delta\phi = -1 \Rightarrow I = I_M = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

$$\Delta\phi = (2k+1)\pi; k - \text{număr întreg}$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow \Delta r = r_2 - r_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

În acest caz diferența de drum dintre cele două unde este un număr impar de semilungimi de undă - **condiția de minim de interferență**.

Dependența periodică a intensității luminoase de diferența de drum dintre undele care interferă determină apariția în câmpul interferențial a unor maxime și minime luminoase alternative, franjile de interferență. Forma franjelor de interferență depinde de geometria dispozitivului utilizat pentru obținerea interferenței.

Să realizăm în continuare o scurtă analiză a distribuției energiei în interferență staționară. Pentru simplificare vom considera că intensitățile undelor care interferă sunt egale $I_1 = I_2 = I_0$.

Intensitatea luminoasă într-un punct corespunzător unui maxim de interferență este în acest caz $I_M = 4I_0$. Prin suprapunerea celor două unde luminoase având fiecare intensitatea I_0 rezultă o intensitate luminoasă egală cu $4I_0$, ceea ce pare să contravină principiului conservării energiei. Într-un punct corespunzător unui minim de interferență intensitatea luminoasă este $I_m = 0$.

Rezultatele anterioare sugerează faptul că interferența determină un proces de redistribuire spațială a energiei fără încălcarea conservării energiei. În punctele corespunzătoare maximelor de interferență există un exces energetic în timp ce în punctele corespunzătoare minimelor de interferență există un deficit energetic. La nivel global energia se conservă.

Studiu de caz

• Interferența undelor neparalele

În tratarea fenomenului de interferență am presupus că vectorii de oscilație ai celor două unde sunt orientați pe aceeași direcție. Această ipoteză nu trebuie să creeze falsă impresie că interferența undelor este posibilă numai în acest caz. Dacă vectorii \vec{E}_1 și \vec{E}_2 sunt orientați arbitrar unul în raport cu celălalt, în baza principiului superpoziției obținem: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow (\vec{E})^2 = (\vec{E}_1)^2 + (\vec{E}_2)^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$

Termenul de interferență derivă din produsul scalar $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$ și este nul (undele nu interferă) numai în cazul în care în toate punctele spațiului și în fiecare moment cei doi vectori sunt perpendiculari unul în raport cu celălalt.

(F1,F2*) 2.3. Interferența nelocalizată. Dispozitivul lui Young

O serie de dispozitive experimentale utilizează drept modalitate de obținere a undelor coerente, **divizarea frontului de undă**. Din această categorie face parte și dispozitivul lui Young cu ajutorul căruia a fost realizat primul experiment de interferență a undelor luminoase.

Dispozitivul constă dintr-o sursă de lumină monocromatică S (filament drept, subțire, incandescent, prevăzut cu un filtru optic), un paravan P în care sunt practicate două fante dreptunghiulare S_1 și S_2 paralele atât între ele cât și cu filamentul și un ecran E (fig.14).

Undele emise de sursa S ajung la cele două fante S_1 și S_2 , care, conform principiului lui Huygens, devin surse secundare. Undele secundare emise de aceste surse, provenind de pe aceeași suprafață de undă, sunt coerente, deci interferă. Rezultatul interferenței este observabil pe ecranul E indiferent de poziția acestuia în raport cu paravanul P , motiv pentru care spunem că interferența este **nelocalizată**.

REȚINETI

Rezultatul interferenței este condiționat de valoarea diferenței de fază $\Delta\phi$ și implicit de diferența de drum optic Δr dintre undele care interferă.

După cum diferența de drum optic dintre undele care interferă este un număr par sau impar de semilungimi de undă, rezultatul interferenței este un maxim respectiv un minim de interferență.

Interferența determină redistribuirea spațială a energiei unde luminoase cu respectarea legii de conservare a energiei.

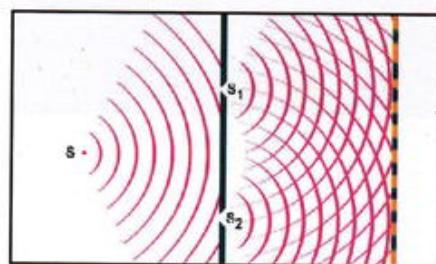


Fig. 14 Dispozitivul lui Young
schema de principiu

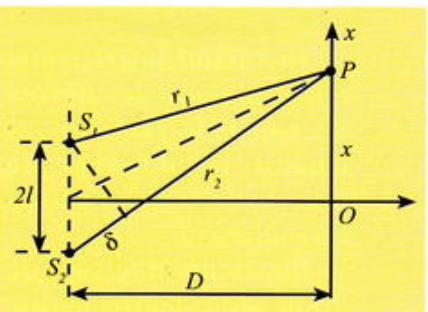


Fig. 15 Dispozitivul lui Young schema simplificată

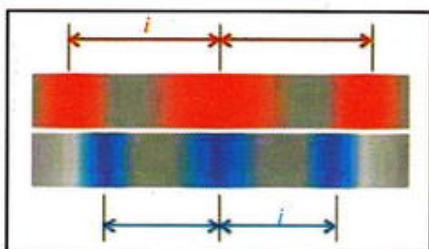


Fig. 16 Interfranja

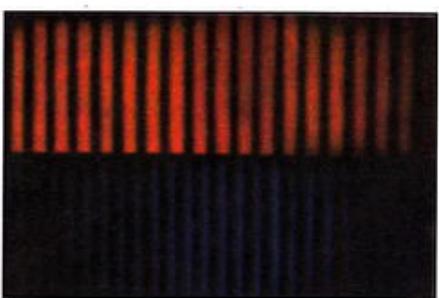


Fig. 17 Interferență în lumină monocromatică

Să estimăm în continuare starea de interferență într-un punct P aparținând ecranului. În schema simplificată a dispozitivului Young am notat prin $2l$ distanța dintre cele două fante, prin D distanța dintre paravan și ecran iar prin x coordonata punctului P în raport cu centrul ecranului O . Deoarece în general lărgimea fanelor și distanța dintre ele reprezintă fracțiuni de milimetru în timp ce toate celelalte distanțe sunt de ordinul sutelor sau miilor de milimetri, vom lucra în aproximarea unghiurilor mici.

Diferența de drum δ dintre cele două unde se exprimă prin relația:

$$\delta = 2l \cdot \sin \theta \approx 2l \theta \approx 2lx/D$$

Din geometria figurii $\tan \theta \approx \theta = x/D$. Substituind în expresia lui δ obținem:

$$\delta = \frac{2lx}{D}$$

După cum δ este număr par sau impar de semilungimi de undă, în punctul M obținem un maxim respectiv un minim de interferență.

Pentru $\delta = 2k\frac{\lambda}{2}$ cu k număr întreg rezultă poziția maximelor de interferență:

$$x_k = k \frac{\lambda D}{2l}$$

Primul maxim de interferență se obține pentru $k = 0$ și se găsește în centrul ecranului. Maximele de ordin superior sunt plasate simetric în raport cu centrul ecranului. În mod similar putem obține și poziția minimelor de interferență.

Distanța dintre două maxime sau minime consecutive, poartă numele de interfranțe și în acest caz nu depinde de ordinul de interferență.

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{2l}$$

Figura de interferență se prezintă sub forma unor franje rectilinii, paralele și echidistante (franjele luminoase alternează cu cele întunecoase).

Explorare. Investigare

► Priviți o sursă de lumină (beculeț sau lumânare) de la câțiva metri printr-un diapozitiv de fante Young (distanța dintre fante 0,2-0,6 mm) ținând diapozitivul aproape de ochi. Se pot observa astfel franjele de interferență colorate produse prin dispozitivul Young.

► Se proiectează raza unui laser de buzunar pe un perete aflat la 4-5 m distanță. În fața laserului se aşază un dispozitiv cu fante Young având grijă ca fasciculul de lumină să treacă prin cele două fante. Pe perete pot fi observate franjele de interferență în lumină monocromatică.

RETINETI

În dispozitivul Young undele coerente sunt obținute prin divizarea frontului de undă. Interferența este nelocalizată. Franjele de interferență sunt rectilinii, paralele și echidistante.

Pozitia maximelor de interferență este dată de relația $x_k = k \frac{\lambda D}{2l}$ iar interfranța $i = \frac{\lambda D}{2l}$.

Studiu de caz**Interferența în lumină albă**

După cum am văzut lumina albă (policromatică) constă dintr-un amestec de unde ale căror lungimi de undă se extind pe tot spectrul vizibil. Deoarece în dispozitivul Young pozițiile maximelor de interferență depend de λ prin relația $x_k = k \frac{\lambda D}{2l}$ putem trage următoarele concluzii:

- poziția maximului de ordinul zero nu depinde de lungimea de undă, deci franja centrală este albă;
- pentru ordine de interferență k diferite de zero franjele violetă vor fi mai aproape de franja centrală decât franjele roșii;
- începând de la anumite valori ale ordinului de interferență franjele diferențelor culorii se suprapun și pe ecran apare o iluminare constantă în care franjele nu se mai disting.



Fig. 18 Interferența produsă de lumina albă la trecerea prin două fante înguste

(F1*) 2.4. Dispozitive interferențiale

Obținerea undelor coerente prin divizarea frontului de undă se poate realiza prin:

- formarea a două imagini ale aceleiași surse luminoase;
- folosirea sursei luminoase și a unei imagini a sa.

Redăm în continuare câteva tipuri de dispozitive interferențiale ce folosesc aceste metode.

Oglinda Lloyd

Dispozitivul experimental cunoscut sub acest nume este prezentat în fig. 19 și are drept piese principale o sursă de lumină monocromatică și o oglindă plană. Interferența are loc prin suprapunerea undelor provenite direct de la sursă cu undele reflectate de oglindă. Undele reflectate par să provină din sursa virtuală S' .

Diferența de drum optic se determină ca și în cazul dispozitivului Young ținând cont însă de saltul de fază de π radiani pe care îl poate suferi unda reflectată

$$\delta = \frac{2lx}{D} - \frac{\lambda}{2}$$

Impunând condiția de maxim $\delta = 2k \frac{\lambda}{2}$ obținem pentru poziția maximelor de interferență

$$x_k = \left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{D\lambda}{2l}$$

Se verifică imediat că expresia interfranjei nu se modifică

$$i = \frac{D\lambda}{2l}$$

Față de figura de interferență obținută în cazul dispozitivului Young, figura de interferență obținută în acest caz este deplasată datorită saltului de fază cu $i/2$.

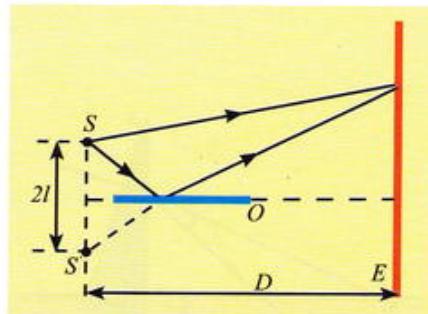
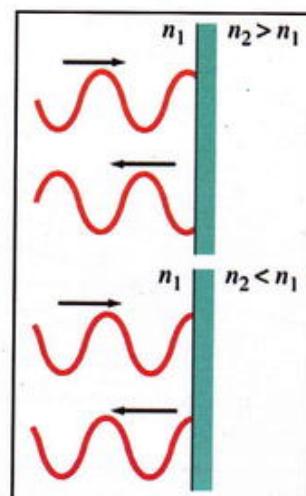


Fig. 19 Oglinda Lloyd



Ca și în cazul undelor mecanice la reflexia unei unde luminoase pe suprafața unui material având indicele de refracție mai mare decât cel al mediului din care provine unda, apare un salt în fază undei de π radiani. Altfel spus unda pierde (căștigă) o semilungime de undă.

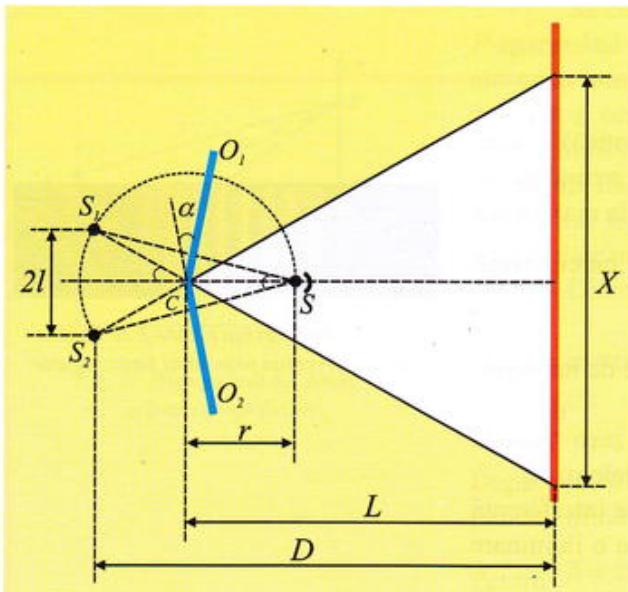


Fig. 20 Oglinzi Fresnel

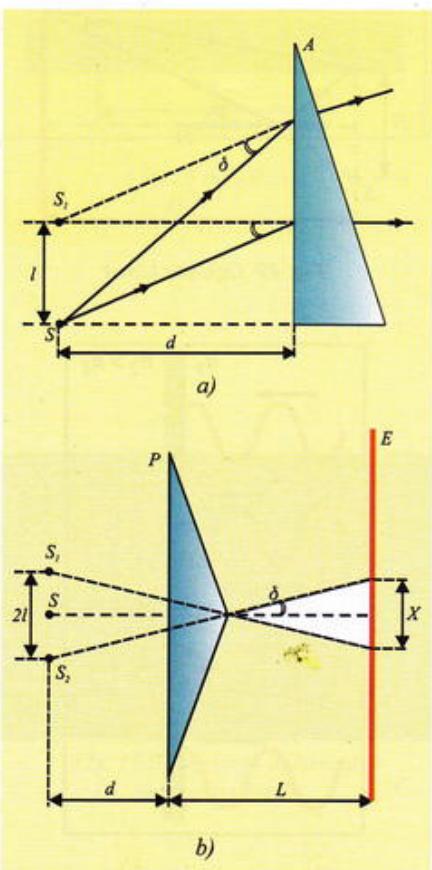


Fig. 21 Biprisma Fresnel
a) formarea imaginilor virtuale;
b) schema de principiu.

Oglinile Fresnel

În acest dispozitiv interferențial, cele două surse coerente S_1 și S_2 sunt imaginile virtuale ale sursei S în oglinile plane O_1 și O_2 care fac între ele un unghi apropiat de 180° . Din geometria figurii, conform legilor reflexiei se observă că cele trei surse se găsesc pe cercul de rază r , având centru în C . Deoarece α este mic, distanța dintre cele două surse coerente poate fi exprimată prin relația:

$$2l = 2r \sin \alpha \approx 2r\alpha.$$

Prin analogie cu dispozitivul Young $D \approx L + r$, iar interfranja este

$$i = \frac{(r+L)\lambda}{2r\alpha}.$$

În aceeași aproximare, rezultă imediat și urma câmpului de interferență pe ecranul E : $X \approx 2L\alpha$.

Pentru determinarea numărului N de franje luminoase întregi, observabile pe ecran vom considera partea întreagă $[R]$, a raportului $R = X/i$. Deoarece din simetria aranjamentului instrumental N este totdeauna impar, rezultă:

$$\begin{aligned} N &= [R] && \text{pentru } [R]-\text{impar} \\ N &= [R] - 1 && \text{pentru } [R]-\text{par} \end{aligned}$$

Biprisma Fresnel

Dispozitivul este format din două prisme dreptunghiulare drepte identice, de unghi refringent A mic, cu bazele comune. După reflexia prin cele două prisme lumina provenită de la sursa monocromatică S situată pe axul de simetrie al dispozitivului, formează două imagini virtuale S_1 și S_2 care constituie surse coerente. Pentru fascicule de rază de lumină cu deschidere unghiulară mică, aflate sub incidentă normală, putem folosi din nou aproximarea unghiurilor mici.

Ca și în cazul dispozitivului Young interfranja are expresia:

$$i = \frac{\lambda(d+D)}{2l}$$

Deviația prismei este dată de relația $\delta = i + i' - A$. Deoarece unghiurile sunt mici legile refracției la fețele prismei sunt $i \approx nr$ și $i' \approx nr'$. Având în vedere că $A = r + r'$ deviația devine $\delta = (n-1)A$ și nu depinde de unghiul de incidentă. Prin urmare toate razele emergente din prismă sunt deviate sub același unghi, deci par a proveni din același punct S_1 . Conform fig. 21, $l \approx d \cdot \delta = (n-1)Ad$ și înlocuind în expresia interfranzei obținem:

$$i = \frac{\lambda(d+D)}{2(n-1)A \cdot d}$$

Urma câmpului de interferență pe ecran este:

$$X \approx 2L\delta = 2(n-1)A \cdot L$$

Bilentile Billet

Dispozitivul interferențial cunoscut sub numele de bilentile Billet se realizează prin tăierea unei lentile convergente în două jumătăți după unul din diametre. Fragmentele obținute sunt lipite pe un opturător de dimensiuni mici care împiedică pătrunderea în câmpul interferențial a razelor provenite direct de la sursa S . Imaginele sursei S în cele două semilentile constituie sursele coerente S_1 și S_2 ale dispozitivului.

Vom nota prin d distanța dintre sursă și bilentile, L distanța dintre bilentile și ecran, $2a$ distanța ce separă cele două semilentile. Utilizând rezultatele stabilite în cazul dispozitivului Young, interfranța poate fi scrisă sub forma:

$$i = \frac{\lambda D}{2l}.$$

Cu relația lentilelor subțiri obținem:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \frac{fx_1}{f + x_1}.$$

Din geometria figurii (relații de asemănare) rezultă:

$$l = a(1 + f/x_1), \quad D = L - x_2.$$

Pentru cazul considerat $x_1 = -d$

$$l = a\left(1 - \frac{f}{d}\right); \quad D = L - \frac{f \cdot d}{d - f}$$

În mod similar putem obține și urma câmpului de interferență pe ecran (pentru L suficient de mare)

$$X = \frac{2a(L + d)}{d}.$$

REȚINETI

Sursele coerente sunt obținute fie prin formarea a două imagini ale aceleiași surse, fie prin folosirea sursei și a unei imagini a sa.

Dispozitivele interferențiale sunt toate reductibile la dispozitivul lui Young necesitând de fiecare dată determinarea distanței $2l$ ce separă sursele coerente și a distanței D dintre sursele coerente și ecran.

(F1,F2) 2.5. Interferență localizată

Divizarea fasciculelor de lumină pentru obținerea undelor coerente se poate realiza și cu ajutorul unor suprafețe reflectătoare. Fascicolul incident este în parte reflectat, în parte transmis, cu intensități corespunzătoare, motiv pentru care metoda este cunoscută sub numele de divizarea amplitudinii (intensitatea undei este proporțională cu pătratul amplitudinii).

Față de suprafața reflectătoare, interferența poate fi observată de aceeași parte cu sursa (interferență în reflexie), de celalătă parte (interferență în transmisie). Figura de interferență este localizată la infinit sau imediata vecinătate a suprafeței reflectătoare după cum sursa de lumină se găsește în apropierea suprafeței reflectătoare respectiv la distanță mare de aceasta.

În practică acest tip de interferență este cunoscut sub numele de „colorile lamelor subțiri” și poate fi ușor observat pe petele de petrol aflate la suprafața apei sau pe pereții balonașelor de săpun. În scopul înțelegerii fenomenului vom studia câteva cazuri particulare.

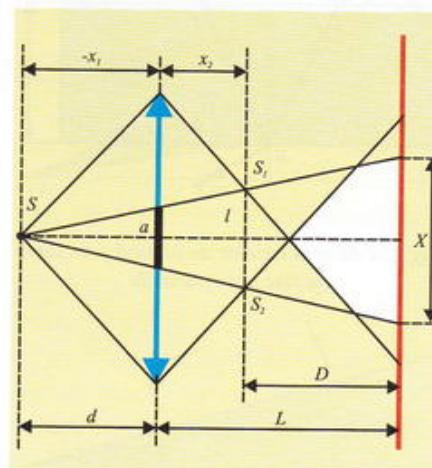


Fig. 22 Bilentile Billet



Fig. 23 Interferență localizată

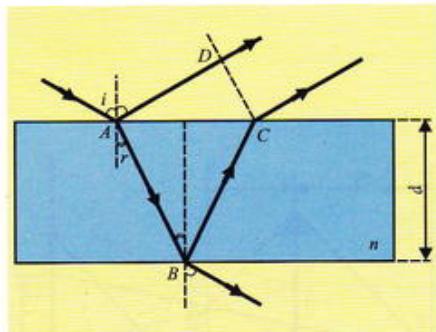


Fig. 24 Mersul razelor de lumină prin lama cu fețe plan paralele

Lama cu fețele plan paralele

Fie o lamă cu fețele plan paralele, de grosime d și indice de refracție n . Lumina monocromatică incidentă pe lama suportă două reflexii pe cele două suprafețe ale lamei. Undele emergente sunt paralele (conform legilor reflexiei și refracției) și coerente (provin din aceeași undă) deci interferă la infinit.

Din geometria figurii putem exprima diferența de drum optic dintre undele care interferă:

$$\delta = 2nAB - \left(AD - \frac{\lambda}{2} \right)$$

unde am avut în vedere saltul de fază de π radiani al undei reflectate în A . Exprimând distanțele AB și AD în funcție de grosimea lamei și folosind legea refracției $\sin i = n \sin r$, obținem

$$\delta = 2nd \cos r + \frac{\lambda}{2}.$$

Relația precedentă condiționează starea de interferență a undelor reflectate. Observăm că razele incidente pe lama sub același unghi determină raze emergente paralele caracterizate prin aceeași diferență de drum optic. Rezultatul interferenței este un maxim, respectiv un minim, după cum δ este un număr par sau impar de semilungimi de undă.

Figura de interferență poate fi observată direct privind lama cu ochiul acomodat pentru vederea la infinit sau utilizând o lentilă convergentă care focalizează razele paralele în același punct. Din motive de simetrie franjile de interferență sunt inele concentrice numite și „inele de egală înclinare“ deoarece fiecare inel este determinat de razele incidente pe lama sub același unghi indiferent de punctul luminos din care provin sau de punctul de incidență. Inelele sunt deci clar conturate numai dacă lama este perfect plan-paralelă. Pe această ultimă observație se bazează metoda interferențială de verificare a planeității suprafețelor.

La incidență normală $i = 0$ rezultă $r = 0$ și diferența drum optic devine:

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}.$$

Explorare. Investigare

➤ Pe suprafața apei dintr-un vas de sticlă se lasă cu ajutorul unei pipete o picătură de ulei uzat tratat eventual cu un solvent. Pelicula de ulei se întinde pe suprafața apei formând o pată subțire de grosime comparabilă cu lungimea de undă a luminii vizibile. Privind prin reflexie spre geam, la lumina zilei se observă apariția unor maxime de interferență pe anumite porțiuni ale suprafeței peliculei, corespunzător realizării condiției:

$$2dn \cos r + \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Dacă se privește suprafața de ulei sub unghiuri de incidență din ce în ce mai mari, se remarcă schimbarea culorii petei spre albastru și indigo ca urmare a realizării condiției de maxim pentru aceste radiații.

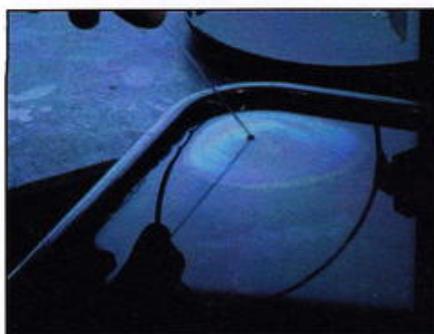


Fig. 26 Interferență localizată

Pana optică

Pana optică este o lamă subțire delimitată de două suprafețe plane ce fac între ele un unghi α mic. Ca și în cazul lamei cu fețele plan paralele, lumina incidentă pe pană determină apariția unor unde coerente dar neparalele. Franjele de interferență sunt localizate la intersecția prelungirii razelor emergente în planul virtual OP (fig. 27).

În cazul unui fascicul incident normal pe suprafața superioară a penei, valoarea mică a unghiului α determină deplasarea planului de localizare a franjelor în imediata apropiere a suprafeței penei (franjele sunt practic localizate pe pană). Starea de interferență într-un punct dat este determinată de grosimea penei în acel punct (franje de egală grosime).

În acord cu cele stabilite la studiul lamei cu fețele plan paralele, diferența de drum optic între razele care interferă în condiții de incidentă normală este:

$$\delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}.$$

Notând prin d_k grosimea lamei în punctul în care se formează maximul de ordinul k și folosind condiția de maxim de interferență obținem:

$$2nd_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

În mod similar pentru maximul de ordinul $k+1$:

$$2nd_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda.$$

Din geometria figurii rezultă:

$$i = \frac{d_{k+1} - d_k}{\tan \alpha} \approx \frac{\lambda}{2n\alpha}.$$

Interfranja este independentă de ordinul de interferență deci franjele de interferență vor fi drepte paralele și echidistante.

Cu ajutorul a două lame subțiri transparente se poate obține o pană de aer (fig. 28). În acest caz saltul de fază (pierderea de semiundă) are loc la suprafața inferioară a penei. Pana de aer are numeroase aplicații în tehnologie.

Explorare. Investigare

➤ Pe un cadru de sărmă se realizează o peliculă de lichid folosind detergent concentrat „Pur“ amestecat cu apă. Se ține cadrul vertical și se privește pelicula prin reflexie, utilizând lumina ce provine de la o sursă extinsă. Pe măsură ce pelicula se subțiază sub efectul gravitației, se va putea observa formarea unor dungi orizontale colorate - franje de interferență - începând de la marginea superioară și avansând spre mijlocul peliculei. Apariția franjelor de egală grosime să-a datorat formării unei „pene optice“ de apă pe conturul cadrului de sărmă, având muchia în partea superioară.

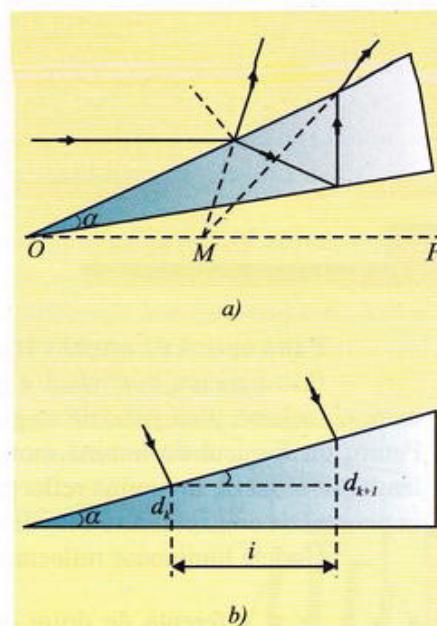


Fig. 27 Pana optică: a) mersul razelor de lumină; b) determinarea interfranjei

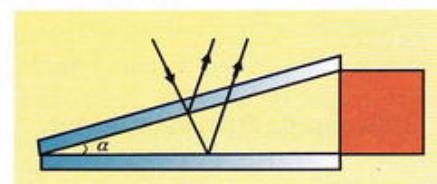


Fig. 28 Pana de aer

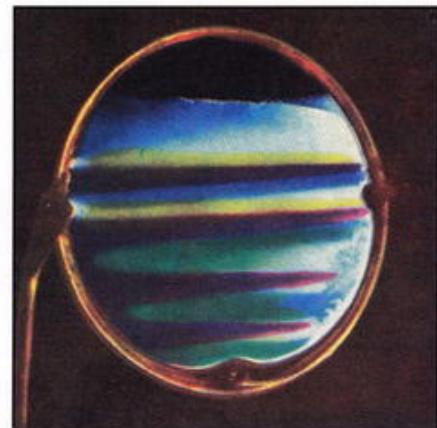


Fig. 29 Interferență în lumină reflectată de o peliculă subțire de săpun

RETINETI

Undele coerente sunt obținute prin divizarea fasciculului luminos cu ajutorul unor suprafete reflectătoare (divizarea amplitudinii).

Interferența poate fi observată în reflexie sau în transmisie.

În cazul lamei cu fețe plan paralele franjile de interferență sunt inele concentrice localizate la infinit (franje de egală inclinare).

În cazul penei optice franjile de interferență sunt drepte paralele și echidistante localizate pe suprafața penei (franje de egală grosime).

Studiul de caz



Pentru un experiment
virtual accesați:
www.portal.edu.ro

Pana optică de unghi variabil. Inelele lui Newton

Prin punerea în contact a unei lentile plan convexe de distanță focală mare cu o lamă plan paralelă se poate obține o pană optică de unghi variabil. Pentru un fascicul de lumină monocromatică aflat sub incidență normală, pe lentilă se observă, în lumină reflectată franje de interferență circulare, cu centru în punctul de contact dintre cele două suprafete, numite inelele lui Newton.

Undele luminoase reflectate la suprafetele penei interferă. Presupunând

$n_1 = n_2 > n$, diferența de drum optic dintre aceste unde poate fi scrisă sub

$$\delta = 2nd_k + \frac{\lambda}{2}$$

unde am avut în vedere saltul de fază care apare la reflexia pe suprafața inferioară a penei. Din geometria figurii: $R^2 = (R-d_k)^2 + r_k^2$

și deoarece d_k mult mai mic decât R deci $(d_k/R)^2$ este neglijabil obținem:

$$d_k = \frac{r_k^2}{2R}.$$

Diferența de drum optic devine

$$\delta = n \frac{r_k}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

După cum δ este un număr par sau impar de semilungimi de undă, avem un maxim respectiv un minim de interferență: $\delta = k \frac{\lambda}{2}$.

Cu această condiție raza inelului de interferență se scrie sub forma

$$r_k = \sqrt{\frac{R\lambda}{2n}(k-1)}.$$

Pentru $k = 1$, obținem $r_1 = 0$ adică la punctul de contact dintre lentilă și lamă se obține un minim de interferență (diferența de drum optic apare doar datorită reflexiei pe suprafața inferioară a penei). În lumină transmisă fenomenul este complementar în centrul figurii de interferență obținându-se un maxim de interferență.

Utilizarea luminii albe conduce la formarea unor inele de interferență colorate, numărul acestor inele scăzând (pentru ordine de interferență k relativ mari, suprapunerea inelelor luminoase de diferite culori determină uniformizarea intensității luminoase).

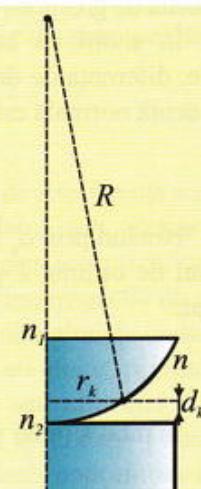


Fig. 30 Pana optică de unghi variabil

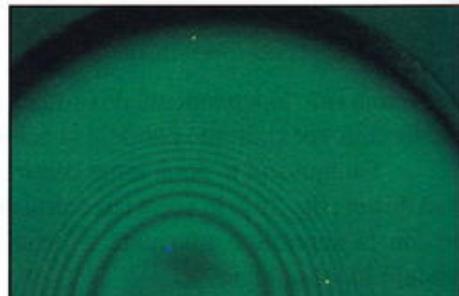


Fig. 31 Inelele lui Newton
în lumină monocromatică



Fig. 32 Inelele lui Newton
în lumină albă

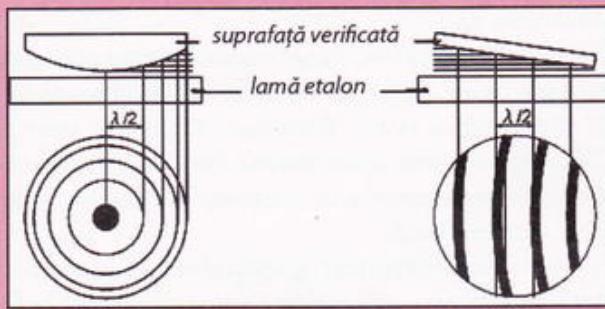
F I Ş A DOCUMENT

CONTROLUL CALITĂȚII SUPRAFEȚELOR

• Asigurarea unei precizii ridicate în confectionarea suprafețelor oglinzilor, lentilelor și prismelor, reprezintă o condiție necesară în construirea instrumentelor optice moderne de calitate. Metodele interferențiale permit, controlul cu mare precizie a calității suprafețelor polisate.

Utilizarea metodelor interferențiale se bazează pe folosirea unui etalon, construit cu multă precizie. Așezând suprafața testată peste suprafața etalonului, obținem între aceste suprafețe un strat subțire de aer, care dă în lumină reflectată o figură de interferență netă. După forma franjelor de interferență precum și după lărgimea lor putem să facem aprecieri asupra imperfecțiunilor suprafeței pe care o examinăm. Dacă imperfecțiunile suprafeței studiate sunt neglijabile, inelele de interferență vor fi bine conturate.

În cazul cercetării unor suprafețe plane, suprafața cercetată și cea etalon sunt așezate astfel încât acestea să formeze o pană de aer de unghi mic. Franjele de egală grosime formate între două suprafețe perfecte plane, trebuie să aibă forma unor drepte paralele cu muchia penei. Cele mai mici abateri de la planeitate duc la curbarea acestor drepte într-un mod foarte vizibil și caracteristic. Folosind această metodă pot fi puse în evidență abateri de la planeitate cu o precizie de $0,003\mu$.



OPTICA STRATURILOR SUBȚIRI

Interferența pe straturi subțiri stă la baza unui nou domeniu al opticii numit optica straturilor subțiri sau optica albastră.

O peliculă plan - paralelă, subțire și transparentă poate servi fie ca strat antireflectator (antireflex) fie ca strat reflector. Dacă undele reflectate pe cele două fețe ale peliculei sunt în opozиie de fază, la ieșirea din peliculă interferența lor este distructivă. Dimpotrivă, dacă grosimea peliculei și indicele de refracție al acesteia sunt astfel alese încât undele emergente să fie în fază, prin interferență acestea se vor întări.

Pentru exemplificare să considerăm un strat subțire dintr-un material dur și transparent depus pe o suprafață de sticlă. Prin alegerea convenabilă a indicelui de refracție al materialului, lumina poate fi reflectată în mod egal pe suprafața interioară și exterioară a stratului. În plus, considerând indicele de refracție al materialului mai mic decât cel al sticlei, diferența de fază introdusă de cele două reflexii este nulă. La incidentă normală pentru o grosime a stratului subțire egală cu $\lambda/4n$, interferența celor două unde reflectate este complet distructivă. Lungimea de undă la care se obține în porțiunea centrală a spectrului vizibil. În acest caz reflexia are loc într-o oarecare măsură atât pentru lungimi de undă mai mari, cât și pentru lungimi de undă mai mici, iar lumina reflectată are o nuanță purpurie. Reflexia globală se reduce în acest mod la mai puțin de 1%.

Peliculele subțiri se aplică pe anumite piese optice, reducându-se astfel pierderile de lumină.

Prin combinarea mai multor pelicule subțiri, se pot construi „filtre interferențiale“ care permit trecerea radiației cu o anumită lungime de undă. Au fost astfel realizate filtre care reflectă radiația infraroșie dar care sunt transparente pentru radiația vizibilă. Cu ajutorul acestor filtre numite „anticalorice“ obiectele pot fi iluminate fără a fi încălzite.

INTERFEROMETRUL MICHELSON

Marea popularitate de care se bucură acest dispozitiv interferențial este legată în primul rând de folosirea lui în experiențele având drept scop studiul influenței mișcării orbitale a Pământului asupra vitezei

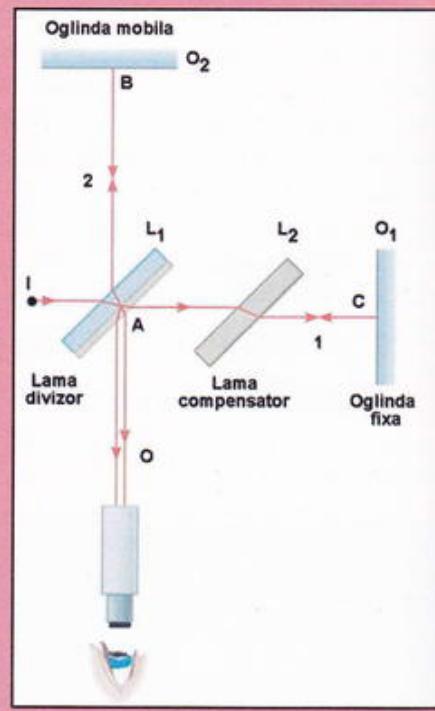
de propagare a luminii. Interferometrul Michelson are numeroase alte aplicații cum ar fi: măsurarea cu mare precizie a lungimilor, determinarea indicilor de refracție ai gazelor, măsurarea lungimii de undă a luminii.

Schema de principiu a interferometrului este prezentată în figura de mai jos. Un fascicul de lumină de la izvorul I cade pe o lamă plan-paralelă având una din fețe astfel metalizată încât conferă lamei calitatea de a fi semitransparentă. Prin semitransparență și reflexie în punctul A, fasciculul inițial se împarte în fasciculele 1 și 2 orientate perpendicular unul pe altul. O rază din fasciculul 1 după ce se reflectă în C pe oglinda O_1 și apoi în punctul A al lamei plan-paralele L_1 , se va propaga pe direcția de observare O. Raza 2 după ce ieșe din lama divizor L_p , se reflectă în B pe oglinda O_2 și după ce străbate din nou pe același drum aceeași lamă, se propagă pe direcția de observare O.

Prezența celor două raze coerente 1 și 2 creează posibilitatea obținerii unei figuri de interferență. Figura de interferență poate fi observată cu ochiul liber sau cu ajutorul unui instrument optic. Diferența de fază dintre undele care interferă este condiționată de brațele interferometrului (distanțele măsurate de la lama divisor la cele două oglinzi).

Trebuie precizat că lama divizor L_1 care are o grosime finită, introduce și ea o diferență de drum optic între cele două raze care interferă, deoarece raza 1 străbate această lamă o singură dată, pe când raza 2 o străbate de trei ori. Pentru compensarea acestei diferențe de drum, în calea razei 1 se introduce o lamă compensator L_2 , prin care această rază trece de două ori.

Proprietatea fundamentală a construcției acestui interferometru constă în posibilitatea deplasării fine a oglinzi O_2 , și prin urmare posibilitatea unor variații fine a lungimii brațului corespunzător acestei oglinzi. Prin deplasarea oglinzi O_2 se schimbă diferența de drum a undelor care interferă. De urmărire a deplasării oglinzi se leagă toate posibilitățile de aplicare a interferometrului ca aparat optic de măsură.



Verifică și consolidează

1. De ce nu observăm fluctuațiile intensității luminoase ale unui bec alimentat în curent alternativ?
 2. Cum se deplasează poziția maximului central într-un dispozitiv Young dacă în calea unuia din fasciculele care interferă introducem o lamă subțire din sticlă?
 3. Cum se modifică interfranja într-un experiment Young dacă întreg dispozitivul este scufundat în apă?
 4. De câte ori scade intensitatea luminoasă în centrul ecranului dacă una din fantele dispozitivului Young este acoperită?
 5. Diferența de drum optic dintre două unde luminoase este de $0,5 \lambda$. Determinați diferența de fază dintre cele două unde și precizați dacă interferența lor este constructivă sau distructivă.
 6. Figurați câmpul de interferență în cazul unei oglinzi Lloyd.
 7. Determinați distanța dintre un maxim și un minim de interferență exprimat în interfranje în cazul dispozitivului Young.
 8. Apariția unei pete întunecate pe suprafața unui balon de săpun indică faptul că în curând acesta se va sparge. Explicați de ce.

3. DIFRACTIA LUMINII

(F1*) 3.1. Noțiuni de bază

Alături de interferența luminii, fenomenul de difracție descoperit de E.M. Grimaldi în anul 1665, confirmă natura ondulatorie a acesteia. Lungimile de undă extrem de mici ale luminii fac dificilă evidențierea experimentală a acestui fenomen inseparabil de cel de interferență. Totuși, dacă privim o sursă de lumină îndepărtată printr-o țesătură vom observa o serie de irizații care au drept cauză fenomenul de difracție.

În accepțiunea cea mai largă a termenului, prin difracție se înțelege orice modificare a repartiției spațiale a intensității undei luminoase suferită ca urmare a întâlnirii unor neomogenități ale mediului. În sens restrâns vom considera neomogenități ale mediului diverse ecrane sau deschideri practicate în paravane. Deoarece în cele mai multe dintre problemele de difracție o parte de lumină este regăsită în interiorul de umbră geometrică, difracția este uneori definită ca fiind „ocolirea unui obstacol de către lumină“.

Caracteristicile esențiale ale efectelor de difracție pot fi explicate pe baza principiului Huygens - Fresnel, conform căruia fiecare punct al unei suprafețe de undă poate fi considerat sursa unor unde secundare, care se propagă în toate direcțiile. Undele secundare pot fi compuse conform principiilor interferenței, ținând cont de amplitudinile și fazele lor relative. Operațiile matematice sunt de cele mai multe ori extrem de complicate.

Fenomenul de difracție poate fi urmărit analizând modul de comportare a luminii în cazul plasării în drumul acesteia a unui paravan opac (semiplan). O mică parte din lumină „se curbează“ în jurul muchiei semiplanului pătrunzând în zona umbrei geometrice, care este mărginită de benzi alternative luminoase și întunecoase. Observăm că în prima bandă luminoasă, în imediata apropiere a umbrei geometrice, iluminarea este chiar mai pronunțată decât în regiunea de iluminare uniformă.

Apariția franjelor de difracție poate fi explicată pe baza principiului Huygens - Fresnel. Fronturile de undă, paralele cu semiplanul sunt parțial blocate de obstacol. Celelalte unde se suprapun cu undele care se formează în jurul punctului marginal al semiplanului determinând apariția franjelor luminoase și întunecoase.

Difracția care apare în lumină divergentă este cunoscută sub numele de difracție Fresnel. Difracția care apare în lumină paralelă poartă numele de difracție Fraunhofer și reprezintă un caz limită al difracției Fresnel. Pentru obținerea difracției Fraunhofer este necesar ca sursa de lumină și ecranul să se găsească la distanțe mari de obstacol. În laborator acest lucru poate fi obținut prin folosirea unor lentile convergente care să transforme fasciculele de lumină divergente în fascicule paralele.

Explorare. Investigare

➤ Priviți o sursă de lumină (beculeț sau lumânare) de la câțiva metri printr-un diapozitiv cu fante, ținând dispozitivul aproape de ochi (lărgimea fantelor este de 0,2-0,3-0,4 mm). Observați apariția unor franje de difracție colorate. Distanța dintre maximele de difracție se mărește odată cu micșorarea lărgimii fantei.

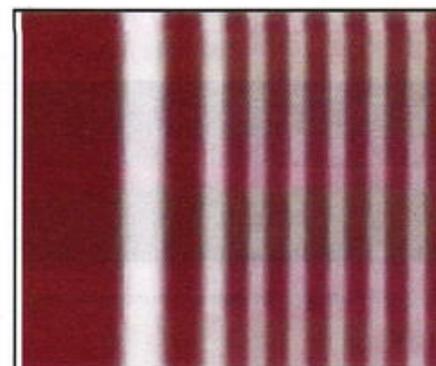


Fig. 33 Difracția la marginea unui paravan opac

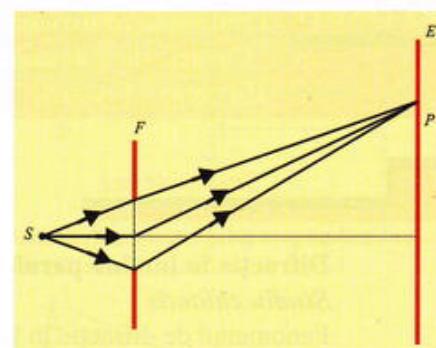


Fig. 34 Difracție Fresnel

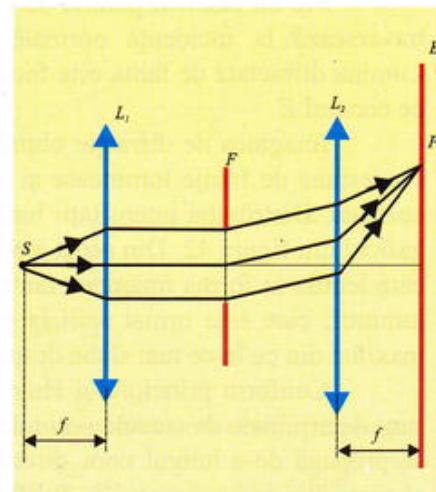


Fig. 35 Difracție Fraunhofer



Fig. 36 Difracție în lumina albă

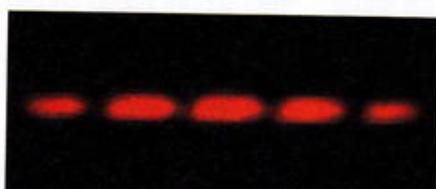


Fig. 37 Difracție în lumina monocromatică

REȚINEȚI

Fenomenul de difracție constă în modificarea repartiției spațiale a intensității undei luminoase ca urmare a întâlnirii unor neomogenități ale mediului.

Caracteristicile esențiale ale fenomenului de difracție pot fi explicate pe baza principiului Huygens - Fresnel.

Studiu de caz

Difracția în lumină paralelă

Studiu calitativ

Fenomenul de difracție în lumină paralelă a fost studiat de Fraunhofer. El a observat că privind într-o fântă îngustă, dreptunghiulară o sursă luminoasă îndepărtată, imaginea acesteia se deformează foarte mult pe măsură ce fântă se îngustează.

Fie un fascicul paralel de lumină monocromatică care traversează la incidență normală fântă dreptunghiulară F . Lumina difractată de fântă este focalizată cu ajutorul lentilei L pe ecranul E .

Imaginea de difracție obținută pe ecran constă dintr-o succesiune de franje luminoase și întunecoase dispuse paralel cu fântă. Distribuția intensității luminoase este reprezentată în graficul din figura 42. Din acest grafic se observă că în locul în care lentila ar forma imaginea fantei, apare un maxim puternic luminos, care este urmat apoi la distanțe egale de o serie de maxime din ce în ce mai slabe despărțite între ele de minime nule.

Conform principiului Huygens - Fresnel, undele luminoase care iau naștere în dreapta fantei F sunt determinate de sursele secundare de lumină dispuse în regiunea din dreapta fantei. Toate undele care se propagă de-a lungul unor direcții paralele între ele sunt focalizate de lentila L într-un același punct al ecranului (de exemplu P). Pentru a determina amplitudinea undei rezultante într-un punct oarecare al ecranului, trebuie să găsim rezultatul interferenței tuturor acestor unde secundare în acel punct.

Dacă lumina incidentă este albă, maximul central de pe ecran va fi alb iar de o parte și de alta a acesteia se vor afla maxime colorate dispuse simetric.

Studiu cantitativ

În vederea realizării unui studiu cantitativ vom împărți suprafața fantei în fâșii înguste, paralele de egală lățime. Toate aceste fâșii pot fi privite ca izvoare de undă ale căror faze sunt egale, deoarece în cazul unei incidente normale, planul fantei coincide cu suprafața de undă. Amplitudinile undelor elementare vor fi

➤ Se proiectează raza unui laser de buzunar pe un perete aflat la 4-5 m distanță. În fața laserului se așază dispozitivul cu fante având grijă ca fascicolul de lumină să treacă printr-o fântă. Pe perete pot fi observate franjele de difracție în lumină monocromatică. Distanța dintre maximele de difracție crește atunci când lărgimea fantei scade.

➤ În fața unui fascicul laser proiectat pe un perete aflat la mare distanță, se așază o bilă astfel încât aceasta să fie cuprinsă în întregime de fascicul. Pe perete poate fi observată figura de difracție sub formă unor franje circulare având în centru un punct luminos. Putem repeta experimentul înlocuind bila cu o lamă sau cu o mică fântă circulară. Este bine ca încăperea în care efectuăm experimentul să fie ușor obturizată.

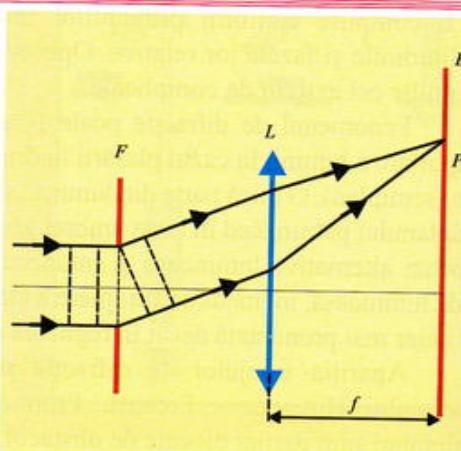


Fig. 38 Difracția pe o fântă dreptunghiulară în lumină paralelă - schema de principiu

de asemenea egale, deoarece elementele alese au suprafețe egale față de direcția de observare. Aceste două condiții simplifică considerabil rezolvarea atât grafică cât și analitică a problemei studiate.

Pentru determinarea rezultatului interferenței celor n unde elementare într-un punct P aparținând ecranului vom folosi metoda fazorială. Toți fazorii vor avea lungimea E_0 . Primul fazor are faza zero, următorul are faza ϕ , următorul are faza 2ϕ și aşa mai departe. Este evident că ne deplasăm pe o linie poligonală alcătuită din n segmente egale, cu unghiiurile egale între ele. Amplitudinea undei rezultante este linia de închidere a conturului poligonal. Deoarece toate vârfurile fazorilor se găsesc pe un cerc, putem calcula amplitudinea rezultantă determinând mai întâi raza cercului. Conform geometriei figurii obținem:

$$R = \frac{E}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad E = E_0 \frac{\sin\left(\frac{n\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

Pentru simplificarea scrierii vom nota $\phi = \frac{n\phi}{2}$. La limită când n devine foarte mare $\sin\left(\frac{\phi}{n}\right) \approx n\phi$ și deci $E = nE_0 \frac{\sin\phi}{\phi}$

Deoarece intensitatea luminoasă în punctul considerat este proporțională cu pătratul amplitudinii câmpului electric rezultă:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\phi}{\phi} \right)^2$$

Diferența de fază ϕ este determinată de diferența de drum δ care la rândul ei este legată de direcția de observare θ .

$$\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad \text{și} \quad \delta = \frac{a}{n} \sin\theta$$

Combinând relațiile precedente obținem:

$$\phi = \frac{2\pi}{n} \cdot \frac{a}{\lambda} \sin\theta \quad \text{sau} \quad \phi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta.$$

Substituind θ în expresia intensității luminoase rezultă: $I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta} \right]^2$.

Pentru θ tinde la zero, I tinde la I_0 , adică în centrul figurii de difracție se obține un maxim pronunțat (deoarece $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$). Primul minim de interferență se obține pentru $\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta_1 = \pi$ adică $\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$. Deoarece λ este mult mai mic decât a putem utiliza aproximarea unghiurilor mici și deci $\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$. Dacă a nu este suficient de mic figura de difracție nu este observabilă. Se stabilește imediat că amplitudinea maximelor secundare descrește rapid în raport cu ce pot fi exprimate sub forma:

$$I : \frac{4}{9\pi^2} : \frac{4}{25\pi^2} : \frac{4}{49\pi^2} : \dots$$

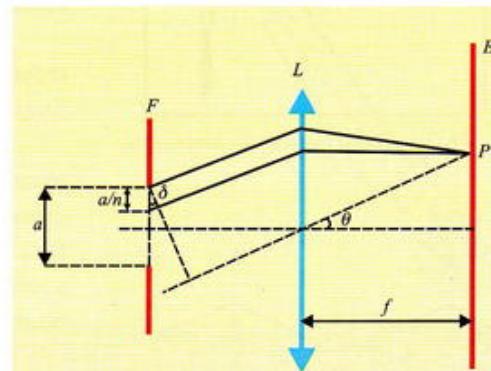


Fig. 39 Difracția pe o fântă dreptunghiculară în lumină paralelă - schemă de calcul

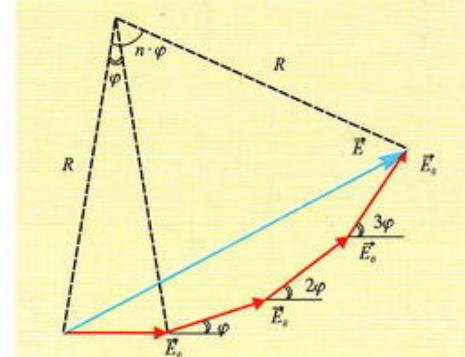


Fig. 40 Diagrama fazorială

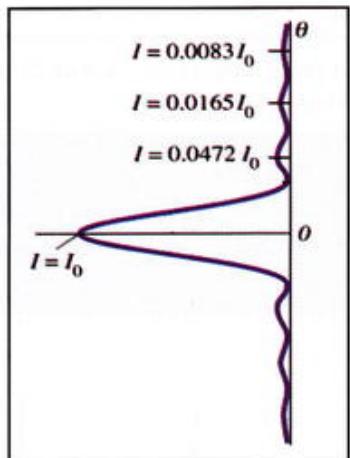


Fig. 41 Distribuția intensității luminoase

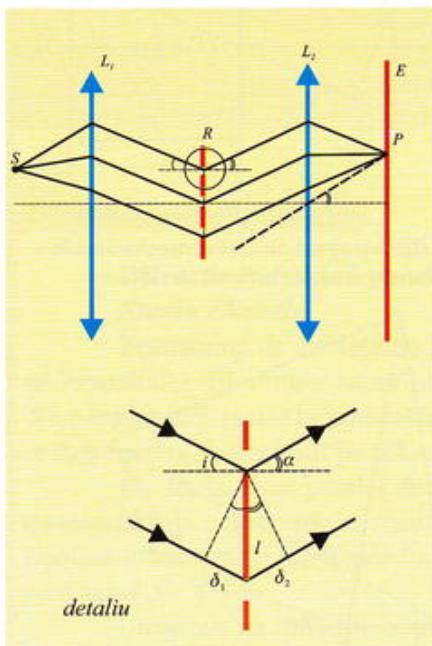


Fig. 42 Difracția pe rețeaua optică

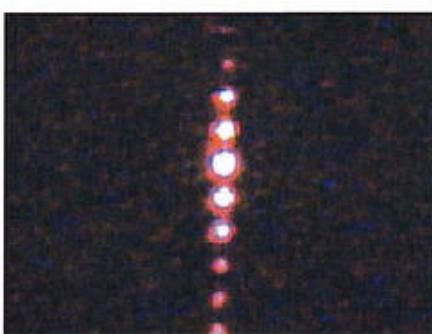


Fig. 43 Figura de difracție în radiație laser

(F1*) 3.2. Rețeaua de difracție

Rețeaua de difracție reprezintă un sistem de fante rectilinii, paralele, echidistante, foarte apropiate. Prin trasarea unor zgârieturi puțin adânci pe o lamă de sticlă putem obține o astfel de rețea. Zgârieturile acționează ca zone opace blocând frontul de undă iar intervalele dintre acestea vor reprezenta fantele rețelei.

Notând prin N numărul de trăsături corespunzătoare lungimii L a rețelei, $n = N/L$ reprezintă numărul de trăsături pe unitatea de lungime. Distanța $l = 1/n$ dintre două trăsături consecutive reprezintă o caracteristică a rețelei și poartă numele de constanta rețelei.

Utilizarea rețelelor în experimentele de difracție determină creșterea intensității maximelor principale acestea devenind în același timp înguste, nete, separate prin spații practic întunecate.

Un fascicul de lumină monocromatică emis de sursa S este transformat de lentila L_1 într-un fascicul paralel incident pe rețeaua de difracție R sub unghiul i . Undele secundare emise în direcția α sunt focalizate de lentila L_2 în punctul P al ecranului. Rezultatul interferenței acestor unde este determinat de diferența de drum δ , aceiași pentru două fante succesive

$$\delta = \delta_1 \pm \delta_2$$

Semnele \pm din relația precedentă corespund punctelor de pe ecran situate deasupra respectiv sub axul de simetrie.

Din geometria figurii $\delta_1 = l \sin i$ reprezintă diferența de drum între undele incidente, în timp $\delta_2 = l \sin \alpha$ reprezintă diferența de drum între undele emergente. Substituind δ_1 și δ_2 în expresia lui δ obținem:

$$\delta = l (\sin i \pm \sin \alpha)$$

După cum δ reprezintă un număr par sau impar de semilungimi de undă în punctul P considerat vom obține un maxim respectiv un minim de difracție. Condiția necesară obținerii unui maxim de difracție este:

$$l (\sin i \pm \sin \alpha) = k\lambda \quad k - \text{număr întreg}$$

Dacă iluminarea rețelei se face cu lumină albă, din relația precedentă rezultă că pentru un ordin de difracție k dat, diferențele lungimi de undă vor forma maxime de intensitate sub diferite unghiuri, astfel că pe ecran se va forma spectrul continuu al fasciculului incident. Maximul central ($k=0$) rămâne alb deoarece el se formează în același loc pentru toate lungimile de undă.

Explorare. Investigare

➤ Priviți o sursă de lumină printr-o rețea de difracție ținând rețeaua aproape de ochi. Se pot observa în acest fel franjile de difracție colorate produse prin rețeaua de difracție.

➤ Se proiectează raza unui laser de buzunar pe un perete aflat la câțiva metri distanță. În fața laserului se aşază o rețea de difracție având grijă ca fasciculul de lumină să treacă prin fantele rețelei. Pe perete pot fi observate franjile de interferență.

RETINETI

Rețeaua de difracție reprezintă un sistem de fante rectilinii, paralele și echidistante. Utilizarea rețelelor în experimentele de difracție determină creșterea intensității maximelor principale.

Condiția de obținere a unui maxim de difracție în direcția θ este dată de relația:
 $I (\sin i \pm \sin \alpha) = k\lambda$

FISĂ DOCUMENT

SPECTROSCOPUL CU REȚEA

Rețeaua de difracție se folosește pe scară largă în spectrometrie, în locul prismei, pentru a produce dispersia unui fascicul de lumină într-un spectru. Dacă se cunoaște constanta rețelei, atunci prin măsurarea unghiului de deviație a unei lungimi de undă, se poate calcula valoarea aceleia lungimi de undă. În cazul unei prisme unghiurile de deviație nu sunt legate printr-o relație simplă de lungimea de undă, ci depind de caracteristicile materialului din care este făcută prisma. Deoarece indicele de refracție al sticlei optice variază mai rapid la capătul violet al spectrului decât la cel roșu, spectrul format de o prismă este totdeauna mai larg la capătul violet decât la cel roșu. De asemenea în timp ce o prismă deviază mai puțin lumina roșie și mai mult pe cea violetă, în cazul rețelei lucrurile se petrec invers, deoarece în acest ultim caz, deviația crește cu creșterea lungimii de undă.

Din punct de vedere constructiv, un spectrometru cu rețea nu se deosebește esențial de un spectrometru cu prismă. Ambele conțin câte un colimator prevăzut cu o fântă de intrare și câte o lunetă cu care se va putea vedea spectrul și determina lungimea de undă.

ANALIZA PRIN DIFRACTIA RADIAȚIILOR X

Radiațiile X sunt unde electromagnetice cu lungimile de undă de mii de ori mai mici decât lungimile de undă ale luminii obișnuite. Din această cauză realizarea unor rețele de difracție pentru radiațiile X, este practic imposibilă. Putem folosi drept rețea de difracție, rețeaua naturală spațială pe care o prezintă cristalele. Atomii cristalelor sunt așezăți în rețele tridimensionale regulate, ale căror perioade sunt comparabile cu lungimile de undă ale radiațiilor X. Fiecare atom „atins” de radiația X devine la rândul lui un emițător punctiform al unei radiații în fază și cu aceeași lungime de undă cu cea incidentă. Undele provenite de la toți atomii, se vor putea suprapune într-o regiune dată din spațiu, astfel încât vor determina maxime și minime de difracție funcție de diferențele dintre fazele lor.

Dacă atomii sunt dispuși în substanță în mod dezordonat, maximele și minimele vor fi la rândul lui repartizate dezordonat, ceea ce va avea ca rezultat un câmp interferențial relativ uniform. Dacă din contră, în interiorul substanței atomii sunt dispuși ordonat, atunci această ordine se va reflecta într-o ordine a maximelor și a minimelor, câmpul interferențial fiind alternativ „luminos” și „întunecat”.

Cu ajutorul acestei metode au fost rezolvate două probleme de o importanță deosebită. În primul rând s-a creat posibilitatea determinării lungimii de undă a radiațiilor X, dacă se cunoaște structura rețelei cristaline cu ajutorul căreia se obține fenomenul de difracție ceea ce a determinat dezvoltarea spectroscopiei în domeniul radiațiilor X. În al doilea rând, observând difracția radiațiilor X de o lungime de undă cunoscută, pe o structură cristalină necunoscută, avem posibilitatea să stabilim caracterul acestei structuri (distanțele și pozițiile atomilor).

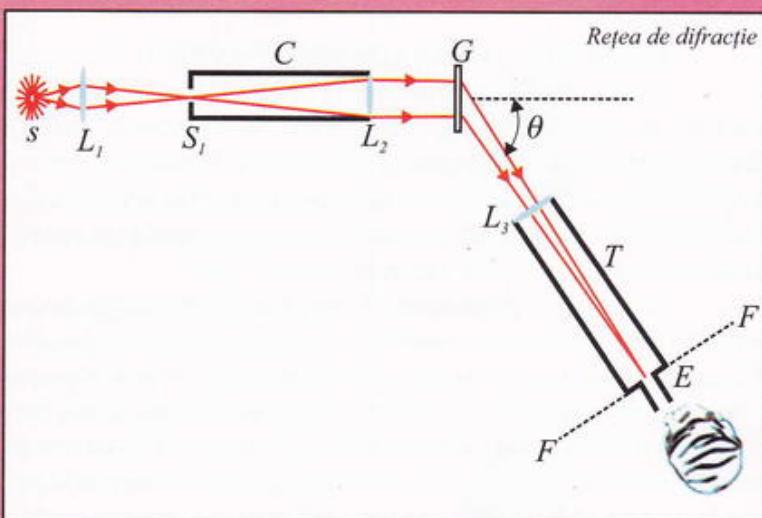
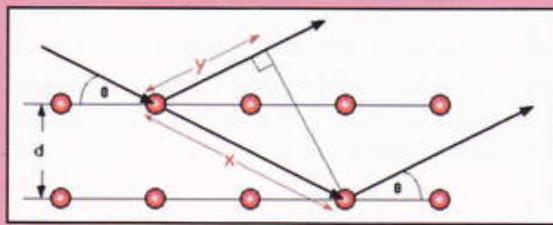


Fig. Difracția radiațiilor X pe rețeaua cristalină a unui solid

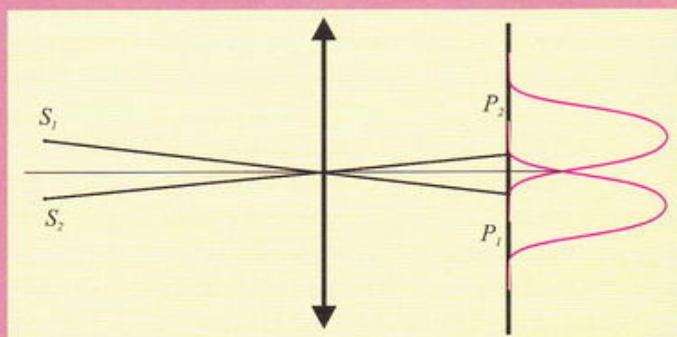


REZOLUȚIA INSTRUMENTELOR OPTICE

Calitatea unor instrumente optice este dată de mărirea pe care acestea o pot realiza. Se constată însă că, pe măsură ce imaginea formată de instrument devine mai mare, ea pierde în claritate. Această limitare a măririi utile se datorează faptului că lumina este o mișcare ondulatorie și legile opticii geometrice nu sunt strict valabile pentru o suprafață de undă de întindere limitată. Din punct de vedere fizic, imaginea unei surse nu este dată de intersecția razelor venind de la sursă, ci de figura de difracție formată de acele unde emise de sursă, care trec prin sistemul optic.

Lumina provenită de la o sursă punctiformă, difractată de o deschidere circulară este focalizată de o lentilă nu ca un punct geometric, ci ca un disc de rază finită, înconjurat de inele luminoase și întunecoase. Cu cât este mai mare suprafața diafragmelor, cu atât mai mică va fi figura de difracție a unei surse punctiforme și cu atât mai apropiate pot fi două surse punctiforme fără ca discurile lor de difracție să se suprapună și să devină indiscernabile. Se spune că un instrument optic este capabil să distingă două surse punctiforme dacă figurile de difracție corespunzătoare sunt suficient de mici sau suficient de distanțate pentru a putea fi percepute separat. Mărimea ce caracterizează capacitatea unui sistem de a distinge două asemenea puncte se numește putere de rezoluție.

Două surse încep să fie percepute distinct atunci când maximul central al figurii de difracție al unei surse coincide cu primul minim al celeilalte. Distanța dintre centrele figurilor este în acest caz egală cu raza discului luminos central. Cunoscând distanțele focale și distanțele dintre lentilele unui instrument oarecare, se poate calcula distanța corespunzătoare dintre cele două obiecte punctiforme. Această distanță pentru care cele două puncte încep să se vadă distinct se numește limită de rezoluție a instrumentului. Cu cât această distanță este mai mică cu atât este mai mare puterea de rezoluție. Puterea de rezoluție este direct proporțională cu unghiul solid al conului de raze interceptat de instrument și invers proporțională cu lungimea de undă a luminii folosite.



Limita de rezoluție

Verifică și consolidează

- De ce în experiența cotidiană difracția undelor sonore este mai evidentă decât difracția undelor luminoase?
- O persoană ține o fantă îngustă verticală în fața pupilei și privește spre o sursă îndepărtată de lumină. Figura de difracție observată va fi o figură Fraunhofer sau Fresnel?
- Care sunt asemănările și deosebirile dintre interferență și difracție?
- Care este rolul lentilelor într-un experiment de difracție Fraunhofer?
- Cum se modifică figura de difracție dată de o rețea optică dacă experimentul se efectuează sub apă?
- Pe lățimea $L = 2\text{ cm}$ a unei rețele de difracție au fost realizate $N = 2000$ de trăsături. Determinați constanta rețelei.
- Un fascicul de lumină monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 600\text{ nm}$ cade sub incidență normală pe o rețea de difracție. Cunoscând constanta rețelei $l = 2\text{ mm}$ determinați ordinul maxim de difracție precum și numărul maximelor de difracție obținute.

$$R: l = 10^{-5} \text{ m}$$

4. POLARIZAREA LUMINII

(F1*) 4.1. Noțiuni de bază

Conform teoriei electromagnetice a luminii, undele luminoase sunt unde transversale în care vectorii intensitate câmp electric \vec{E} și inducție magnetică \vec{B} , oscilează în fază pe direcții reciproc perpendiculare și în același timp perpendicular pe direcția de propagare, adică pe viteza \vec{v} .

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

Deoarece efectele luminoase sunt produse de componenta electrică a câmpului electromagnetic ne vom referi în continuare în special la aceasta.

O serie de considerente ne conduc la concluzia că în lumina emisă de un atom, direcția de oscilație a câmpului electric rămâne nemodificată un interval de timp suficient de lung în raport cu perioada de oscilație. Interferența luminii poate fi observată pentru diferențe de drum extrem de mari în raport cu lungimea de undă, ceea ce nu ar fi posibil dacă direcția de oscilație a câmpului electric s-ar modifica. În procesul de emisie a unui tren de undă de către un atom, atât faza inițială cât și direcția de oscilație rămân nemodificate.

Vom numi în general lumină liniar polarizată (sau plan polarizată), undele luminoase caracterizate printr-o singură direcție de oscilație, adică undele având direcția de oscilație bine precizată.

Lumina unei surse obișnuite este formată din trenuri de undă emise de miliarde de atomi. Fiecare atom emite lumină polarizată orientată însă pe o direcție care diferă de la atom la atom. La intervale scurte de timp (10^{-4} s), fiecare atom reemite un nou tren de undă, având altă fază inițială și altă direcție de polarizare.

Vom numi lumină naturală totalitatea undelor luminoase având toate direcțiile posibile de oscilație, care există simultan, sau care variază rapid și dezordonat.

Spre deosebire de undele longitudinale care prezintă o înaltă simetrie în raport cu direcția de propagare, undele transversale se caracterizează printr-o anumită asimetrie determinată de direcțiile de oscilație ale vectorilor \vec{E} și \vec{B} . Pentru a studia această asimetrie este necesară folosirea unui sistem care, la rândul său, să prezinte anumite proprietăți de asimetrie. Un astfel de sistem, util în studiul undelor luminoase îl poate constitui un cristal, având atomii ordonați într-o rețea spațială în așa fel încât, proprietățile cristalului diferă, pe diferite direcții.

Dintron un cristal de turmalină, putem tăia o lamă al cărui plan să fie paralel cu direcția determinantă a rețelei cristaline, numită axă. Perpendicular pe suprafața lamei trimitem un fascicul de lumină. Rotind lama în jurul direcției razei nu vom observa nici un fel de modificare în intensitatea luminii. Lumina provenită de la o sursă obișnuită nu prezintă o asimetrie în raport cu direcția sa de propagare. Dacă însă în direcția razei așezăm o a doua lamă identică și paralelă cu prima, fenomenul se complică. Intensitatea luminii se modifică în funcție de modul în care sunt orientate cele două lame una în raport cu cealaltă. Intensitatea este maximă dacă axele ambelor lame sunt paralele, zero dacă axele sunt perpendiculare și are valori intermediare pentru porțiuni intermediare ale lamelor.

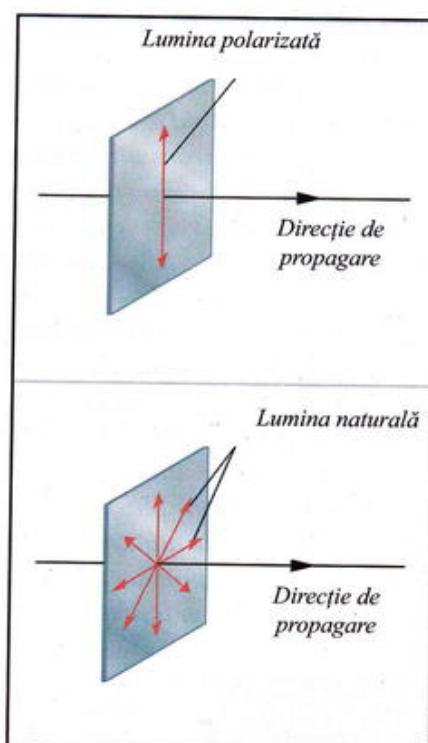


Fig. 44 Lumina plan polarizată. Lumina naturală (nepolarizată)

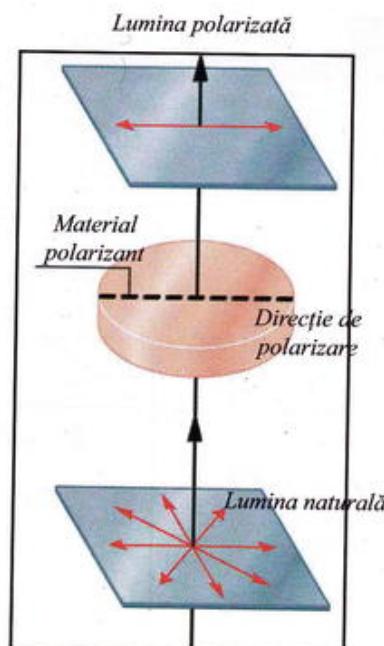


Fig. 45 Disc polaroid

Materialele polarizante cum este turmalina, pot fi obținute și în cadrul unor procese tehnologice speciale și sunt numite în general polaroizi. Un polaroid are o direcție de polarizare și transmite numai acele componente ale trenurilor de undă ai căror vectori electrici oscilează paralel cu această direcție, absorbindu-le pe cele care oscilează perpendicular. Această direcție de polarizare este stabilită în timpul procesului de fabricație, prin introducerea unor lanțuri moleculare într-o peliculă flexibilă de material plastic, astfel încât lanțurile să fie aliniate paralel între ele. Se pot produce pelicule polarizante de 0,6 m lățime și 30 m lungime.

RETINETI

Lumina naturală reprezintă totalitatea undelor de lumină având toate direcțiile posibile de oscilație care există simultan sau care variază rapid și dezordonat.

Lumina liniar polarizată reprezintă undă luminoasă cu o singură direcție de oscilație, bine precizată.

Polaroidul este un sistem care selectează din lumina naturală, lumina liniar polarizată pe o anumită direcție.

Studiu de caz

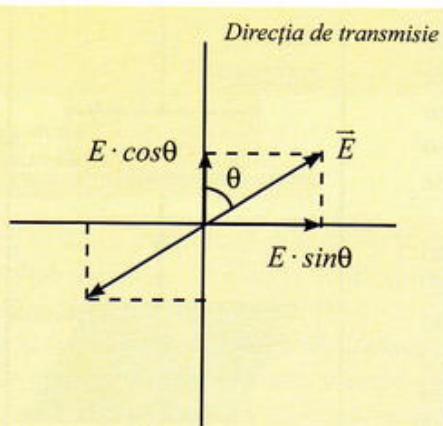


Fig. 46 Descompunerea luminii liniare polarizate

Legea lui Malus

Fie un fascicul de lumină polarizată incident pe suprafața unui polaroid care joacă rolul analizorului. Dacă direcția de polarizare a luminii face unghiul θ cu direcția de transmisie a analizatorului atunci, vectorul câmp electric \vec{E} al undei luminoase, poate fi descompus în două componente, una paralelă și alta perpendiculară pe direcția de transmisie a analizorului. Evident numai componenta paralelă de amplitudine $E \cdot \cos\theta$, va fi transmisa de analizator. Intensitatea luminii transmise este maximă pentru $\theta = 0^\circ$ și este zero pentru $\theta = 90^\circ$.

Deoarece intensitatea undei este proporțională cu pătratul amplitudinii câmpului electric, rezultă imediat

$$I = I_{max} \cos^2\theta$$

unde I_{max} este intensitatea maximă a luminii, iar I este intensitatea transmisă la unghiul θ . Această relație, descoperită experimental de E.L. Malus în 1809 se numește legea lui Malus.

(F1*) 4.2. Polarizarea prin reflexie

Fenomenul de polarizare a luminii, adică selectarea undelor de lumină cu o anumită orientare a vectorului electric, are loc și prin reflexia luminii la suprafața de separație a doi dielectrii izotropi.

Atunci când lumina naturală cade pe o suprafață reflectoare, se constată că există o reflexie preferențială a celor unde în care vectorul electric este perpendicular pe planul de incidență (planul de incidență este planul care conține raza incidentă și normala la suprafață). Excepție face incidența normală când toate direcțiile de polarizare sunt reflectate în mod egal. La un anumit unghi de incidență cunoscut sub numele de unghi de polarizare i_B , nu se reflectă decât lumina al cărui vector electric este perpendicular pe planul de incidență.

Descompunând vectorul intensitate câmp electric al unei luminoase în două componente una perpendiculară pe planul de incidență și una paralelă cu el, putem discuta reflexia luminii pe suprafață, stabilind ce se întâmplă cu fiecare componentă.

Când unghiul de incidență este egal cu unghiul de polarizare, componenta paralelă cu planul de incidență nu este reflectată. Componenta perpendiculară pe planul de incidență este reflectată, într-o fracțiune care depinde de indicele de refracție al materialului. Deci lumina reflectată este slabă și complet polarizată liniar. Lumina refractată este un amestec format din componentele paralele care s-au refractat integral și din componente perpendiculare care nu s-au reflectat. Ea este deci intensă și parțial polarizată.

La unghiiuri de incidență diferite de unghiul de polarizare sunt reflectate și unele din componentele paralele cu planul de incidență, astfel încât, cu excepția unghiului de polarizare, lumina reflectată nu este total polarizată.

În anul 1812 Sir David Brewster a observat că, atunci când unghiul de incidență este egal cu i_B , raza reflectată și cea refractată sunt perpendiculare una pe alta. În acest caz unghiul de refracție devine complementar unghiului de incidență astfel că $\sin i_B = \cos r$. Ținând cont de legea refracției $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$, rezultă imediat

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_2}$$

Relația precedentă este cunoscută sub numele de legea lui Brewster iar unghiul de polarizare i_B este numit unghiul Brewster.

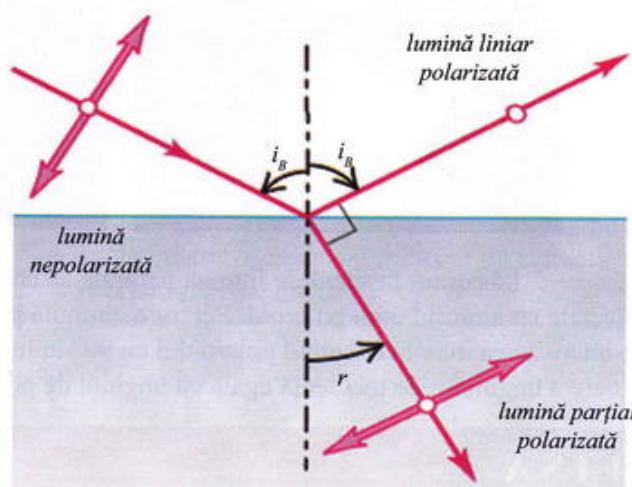


Fig. 47 Polarizarea luminii prin reflexie

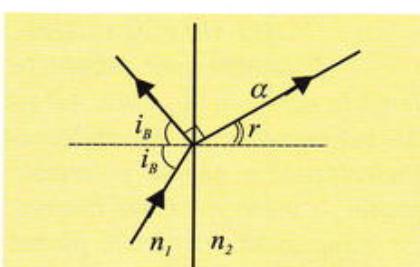


Fig. 48 Legea lui Brewster

RETINETI

Polarizarea luminii se poate realiza și prin reflexia undelor luminoase la suprafața de separație a doi dielectrii.

Pentru valoarea i_B a unghiului de incidență, lumina reflectată este total polarizată.

Unghiul de polarizare i_B este dat de legea lui Brewster $\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_2}$.

Explorare. Investigare

➤ Pentru acest experiment sunt necesari doi polaroizi (puteți folosi două perechi de ochelari polaroizi – direcția de polarizare este verticală).

Priviți o sursă de lumină naturală prin ambii polaroizi ținuți astfel încât direcțiile de polarizare să fie paralele. Observați că lumina este transmisă. Dacă unul dintre polaroizi este rotit în jurul razei de lumină intensitatea acesteia scade anulându-se atunci când direcțiile de polarizare devin perpendiculare.

1. De
cuno
2. C
inter
3. Că
electri
4. Un
pe o
a) Da
puteți

I. Arată
nu inter

Rezolv

în fază.
interval
mai dep
sunt ne
nul.

2. Dete
suprapu
incoeren
direcție

Rezolv

interferen
luminoas
surselor

direcție,
pătratul

substitui

3. O lan
n, este p
Young. E

Rezolv

la mărire
parcurge

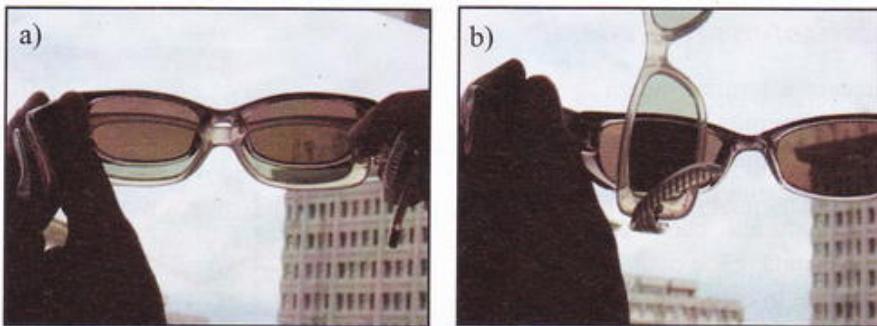


Fig. 49
a) Direcțiile de polarizare sunt paralele;
b) Direcțiile de polarizare sunt perpendiculare

► Lăsați un fascicul de lumină naturală să cadă pe o oglindă de sticlă (nemetalizată). Analizați raza reflectată cu ajutorul unui polaroid. Pentru o anumită poziție a polaroidului lumina reflectată este transmisă și are intensitatea maximă. Rotind polaroidul cu 90° în jurul razei de lumină aceasta este practic blocată pentru o valoare a unghiului de incidență egală cu unghiul de polarizare.

F I S Ă

DOCUMENT

OCHELARI POLAROIZI

Polaroizii sunt folosiți în prezent pe scară largă la ochelarii de soare. Am văzut că atunci când lumina nepolarizată este reflectată, există o reflexie preferențială a luminii polarizate perpendicular pe planul de incidență. Când lumina soarelui se reflectă pe o suprafață orizontală, planul de incidență este vertical. Deci, în lumină reflectată predomină lumina polarizată în direcție orizontală, proporția fiind cu atât mai mare cu cât este mai apropiat unghiul de incidență de ughiuil de polarizare. Când o asemenea reflexie se produce pe asfaltul neted al drumului, pe suprafața unui lac sau într-o situație similară, ea produce o strălucire neplăcută și vederea se îmbunătășește prin eliminarea ei. Direcția de transmisie a polaroidului din ochelarii de soare este verticală, astfel că nimic din lumina polarizată liniar nu este transmisă ochilor. În afara acestor proprietăți polarizante, acești ochelari au același rol ca oricare alți ochelari colorați, absorbind jumătate din lumina incidentă, deoarece chiar și într-un fascicul nepolarizat, jumătate din lumină poate fi considerată polarizată vertical și jumătate orizontal. Numai lumina polarizată vertical este transmisă. Sensibilitatea ochiului este independentă de starea de polarizare a luminii.



ACTIVITATEA OPTICĂ

Atunci când un fascicul de lumină liniar polarizat trece prin anumite tipuri de cristale sau anumite lichide, direcția de oscilație a luminii emergente liniar polarizată se dovedește a fi diferită de direcția inițială. Acest fenomen se numește rotația planului de polarizare, iar materialele care prezintă efectul sunt numite optic active. Materialele care rotesc planul de polarizare spre dreapta, privind în lungul direcției de propagare se numesc dextrogire; acele care îl rotesc spre stânga se numesc levogire. Activitatea optică se poate datora unor asimetrii a moleculelor materialului sau poate fi o proprietate a cristalului ca un întreg. De exemplu, soluțiile de zahăr sunt dextrogire, indicând faptul că activitatea optică este o proprietate a moleculei de zahăr. Moleculele de dextroză și levuloză din zahăr sunt una imaginea în oglindă a celeilalte, iar activitățile lor optice sunt opuse. Rotația planului de polarizare de către o soluție de zahăr este folosită pentru determinarea proporției de zahăr într-o probă. Cuarțul cristalin este de asemenea optic activ; unele cristale naturale fiind dextrogire iar altele levogire. În acest caz, activitatea optică este consecința structurii cristaline, deoarece dispare când cuarțul este topit și apoi solidificat într-o stare necristalină, numită cuarț topit.

Verifică și consolidează

1. Descrieți succint metodele de polarizare a luminii cunoscute.
2. Care este semnificația fizică a mărimilor ce intervin în legea lui Brewster?
3. Care este direcția de oscilație a vectorilor câmp electric în lumina reflectată total polarizată?
4. Un fascicul de lumină naturală cade sub un unghi pe o suprafață plană de sticlă.
- a) Dacă fasciculul reflectat este total polarizat, ce puteți spune despre unghiul de incidență?

b) Lumina refractată este naturală, total polarizată sau parțial polarizată?

5. Dacă lumina naturală cade pe un polaroid, ce fracțiune din intensitatea luminoasă este transmisă?
6. Calculați unghiul de polarizare la reflexia pe o suprafață dielectrică având indicele de refracție $n = 1,6$ (lumina vine din aer).

$$R = 58^\circ$$

Modele operaționale

1. Arătați că două unde luminoase de frecvențe diferite nu interfeță.

Rezolvare

Să presupunem că inițial cele două unde sunt în fază. Perioadele de oscilație fiind diferite, după un interval de timp undele ajung în opoziție de fază și aşa mai departe. Diferența de fază variază rapid, undele sunt necoerente, deci termenul de interferență este nul.

2. Determinați amplitudinea rezultantă \bar{E} în urma suprapunerii în același punct a N unde luminoase incoerente, de aceeași amplitudine \bar{E}_0 și cu aceeași direcție de oscilație a câmpului electric.

Rezolvare

Undele fiind necoerente fenomenul de interferență nu are loc și ca urmare intensitatea luminoasă în punctul considerat este suma intensităților surselor

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = NI_0$$

Deoarece vectorii luminoși oscilează pe aceeași direcție, intensitatea luminoasă este proporțională cu pătratul amplitudinii de oscilație

$$I \sim E^2 \text{ și } I_0 \sim E_0^2$$

substituind în prima relație obținem

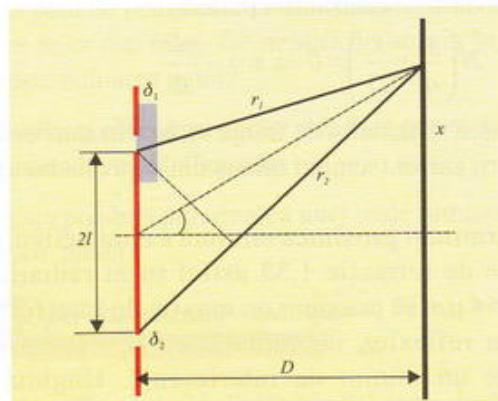
$$E^2 = NE_0^2$$

$$E = E_0 \sqrt{N}.$$

3. O lamă optică de grosime e și indice de refracție n , este plasată în față uneia din fantele dispozitivului Young. Estimați deplasarea franjei centrale.

Rezolvare

Introducerea lamei în calea fascicului 1, duce la mărirea drumului optic al acestuia cu $(n-1)e$ - lumina parcurge distanța e în lamă dar nu o parcurge în aer.



$$\delta_1 = e(n-1)$$

Aplicând un procedeu similar celui folosit la studiul dispozitivului Young putem exprima δ_2

$$\delta_2 = 2l\theta = \frac{2lx}{D}$$

Diferența de drum dintre cele două raze este $\delta = \delta_1 - \delta_2$. Pentru maximul de ordinul zero $\delta = 0$ și deci

$$\frac{2lx}{D} = (n-1)e \Rightarrow x = \frac{(n-1)eD}{2l}$$

Întregul sistem de franje se deplasează în sensul fantei acoperite de lamă.

4. Într-un dispozitiv Young sursa de lumină S este deplasată pe distanță y , paralel cu planul fanteelor. Calculați deplasarea maximului central în acest caz.

Rezolvare

Deplasarea sursei introduce o diferență de drum între cele două unde luminoase și înainte de planul fanteelor.

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

Din geometria figurii, în aproximarea unghiurilor mici

$$\delta_1 = 2l\theta_1 = 2l \frac{y}{d}$$

$$\delta_2 = 2l\theta_2 = 2l \frac{x}{d}$$

Alegeți af
1. Unitate
relația c/v
a) m;

2. Indicele
exprimat pr
a) $n = \frac{I}{\sqrt{\epsilon_r}}$

3. Diferen
optic δ , pe
a) $\Delta\phi = \pi$
c) $\Delta\phi = \pi$

4. Mărime
a) m^{-1} ;

5. O radia
6 · 10¹⁴ H
a) $1,66 \cdot 10$

6. Constan
a) m^{-1} ;

7. Dacă
luminoase
întreg, co
diferență
a) $k \frac{\lambda}{4}$;

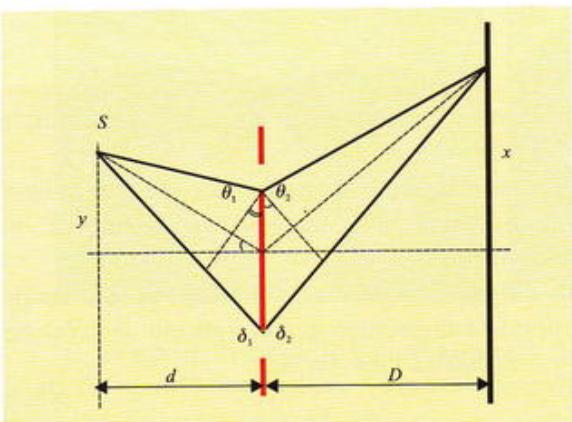
8. Pentru
să se produ
fază dintr
a) $k\pi$; b)

9. Dacă
radiații in
atunci num
a) $2k + 1$;

10. Într-un
franță int
de o a dou
franjei cer
a) 2,5 i;

Aplica

11. Deși
micșorează
apei), un
culorile lo



Pentru maximul central $\delta = 0$, deci

$$2l \left(\frac{y}{d} + \frac{x}{D} \right) = 0 \Rightarrow x = -\frac{yD}{d}$$

Deplasarea sistemului de franje se face în sens contrar deplasării sursei (semnul minus din expresia lui x).

5. Determinați grosimea minimă a unei pelicule cu indicele de refracție 1,33 astfel încât radiația cu $\lambda_1 = 0,64 \mu m$ să prezinte un maxim de interferență în urma reflexiei, iar radiația cu $\lambda_2 = 0,4 \mu m$ să prezinte un minim de interferență. Unghiul de incidență este de 30° .

Rezolvare

Diferența de drum între radiațiile care interferă într-un punct de pe suprafața peliculei, după reflexia pe cele două fețe este:

$$\delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

Punând condiția de maxim $\delta = 2k \frac{\lambda}{2}$ obținem

$$e = \frac{\lambda_1}{4} \frac{2k-1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Punând condiția de minim $\delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ obținem

$$e = \frac{\lambda_2}{4} \frac{2k}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Dând valori lui k în cele două condiții $k = 1, 2, 3 \dots$ rezultă:

max: $e = 0,1298 \mu m; 0,3894 \mu m; 0,6490 \mu m; \dots$

min: $e = 0,1622 \mu m; 0,3244 \mu m; 0,4866 \mu m;$

$0,6489 \mu m; \dots$

Deci grosimea minimă a peliculei este $e = 0,649 \mu m$.

6. Două radiații luminoase având lungimile de undă $\lambda_1 = 6250 \text{ \AA}$ și $\lambda_2 = 4166 \text{ \AA}$ cad normal pe o rețea de difracție. Determinați.

- a) Constanța rețelei astfel ca maximele celor două radiații să coincidă în direcția $\alpha = 30^\circ$.
- b) Numărul maximelor de difracție pentru a două radiație.

Rezolvare

a) Condiția de maxim de difracție la incidență normală este $l \sin \alpha = k\lambda$.

Particularizând pentru cele două radiații obținem

$$l \sin \alpha = k_1 \lambda_1$$

$$l \sin \alpha = k_2 \lambda_2$$

Din ultimele relații rezultă

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2}$$

Deci $k_1 = 2$ și $k_2 = 3$ (k - întreg)

Substituind în una din cele două condiții de difracție rezultă constanta rețelei

$$l = \frac{k_1 \lambda_1}{\sin \alpha} = \frac{k_2 \lambda_2}{\sin \alpha} = 2,5 \mu m$$

b) Pentru a obține ordinul maxim de difracție punem condiția $\sin \alpha = 1$, k_{max} este partea întreagă a raportului l/λ_2 ,

$$k_{max} = \left[\frac{l}{\lambda_2} \right] = 6$$

Franjele de interferență sunt simetrice în raport cu franja centrală și deci numărul maximelor este

$$N = 2k_{max} + 1 = 13.$$

7. În cazul unui dispozitiv Young determinați raportul dintre intensitatea luminoasă în punctele corespunzătoare maximelor luminoase și intensitatea în punctele de pe ecran aflate la o distanță de aceste maxime egală cu o treime din interfranță.

Rezolvare

În cazul interferenței a două unde, intensitatea luminoasă se exprimă prin relația:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \Delta\phi$$

Deoarece cele două fante ale dispozitivului Young sunt identice, $I_1 = I_2 = I_0$

$$I = 2I_0 (1 + \cos \Delta\phi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

Exprimând diferența de fază funcție de diferență de drum, $\Delta\phi = 2\pi\Delta r/\lambda$ și ținând cont că pentru dispozitivul Young $\Delta r = \delta = 2l \cdot x/D$, rezultă

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{2\pi lx}{\lambda D}$$

În cazul unui maxim de interferență $x = k \cdot i$, unde $i = D\lambda/2l$ reprezintă interfranță și înlocuind obținem $I' = 4I_0$. Pentru $x = k \cdot i + i/3$ rezultă $I'' = I_0$. Deci

$$I'/I'' = 4$$

Răspunde repede și bine!**Alegeți afirmațiile corecte.**

1. Unitatea de măsură a mărimii fizice descrisă prin relația c/v este:

- a) m; b) m^2 ; c) $m \cdot s$; d) m/s .

2. Indicele de refracție al unui mediu oarecare poate fi exprimat prin relația:

$$a) n = \frac{I}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}; \quad b) n = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}; \quad c) n = \epsilon_r^2 \cdot \mu_r^2; \quad d) n = \frac{\epsilon_r}{\mu_r}$$

3. Diferența de fază $\Delta\phi$ indusă de diferența de drum optic δ , pentru două radiații luminoase coerente este:

- a) $\Delta\phi = \pi\lambda/\delta$; b) $\Delta\phi = 2\pi\lambda/\delta$;
c) $\Delta\phi = \pi\delta/\lambda$; d) $\Delta\phi = 2\pi\delta/\lambda$.

4. Mărimea fizică egală cu $\lambda D/2l$ se măsoară în:

- a) m^{-1} ; b) m; c) m/s ; d) s.

5. O radiație electromagnetică cu frecvență de $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ are în vid lungimea de undă:

- a) $1,66 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; b) $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; c) 180 m ; d) $2 \cdot 10^6 \text{ m}$.

6. Constanta unei rețele de difracție se măsoară în:

- a) m^{-1} ; b) m; c) radiani; d) adimensională.

7. Dacă λ este lungimea de undă a două unde luminoase monocromatice coerente și k este un număr întreg, condiția ca ele să interfere constructiv este ca diferența de drum dintre ele să fie egală cu:

$$a) k \frac{\lambda}{4}; \quad b) k \frac{\lambda}{2}; \quad c) 2k\lambda; \quad d) k\lambda$$

8. Pentru ca prin interferență dintre două unde coerente să se producă un maxim este necesar ca diferența de fază dintre ele să fie:

- a) $k\pi$; b) $(2k+1)\pi$; c) $(2k+1)\pi/2$; d) $2k\pi$.

9. Dacă ordinul maxim obținut prin difracția unei radiații incidentă normal pe o rețea de difracție este k , atunci numărul de franje observat pe ecran este:

- a) $2k+1$; b) $2k$; c) k ; d) $2k-1$.

10. Într-un dispozitiv Young distanța ce separă a două franjă intunecată aflată pe o parte a franjei centrale de o a două franjă intunecată aflată de celalătă parte a franjei centrale, exprimată în franje i , este egală cu:

- a) $2,5 i$; b) $3i$; c) $3,5 i$; d) $4i$.

Aplică și aprofundează!

11. Deși lungimea de undă a radiației luminoase se micșorează în apă de n ori (n - indicele de refracție al apei), un scafandru vede obiectele înconjurătoare în culorile lor naturale. Explicați de ce?

12. Descrieți figura de interferență obținută cu ajutorul unui dispozitiv Young dacă în experiment este folosită lumina bicromatică.

13. Care este forma franjelor de interferență dacă se așază o lentilă cilindrică pe o lamă plană?

14. Cum puteți determina diametrul unui fir de păr printr-un experiment de interferență?

15. Indicați o metodă optică pentru măsurarea lățimii unei fante înguste.

16. Stelele sunt fotografiate adesea cu ajutorul unui filtru albastru. Care sunt avantajele acestui procedeu?

17. O pată de petrol este privită sub unghi de incidență din ce în ce mai mari. Ce modificări survin în ceea ce privește culoarea petei?

18. Indicați câteva procedee prin care puteți determina lungimea de undă a luminii.

20. Este posibilă polarizarea unei unde luminoase prin reflexie totală?

Operationalizare - transfer

21. Un fascicul de lumină albă este incident pe suprafața apei sub un unghi $i = 60^\circ$. Cunoscând indicii de refracție ai apei pentru radiația roșie $n_r = 1,330$ și violetă $n_v = 1,343$ să se determine dispersia unghiulară $\Delta r = r_v - r_r$ a fasciculului în apă.

$$R: \Delta r \approx 0,475^\circ$$

22. Unghiul de incidență al unui fascicul luminos policromatic pe suprafața unei prisme echilaterale, confectionată din sticlă de flint cu silicat este de 55° . Determinați lungimea de undă a radiației care străbate prisma la deviație maximă, folosind în acest scop graficul $n = n(\lambda)$ din fig. 4.

$$R: \lambda = 450 \text{ nm.}$$

23. Un dispozitiv Young, având distanța dintre fante $d = 0,5 \text{ mm}$ și distanța între planul fantelor și ecran $D = 1,2 \text{ m}$ este iluminat cu o sursă monocromatică de lumină având $\lambda = 500 \text{ nm}$.

- a) Să se calculeze interfranja observată pe ecran.
b) Cât de mare trebuie să fie distanța dintre fantele dispozitivului pentru ca interfranja să se dubleze?

$$R: a) 1,2 \text{ mm}; b) d = 0,25 \text{ mm.}$$

24. Într-un dispozitiv Young, o radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda_r = 500 \text{ nm}$, produce o figură de interferență cu interfranță $i = 1 \text{ mm}$. În același dispozitiv, figura de interferență produsă de o altă radiație monocromatică are primul maxim la distanța

de 1,2 mm față de franja centrală. Să se calculeze:

- lungimea de undă λ_2 a luminii emise de a doua sursă;
- distanța minimă față de franja centrală la care se formează maxime, în ambele figuri de interferență.

R: a) $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$; b) $n = 6 \text{ mm}$.

25. Un dispozitiv Young are distanța între fante

$d = 0,5 \text{ mm}$, distanța între planul fantelor și ecranul pe care se observă franjele de interferență, $D = 1,2 \text{ m}$. Dacă lumina utilizată are lungimea de undă $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$, să se calculeze:

- interfranja observată pe ecran;
- noua valoare a interfranjei dacă întreg dispozitivul este scufundat în apă ($n = 4/3$).

R: a) $i = 1,2 \text{ mm}$, b) $i' = 0,9 \text{ mm}$.

26. Un dispozitiv Young cu distanța între fante

$2l = 0,6 \text{ mm}$, este iluminată cu radiație monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 600 \text{ nm}$. Figura de interferență este situată la $D = 1 \text{ m}$ de planul fantelor. Determinați:

- interfranja;
- sensul deplasării sistemului de franje pe ecran și valoarea acestei deplasări, dacă în față uneia din fante se aşază o lamă cu fețele plan paralele, paralelă cu planul fantelor (grosimea lamei este $e = 0,2 \text{ mm}$, iar indicele de refracție $n = 1,51$).

R: a) $i = 1 \text{ mm}$; b) $\Delta x = 17 \text{ cm}$.

27. Cum se vede, întunecată sau luminoasă, privită prin reflexie o peliculă de săpun cu grosimea $d = 0,4 \lambda$? Pelicula se află în aer și are indicele de refracție $n = 1,25$.

R: întunecată

28. Iarna pe geamuri se formează pelicule de gheăță prin care obiectele se văd verzi. Să se calculeze care este grosimea cea mai mică a acestor pelicule. Se dă indicele de refracție al gheții $n = 1,33$ și lungimea de undă pentru lumina verde.

R: $d \approx 0,206 \mu\text{m}$

29. Un fascicul de lumină albă cade incident normal, pe o peliculă subțire cu indicele de refracție $n = 1,5$ și grosimea $d = 500 \text{ nm}$. Determinați lungimile de undă ale radiațiilor reflectate care prezintă maxime de interferență.

R: $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 428,5 \text{ nm}$.

30. Pentru măsurarea grosimii unui fir de păr, acesta a fost așezat între două lame subțiri de sticlă. Distanța de la firul de păr la linia de intersecție a lamelor este $d = 20 \text{ cm}$. Dacă se trimite pe lamă radiație roșie ($\lambda = 700 \text{ nm}$) pe distanță $l = 1 \text{ cm}$ se obțin $N = 8$ franje de interferență. Calculați grosimea L a firului de păr.

R: $L \approx 64 \mu\text{m}$.

31. O peliculă de soluție de săpun, când se află în poziție verticală, formează o pană datorită surgerii lichidului. Se observă figura de interferență în lumină reflectată, având lungimea de undă de 550 nm , la incidență normală. Să se afle unghiul penei dacă pe lungimea de 2 cm se formează 5 interfranje și indicele de refracție al soluției este $4/3$.

R: $10,66^\circ$.

32. Un fascicul paralel de radiație monocromatică este trimis perpendicular pe o rețea de difracție cu $n = 100$ trăsături/mm. Să se calculeze lungimea de undă a radiației dacă maximul de ordinul 2 se observă sub unghiul $\lambda = \pi/6 \text{ rad}$.

R: $\lambda = 2,5 \mu\text{m}$.

33. Un fascicul paralel de lumină monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 500 \text{ nm}$, cade normal pe o rețea de difracție. Lățimea rețelei este de $3,6 \text{ cm}$ iar numărul total de trăsături $2 \cdot 10^4$.

- Determinați sinusul unghiului sub care se poate observa primul minim de difracție;
- Estimați lărgimea spectrului de difracție (distanța dintre maximele extreme) observat pe un ecran, situat în planul focal al unei lentile convergente, având distanța focală de 15 cm .

R: a) $\sin \lambda = 0,13$; b) $\Delta x = 50 \text{ cm}$.

34. Un fascicul paralel de lumină monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 500 \text{ nm}$, cade sub un unghi de incidență $i = 30^\circ$, pe o rețea de difracție având constanta $l = 1,5 \mu\text{m}$. Figura de difracție poate fi observată pe un ecran situat în planul focal al unei lentile convergente.

- Precizați dacă în centrul ecranului situat pe axul principal al sistemului, se obține un maxim sau un minim de difracție.
- Calculați numărul maximelor de difracție observabile pe ecran.

R: a) minim de difracție; b) $N = 6$.

35. La ce înălțime unghiulară trebuie să se găsească Soarele deasupra orizontului, pentru ca lumina reflectată de suprafața apei, să aibă gradul de polarizare maxim? Indicele de refracție al apei $n = 4/3$.

R: 37° .

36. Un fascicul de lumină cade pe un lichid cu indicele de refracție 1,4. Razele reflectate sunt complet polarizate. Care este unghiul de refracție al fasciculului?

R: $35,5^\circ$.

37. Unghiul limită al luminii într-un anumit material este de 45° . Care este unghiul de polarizare?

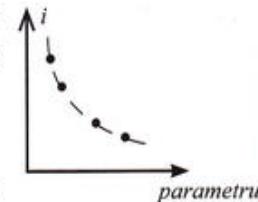
R: $54,73^\circ$.

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F2)

- I.** 1. Unitatea de măsură a mărimilor fizice descrisă de relația $\frac{I}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ este:
 a) m/s; b) m · s; c) s/m; d) 1/m · s
2. Drumul optic și drumul geometric se găsesc în următoarea relație:
 a) $(\Delta x) = \Delta x$; b) $(\Delta x) < \Delta x$; c) $(\Delta x) \geq \Delta x$; d) nu se poate preciza.
3. Care din următoarele dispozitive produc franje de interferență nelocalizată:
 a) lama cu fețele plan paralele; b) dispozitivul lui Young;
 c) pana optică; d) dispozitivul lui Young și pana optică.
4. Lungimea de undă în vid a unei radiații luminoase având frecvența de $5 \cdot 10^{14}$ Hz este:
 a) 400 nm; b) 500 nm; c) 550 nm; d) 600 nm.
5. Interfranța obținută prin iluminarea normală a unei pene de sticlă ($n = 1,5$) cu un fascicul de lumină monocromatică având lungimea de undă de 600 nm, este de 2 mm. Unghiul penei are valoare:
 a) 10^{-4} rad; b) $5 \cdot 10^{-3}$ rad; c) $1,2 \cdot 10^{-3}$ rad; d) $5 \cdot 10^{-2}$ rad
- II.** 1. Ce modificări survin în spectrul luminos obținut cu ajutorul unei prisme, dacă prisma inițial din sticlă este înlocuită cu una identică din diamant? Indicii de refracție corespunzători celor două materiale pentru lumină având lungimea de undă de 550 nm sunt $n_s = 1,52$ și $n_d = 2,41$.
2. De ce nu putem observa interferență luminii ce provine de la două filamente incandescente?
- III.** Un dispozitiv Young are distanța dintre fante $2l = 3,3$ mm și distanța de la fanta la ecran $D = 3$ m. Lungimea de undă a luminii utilizată este $\lambda = 550$ nm. Determinați:
 a) valoarea interfranței când radiația se propagă în aer;
 b) valoarea deplasării franelor în cazul în care în drumul radiației provenite de la una din fante se introduce o lamă cu fețele plan paralele de grosime $e = 10 \mu\text{m}$ și indice de refracție $n = 1,5$.

TEST PENTRU VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR (F1)

- I.** 1. Lungimea de undă a unei radiații luminoase:
 a) depinde numai de sursa care o emite;
 b) depinde numai de mediul în care se propagă;
 c) depinde atât de sursa care o emite cât și de mediul în care se propagă;
 d) nu depinde nici de sursa care o emite nici de mediul în care se propagă.
2. O rază de lumină străbate o anumită distanță în aer. Dacă perpendicular pe rază se introduce o lamă transparentă de grosime d și indice de refracție n , drumul optic corespunzător crește cu:
 a) $d(n-1)$; b) d ; c) d/n ; d) $d/(n-1)$.
3. Într-un experiment de interferență Young, ca urmare a modificării unui singur parametru s-a obținut o variație a interfranței ca cea din figura. Se poate afirma că acest parametru este:
 a) distanța de la fanta la ecran; b) distanța dintre fante;
 c) lungimea de undă a luminii folosite; d) nu se poate preciza.
4. Interfranța obținută cu un dispozitiv Young plasat în aer este de 4 mm. Dacă dispozitivul este scufundat în apă ($n = 4/3$) interfranța devine:
 a) 1,33 mm; b) 3 mm; c) 3,33 mm; d) 5 mm.
5. O placă plan paralelă cu indicele de refracție $n = 1,4$ este iluminată cu lumină având lungimea de undă $\lambda = 700$ nm. Grosimea minimă a plăcii pentru care ea apare roșie în lumină reflectată este:
 a) 1 μm ; b) 0,5 μm ; c) 0,450 μm ; d) 0,375 μm .



- II.** 1. O peliculă subțire de lichid realizată pe un cadru vertical și privită în reflexie, prezintă în partea superioară o regiune întunecată care se extinde cu trecerea timpului. Explicați de ce.
2. Indicați o metodă optică pentru determinarea indicelui de refracție a unui material dielectric netransparent.
- III.** Un fascicul paralel de lumină monocromatică este incident normal pe o rețea de difracție a cărei constantă este $l = 2 \mu\text{m}$. Imaginea de difracție se obține pe un ecran așezat în planul focal al unei lentile, având distanța focală $f = 20$ cm. Cunoscând lungimea de undă a radiației monocromatice folosită, $\lambda = 600$ nm, calculați:
 a) sinusul unghiului de difracție corespunzător maximului luminos de ordinul doi;
 b) distanța pe ecran dintre poziția acestui maxim și maximul luminos central;
 c) numărul total de franje luminoase obținute pe ecran.



Georg Cantor
(1845-1918)

A elaborat Teoria Mulțimilor Infinite (1871-1884), a imaginat primul o mulțime caracterizată prin proprietatea de autosimilitudine - precursor al obiectelor studiate în cadrul geometriei fractale.



Benoit Mandelbrot
(n.1924)

Cercetător în domeniul matematicilor aplicate, expert în studiul proceselor cu proprietăți statistice neobișnuite cum ar fi aceleia în care variabila aleatoare are media sau variația infinită. Între anii 1950-1960 a creat modele matematice pentru descrierea unor fenomene complexe a căror evoluție este caracterizată de atractori stranii. A pus bazele geometriei fractale.



René Thom
(1923-2002)

Matematician francez care a pus bazele teoriei catastrofelor - o ramură specială a teoriei sistemelor dinamice, care studiază fenomenele a căror evoluție este caracterizată de schimbări brusăce ce apar la mici schimbări ale contextului dinamic. A avut numeroase contribuții în biologie, fizică, sociologie, logică, determinism și cauzalitate.

1900...

Jules Henri Poincaré - întemeiază analiza dinamică calitativă în contextul matematic al teoriilor mulțimilor infinite (Georg Cantor) și al primelor cercetări în domeniul fizicii microscopice (Max Planck și Louis de Broglie) precum și al teoriei relativității (Albert Einstein).

1930...

George David Birkhoff - descrie în literatura de specialitate primul atractor straniu, în aceeași perioadă în care Kurt Gödel a formulat în domeniul matematicii o teoremă privind completitudinea sistemelor axiomatice, iar Alan Turing formulează principiile teoretice de funcționare ale computerelor moderne.

1960...

Edward Norton Lorenz - realizează prima modelare computerizată a fenomenelor complexe din atmosferă terestră, evidențiind o comportare haotică descriptibilă prin atractorul care-i poate numele.

1970...

Benoit Mandelbrot - fundamentează teoria geometriei fractale în contextul dezvoltării de către René Thom a teoriei catastrofelor și a analizei structurale a formelor.

Se constituie colective de cercetări interdisciplinare în tot mai multe centre din întreaga lume, având ca obiect studierea și descrierea fenomenelor complexe.

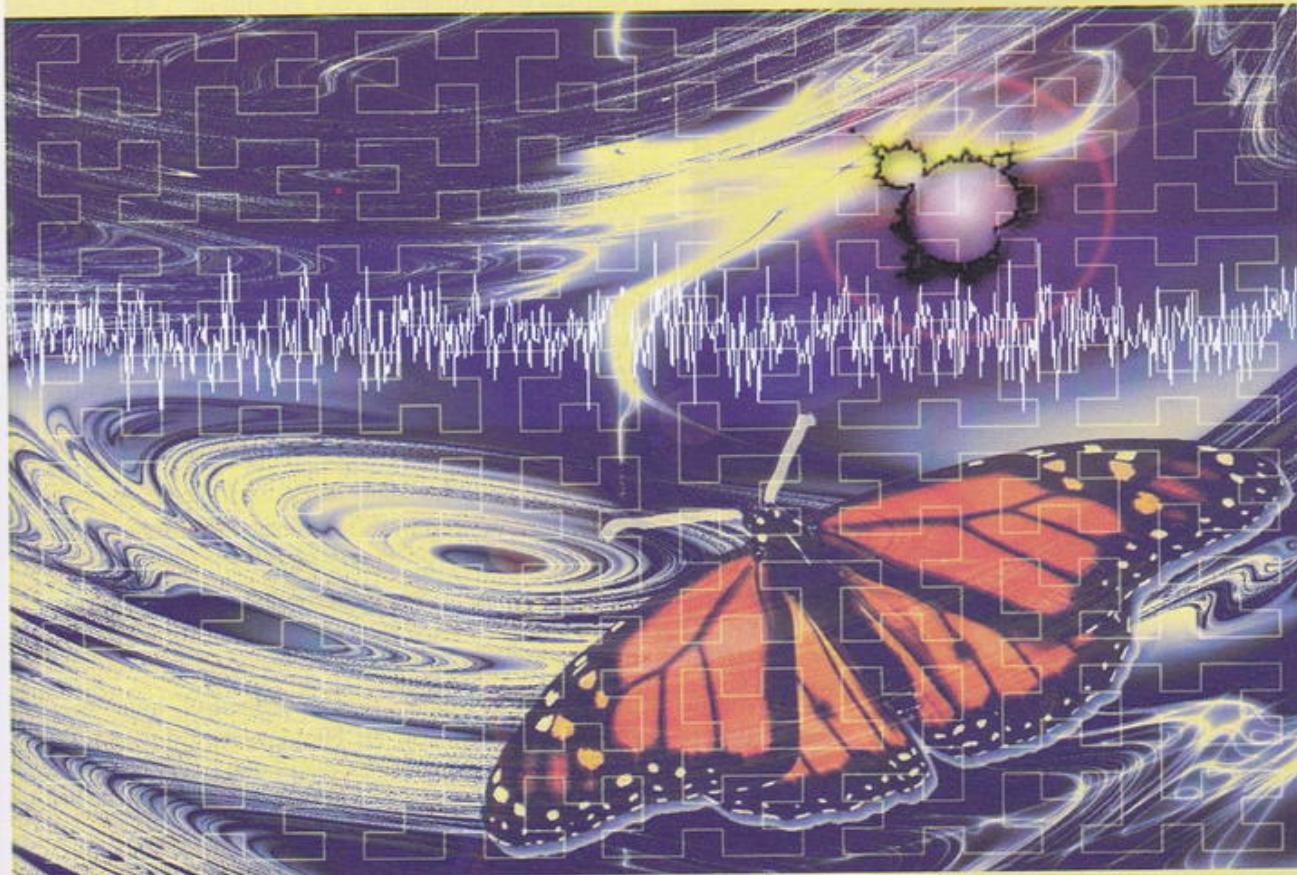
Aceasta marchează începutul consacrării domeniului științific TEORIA HAOSULUI ȘI A COMPLEXITĂȚII.

Pentru a afla mai multe accesați: www.complexity.ro; www.imho.com/grac/chaos; <http://math.rice.edu/~lanus/frac>; <http://en.wikipedia.org/wiki/>.

ELEMENTE DE TEORIA HAOSULUI

"Despre ceva poți spune că e simplu dacă îl poți descrie complet în felurite moduri fără să-ți dai seama de la început că e vorba despre același lucru"

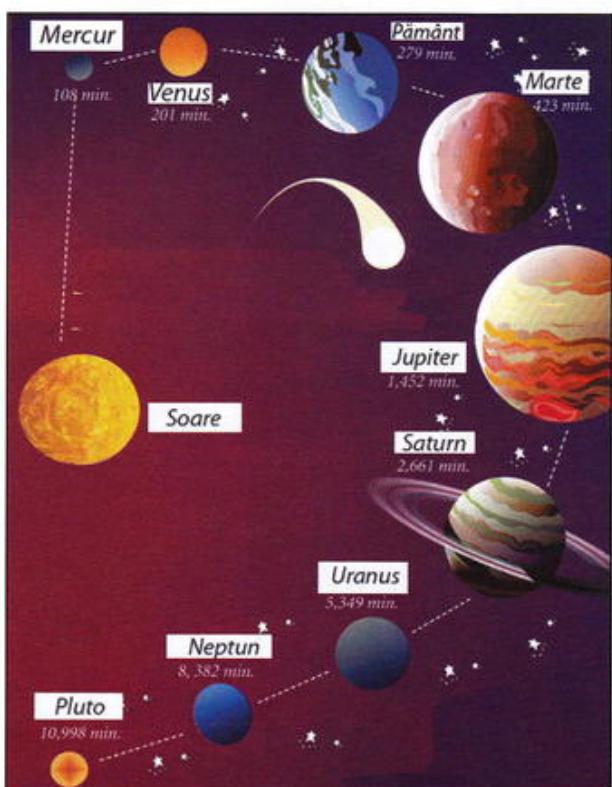
R.P. Feynman



POTI AFLA

- Cum este posibil să descriem fenomene complicate folosind modele simple?
- Care sunt limitele descrierii analitice a unui fenomen complex și cum ne ajută reprezentările geometrice să le depăşim?
- Cum identificăm elementele de ordine și tendințele de autoorganizare în ansambluri aparent dezordonate?
- Ce au în comun structurile universului microscopic și cele din cosmos?

1. DETERMINISM ȘI PREDICTIBILITATE. CONDIȚII ȘI MODELE



O reprezentare a sistemului de planete aflate sub influența Soarelui

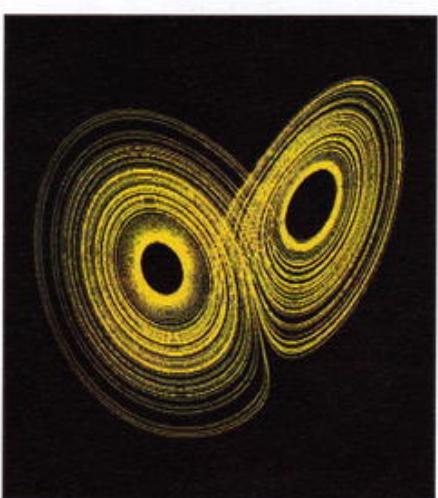


Fig. 1 Atractorul Lorenz

(FI*) 1.1. Introducere

Începând cu Newton și alți mari oameni de știință, matematicieni, fizicieni, specialiștii perioadei mecaniciste s-au bazat pe ideea că **lumea este uniformă, ordonată și predictibilă**.

Se previziona că există o lege universală, ce poate fi descoperită și care, aplicată cu o condiție inițială decurgând din specificitatea sistemului, poate prezice modul său de evoluție.

În acest context, putem reduce natura la un model.

Studiul unui fenomen presupune identificarea unei regularități ce poate să descrie modul în care se derulează fenomenul, și, introducând o condiție inițială, se obține modelul fenomenului studiat.

Conceptul de uniformitate, reproductibilitate are la bază ideea de liniaritate la care se ajunge prin neglijarea aspectelor neliniare ce păreau a fi doar aproximări mai fine ale fenomenului surprins de aspectul liniar.

Pentru a înțelege conceptul de determinism, să analizăm următorul model: un mobil pleacă din punctul *A* la momentul t_0 , deplasându-se uniform către *B*, unde ajunge la momentul t_f . Dacă se pleacă din *A* la momentul $t_0 + \tau_0$, se poate, utilizând legea de mișcare, să știm cu precizie unde se află mobilul la orice moment de timp.

Astfel, în prima situație (fig. 1) poziția mobilului se precizează prin relația: $x = x_0 + v(t - t_0)$, iar în cea de-a doua, prin

$$x = x_0 + v(t - t_0 - \tau_0) \text{ dacă mișcarea este uniformă.}$$

Sunt evidente, în ambele cazuri, caracterul determinist al fenomenului, putând face predicții, prin intermediul unor modele fizice liniare, ce rămân valabile și în cazul unor mici abateri în aprecierea condiției inițiale. Natura însăși este foarte complexă pentru a fi explicată utilizând astfel de modele. De regulă, natura „lucrează neliniar” și, implicit, haotic.

Geneza **teoriei haosului** este complicată, dar cuprinde momente de vîrf care au schimbat perspectiva de abordare a fenomenelor, atât sub aspect matematic, cât mai ales sub aspect al interpretărilor, bazate pe modele dinamice, în cadrul cărora, influența condițiilor inițiale este esențială (uneori conducând la aşa numite condiții „catastrofice”).

Îl putem aminti pe H. Poincaré care a introdus acea schimbare de abordare, mai întâi în matematică, pornind de la necesitatea de a răspunde unei probleme concrete pe care Oscar al II-lea, regele Suediei și Norvegiei o ridică în anul 1885 în fața oamenilor de știință: „cât de stabil este sistemul solar, respectiv orbitele planetare în timp?”

Saltul calitativ care se realizează este cel al trecerii de la număr la formă, de la accentul pe analiza bazată pe formule la cea care reintroduce **intuitivul prin apelul la geometrie**.

Putem vorbi despre nașterea **teoriei haosului**, care apelează la un sistem dinamic, adică o regulă și o condiție inițială. Această regulă este un sistem de ecuații diferențiale care împreună cu condiția inițială poate sugera o evoluție.

a căror

sunt ace

sistem d
un fel de

abstract,
fazelor.

RETIN

sisteme
unul det
descrise

specială,
fizicieni,
dezordon
brownier
continuă
a face pr
de astfel
fluidele c
grupurile

între cau
poate afi
trebuie să
Sistemele
secolului

L
Antichită
inevitabil
Cunoaște
exactă a
atât în vii

F
Newton,
a unui sis
a dinami
care parti
acestor i
evoluează
fără abate

L
planetelor
câmpul g
în timp, în

Teoria haosului are ca obiectiv analiza fenomenelor din natură a căror evoluție poate fi descrisă prin ecuații diferențiale neliniare.

Concepțele de bază cu care se operează în cadrul acestei teorii sunt acelea de spațiul fazelor și de atractor (fig. 1)

Dacă se reprezintă evoluția în timp a poziției unui corp într-un sistem de coordonate Oxyz se obține o formă geometrică, obținându-se un fel de „hem“ ce poate fi analizat ca imagine, geometric.

Putem alege însă și reprezentarea într-un spațiu mai special, abstract, format din coordonate generalizate, spațiu numit **spațiu fazelor**.

REȚINETI

În matematică și fizică, **teoria haosului** descrie comportarea unor sisteme dinamice nelineare care, în anumite condiții, se comportă **imprevizibil**.

O caracteristică importantă a sistemelor haotice este sensibilitatea la condițiile inițiale.

Ca rezultată a acestei însușiri, comportarea unor astfel de sisteme este **imprevizibilă** pe termen lung, chiar dacă sistemul este unul **determinist**, în sensul că este bine definit și nu are caracteristici descrise de parametri cu caracter aleator.

Semnificația termenului de „haos“ în fizică, este una relativ specială, diferind de înțelesul cuvântului în limbajul comun. Pentru fizicieni, noțiunea de *mișcare haotică* nu este legată neapărat de un aspect dezordonat și discontinuu, total întâmplător – ca în cazul mișcărilor browniene (fig. 2). De fapt, un *sistem haotic* are în general, o evoluție continuă și ordonată însă, ceea ce îl definește, este imposibilitatea de a face previziuni pe termen lung asupra evoluției sistemului. Exemple de astfel de sisteme sunt: atmosfera, sistemul solar, plăcile tectonice, fluidele care prezintă cursuri turbulentă, dar și sistemele economice, grupurile sociale, evoluția demografică a unei populații etc.

Legile fizicii clasice au un caracter determinist strict. Legătura între cauză și efect este biunivocă. În virtutea acestei convingeri, se poate afirma că evoluția unui sistem în condiții inițiale date și cunoscute trebuie să fie perfect previzibilă, atât în viitor cât și în trecut.

Sistemele haotice au fost evidențiate de către fizicieni la începutul secolului al XX-lea.

Determinismul este convingerea filosofilor materialiști ai Antichității după care orice eveniment sau acțiune este rezultatul inevitabil al unor cauze (evenimente sau acțiuni) anterioare temporale. Cunoașterea ansamblului cauzal permite astfel o descriere completă și exactă a evoluției sistemului (care funcționează după legi cunoscute) atât în viitor cât și în trecut.

Fizica perioadei clasice (sec. XVI - XIX), întemeiată de **Isaac Newton**, a preluat acest concept sub forma convingerii că orice mișcare a unui sistem material poate fi descrisă exact pe baza legii fundamentale a dinamicii care statuează legătura cauză-efect dintre interacțiunile la care participă sistemul și schimbarea stării sale de mișcare, datorită acestor interacțiuni. Conform modelului determinist, universul însuși evoluează în timp ca un mecanism perfect fără amestecul întâmplării și fără abateri de la legile ce-i guvernează mișcările.

Legile lui **Newton** permit descrierea corectă a orbitelor planetelor din sistemul solar, forma traectoriilor unor obiecte lansate în câmpul gravitațional terestru, ciclicitatea mareelor precum și evoluția în timp, în condiții cunoscute, a oricărui sistem mecanic.



Fig. 2 Mișcarea browniană

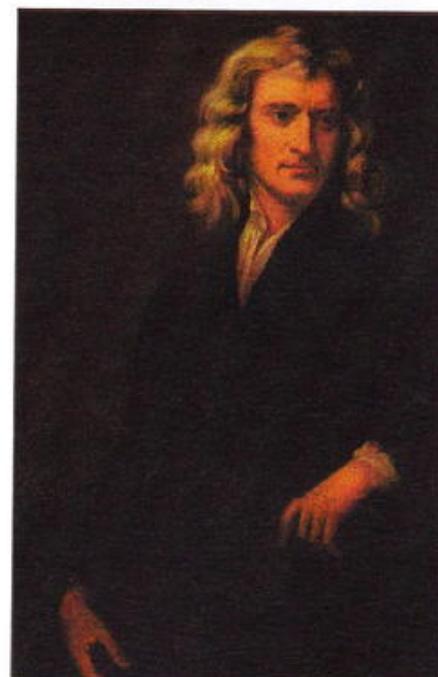


Fig. 3 Isaac Newton

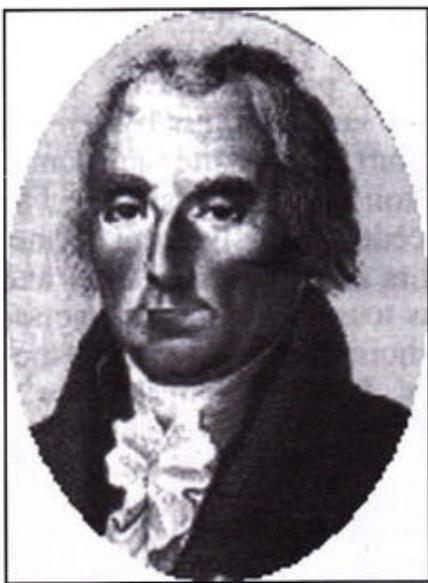


Fig. 4 Pierre Simon de Laplace

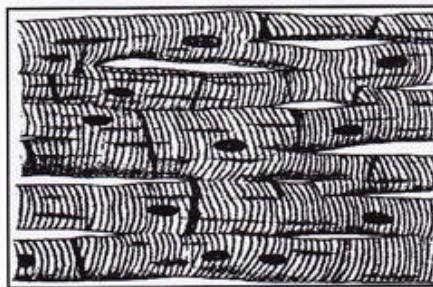


Fig. 5 Controlul ritmului contractiilor inimii este realizat automat după modelul unui sistem cu comportare hooitică

În context clasic, problema centrală a fizicienilor a fost, vreme de secole, identificarea, pentru evoluția diferitelor sisteme fizice, a modului în care legile newtoniene pot descrie fenomenele observate.

Știința oferă o reprezentare rațională a lumii care este foarte seducătoare, dar ar fi inutilă dacă nu ar avea și o valoare operațională. Ceea ce dă valoarea științei este faptul că ea constituie un instrument eficace de previziune care dă puterea de a stăpâni natura. Validarea unei noi teorii necesită întotdeauna realizarea unui experiment nou care are drept scop să verifice modelul teoretic. Aceasta este și cazul teoriei mecanicii cerești care permite previziuni exacte, pe durata a câțiva ani, asupra mișcării corpurilor cerești din sistemul solar. Acest model teoretic nu este aplicabil doar obiectelor naturale cum sunt planetele ci și celor artificiale cum sunt sateliții sau sondele spațiale. Astfel, teoria clasică privind mecanica cerească apare drept cea mai reușită expresie a determinismului triumfator așa cum îl definea **Pierre Simon de Laplace** în 1814: „*O inteligență care, la un moment dat, ar cunoaște toate forțele care acționează în Natură și configurația corespunzătoare a obiectelor ce o alcătuiesc, dacă ar avea capacitatea de a analiza toate aceste date, ar putea să cuprindă în aceeași formulă mișările celor mai mari corpuri din univers ca și ale celui mai ușor atom: nimic nu ar fi incert și viitorul ca și trecutul ar fi bine cunoscute. Spiritul omenesc oferă, prin perfecțiunea pe care a șiut să o dea astronomiei, o firavă imagine despre această inteligență atotcuprîzătoare*”.

(F1*) 1.2. Condiții inițiale

Știința modernă, așa cum s-a fundamentat după perioada Renașterii, se bazează pe ideea că legile lumii materiale pot fi înțelese și aplicate doar dacă proprietățile fizice sunt descrise în termeni cantitativi – orice proprietate este asociată unei mărimi măsurabile descrisă printr-o cantitate numeric exprimată.

Utilizând cantități numerice pentru descrierea realității fizice, este necesar ca legile fizice (care stabilesc legătura între aceste cantități) să fie exprimate sub forma unor ecuații matematice.

Legile lui **Newton** sunt legi dinamice – ele descriu relații între valori numerice rezultate prin măsurători efectuate la un moment dat cu valori ale acelorași mărimi, dar la alte momente.

Rezultatele măsurătorilor efectuate asupra mărimilor care apar în legile newtoniene depind de sistemul particular studiat, dar de obicei, includ poziția, viteza și direcția mișcării tuturor componentelor sistemului ca și direcția și intensitatea forțelor care acționează asupra lor la un anumit moment de timp.

Dacă momentul la care sunt efectuate măsurătorile asupra unui sistem dat (fie el sistemul solar, un corp în cădere liberă sub acțiunea gravitației sau curenții oceanici) este luat drept moment de referință, valorile rezultante sunt considerate ca și *condiții inițiale* ale sistemului.

În contextul legilor newtoniene, care au caracter determinist, este evident că la aceleași condiții inițiale date, vor corespunde aceleași evoluții descrise prin sistemul de ecuații care se asociază.

Astfel, efectele care apar în urma unor interacțiuni ce se manifestă după o anumită lege sunt perfect previzibile, cu condiția cunoașterii situației de la un anumit moment. Evoluția în timp (atât din trecut cât și spre viitor) a unui sistem fizic este perfect previzibilă, din punct de vedere clasic.

(F1*) 1.3. Măsurători și incertitudine

O regulă care se aplică în domeniul științei experimentale este aceea că orice rezultat al unei măsurători include într-un anumit grad o incertitudine asupra valorii măsurate – cert este doar că la orice măsurare este posibil să apară erori.

O măsurătoare este efectuată cu un instrument care, dacă ar fi lipsit de erori, ar trebui să prezinte o scală pe care un număr să poată fi exprimat cu o infinitate de cifre semnificative.

În cadrul unui anumit protocol de măsurare, putem într-adevăr, să aducem precizia la un nivel acceptabil folosind instrumente mai perfectionate, dar erorile, oricără de mici, vor exista – chiar și dacă numai teoretic.

În dinamica newtoniană, prezența acestor incertitudini (erori de măsurare) înseamnă că, la studierea oricărui sistem, condițiile inițiale nu pot fi niciodată precizate cu absolută exactitate. Acest lucru implică o imprecizie în ce privește rezultatele previziunilor asupra evoluției sistemului bazate pe legile dinamicii.

Multă vreme s-a crezut că aceste efecte pot fi înălțurate prin măsurători care să fie efectuate cu instrumente din ce în ce mai precise. De exemplu, pentru mișcarea unui corp în câmpul gravitațional, putem, ipotetic, cunoaște poziția finală de 100 de ori mai precis dacă eroarea la măsurarea condițiilor inițiale este redusă de 100 de ori.

Important este să subliniem că incertitudinea privind rezultatul aplicării legilor dinamicii newtoniene nu apare din cauza unor factori cu caracter aleator care ar interveni în ecuațiile mișcărilor. Caracterul legilor dinamice fiind determinist doar imprecizia măsurării condițiilor inițiale poate afecta precizia rezultatelor obținute prin aplicarea lor.

(F1*) 1.4. Ipostaze ale determinismului

Determinismul ideal: poate fi foarte bine ilustrat prin exemplul lansării din punctul O a unui corp cu viteza inițială dată (v_0) sub un anumit unghi (α_0) în câmpul gravitațional – problema artieristului (fig. 8).

Obuzul, după lansare, descrie o traiectorie parabolică și cade pe sol într-un punct I. Aplicarea legilor dinamicii newtoniene permite calcularea „bătăii” care va fi de formă: $x_{OI} = (v_0^2 \cdot \sin 2 \cdot \alpha_0) / g$.

Pentru valori inițiale date (de ex. $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$, $v_0 = 300 \text{ m s}^{-1}$, $\alpha = 45^\circ$) rezultă în mod unic $x_{OI} = 9174,31 \text{ m}$.

Exemplul sugerează următoarea definiție:

Un sistem fizic este determinist în sens ideal dacă o cunoaștere exactă a condițiilor inițiale și a legilor ce descriu interacțiile din sistem permite descrierea exactă a oricărei stări ulterioare a sistemului.

Este de remarcat că trebuie cunoscute valorile numerice exacte ale mărimilor ce corespund condițiilor inițiale precum și faptul că legile de interacție este necesar să fie exprimate sub forma unor ecuații matematice care au soluții exacte.

Determinismul practic: poate fi ilustrat tot prin exemplul de mai înainte, dar ținând cont de realitatea fenomenului.

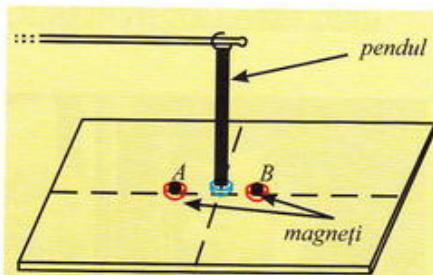


Fig. 6 Sistem a cărui evoluție este sensibilă la condițiile inițiale

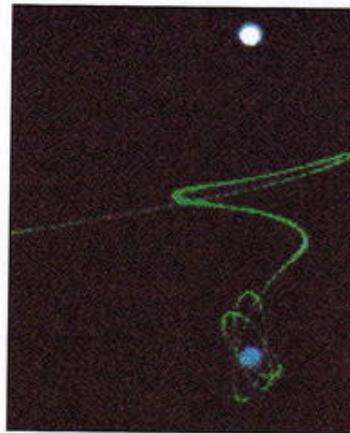


Fig. 7 Traiectorii ale mișcării pendulu în plan, în câmpul celor doi magneți, în condiții inițiale diferite

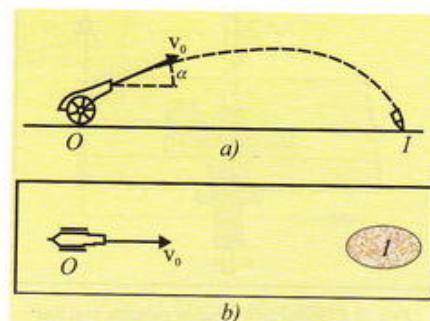


Fig. 8 Ilustrarea problemei artieristului

Mișcarea se desfășoară în aer, nu în vid și frecarea va influența forma traiectoriei, scurtând bătaia; cunoscând legile mișcării cu frecare și în acest caz se poate obține un rezultat unic exact. Pe de altă parte, există și factori aleatori care pot să intervină în acest caz: valorile inițiale ale vitezei și unghiului sunt rezultate prin măsurare și precizia oricărei măsurători are limite instrumentale. De asemenea, aerul din atmosferă, chiar în lipsa vântului, este caracterizat prin fluctuații de densitate care determină variații aleatorii ale rezistenței la înaintare. Dacă se efectuează o serie de lansări consecutive în aceleși condiții inițiale se va constata că proiectile nu vor ateriza toate în același punct *I* (care este la capătul unei traiectorii ideale) ci vor cădea la întâmplare în jurul punctului *I* pe o suprafață pe care o numim „elipsă de dispersie” (Fig. 8b) – dimensiunile acesteia definesc precizia lansării.

Din cele spuse rezultă că:

Un sistem fizic este determinist în sens practic dacă o cunoaștere exactă a condițiilor inițiale și a legilor ce descriu interacțiile din sistem permite descrierea în limita preciziei de măsurare a oricărei stări ulterioare a sistemului.

Natura profundă a determinismului poate fi mai bine înțeleasă dacă facem câteva considerații asupra noțiunii de precizie a măsurătorilor. Formula de calcul al bătaii fiind $x_{oi} = (v_0^2 \cdot \sin 2 \cdot \alpha_0)/g$, eroarea de calcul (Δx_{oi}) ce apare la aplicarea ei, în funcție de abaterea datorată impreciziei instrumentale ($\Delta \alpha_0$) la măsurarea inclinației, este:

$\Delta x_{oi} = \Delta \alpha_0 \cdot (2 \cdot v_0^2 \cdot \cos 2 \cdot \alpha_0)/g$, iar eroarea relativă va fi de ordinul $2(\Delta \alpha_0)/\alpha_0$. Deci există o proporționalitate între eroarea de măsurare a valorii inițiale a unghiului și abaterea mărimii obținute prin calcul care face previzibil rezultatul obținut în urma lansării.

RETINETI

Un sistem fizic este determinist dacă o mică variație a condițiilor inițiale nu antrenează, prin interacțiunile ce au loc în sistem, decât o mică variație proporțională a condițiilor finale.

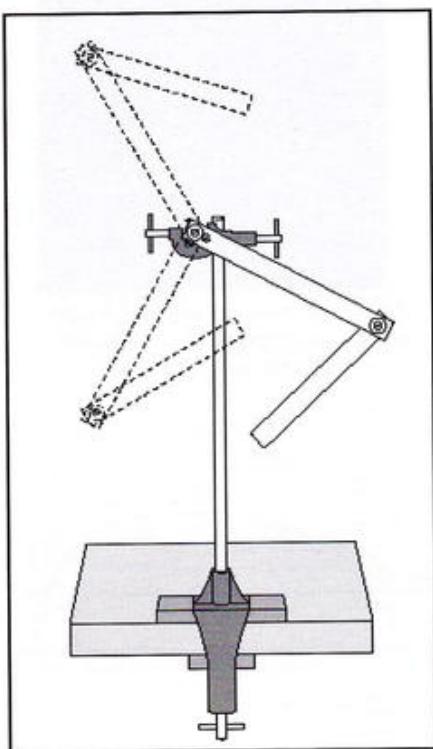


Fig. 9 Pendul fizic dublu pentru studiul mișcărilor cu caracter cauzat

Explorare. Investigare

Pendulul fizic dublu

➤ Folosind dispozitivul de laborator alcătuit ca în figura 9, observați evoluția sa în timp. Se va urmări defășurarea mișcărilor foarte complicate ale celor două bare folosind un dispozitiv de iluminare stroboscopic și, eventual pentru înregistrarea rezultatelor, un aparat fotografic. Se vor elibera corpurile la fiecare experiment din poziții inițiale diferite și derularea mișcării va fi urmărită (înregistrată) pentru o anumită durată.

- Cum trebuie reglat timpul de expunere al aparatului fotografic și frecvența de aprindere a lămpii stroboscopice pentru a putea obține înregistrări relevante privind aspectul mișcării sistemului?
- Ce concluzii pot fi trase pe seama observațiilor efectuate?
- Ce se poate spune despre relația dintre aspectul mișcării corpuri și condițiile inițiale?
- Se vor studia mișcările oscilatorii cvasiarmonice ale fiecărei bare din care e alcătuit pendulul dublu efectuând determinări ale perioadelor acestora. Se pot stabili relații între aceste perioade proprii și parametri ai mișcării pendulului dublu?

2. DETERMINISM ȘI IMPREDICTIBILITATE. COMPORTAMENTUL HAOTIC. CONDIȚII

La începutul secolului al XX-lea, **Henri Poincaré** a acordat o atenție deosebită ecuațiilor care descriu evoluția în timp a sistemului solar.

Până la acest moment, erorile de măsurare în privința pozițiilor și vitezelor la un moment considerat ca inițial, pentru corpurile ce alcătuiesc sistemul, erau considerate ca fiind nesemnificative. Caracterul determinist al legilor dinamicii clasice încuraja un asemenea mod de gândire.

(F1*) 2.1. Instabilitate dinamică („haos”)

S-a constatat însă că anumite sisteme nu se supun regulii conform căreia o precizie mai mare în stabilirea condițiilor inițiale implică o precizie mai bună în ce privește predictibilitatea stărilor ulterioare.

Astfel de sisteme sunt cele formate din trei sau mai multe corpi aflate în interacțiune. Pentru acest tip de sisteme, **Poincaré** a demonstrat că o foarte mică imprecizie în determinarea condițiilor inițiale duce la soluții care amplifică eroarea în timp la valori enorme. Astfel, pentru două seturi de condiții inițiale aproape identice (în limita erorilor de măsurare) soluțiile obținute privind evoluția în timp a sistemelor duc la rezultate complet diferite. De asemenea, se demonstrează că această comportare se menține și dacă erorile de măsurare în ce privește condițiile inițiale sunt reduse la valori infinit mici. Pentru aceste „sisteme complexe” oricât de precis ar fi determinate condițiile inițiale, la un anumit moment, evoluția după un interval de timp, se dovedește a fi imprevizibilă.

Sensibilitatea la condițiile inițiale, matematic demonstrată, în descrierea sistemelor complexe studiate de către Poincaré se numește instabilitate dinamică (sau „haos”).

Consecința directă a acestei comportări este că, pentru astfel de sisteme, ecuațiile dinamicii clasice nu pot da rezultate predictive privind evoluția sistemului decât pe termen scurt, chiar dacă sunt precis definite condițiile inițiale; pe termen lung, evoluția, descrisă prin aplicarea ecuațiilor dinamice, este aparent întâmplătoare.

În realitate, există sisteme macroscopice care prezintă o creștere exponențială a abaterilor condițiilor finale corespunzător abaterilor în privința condițiilor inițiale și, în acest caz, rezultatele devin imprevizibile. Un exemplu în acest sens este ilustrat în figura 11.

Pe o masă de biliard orizontală sunt așezate, ca în figura 11, bile albe fixe, numerotate și bila neagră va fi lansată astfel încât să ciocnească elastic, consecutiv fiecare bilă albă, așa cum indică traiectoria reprezentată pe diagramă.

După cum indică figura, o soluție practică a acestei probleme există, cu condiția ca unghiul α sub care pleacă inițial bila neagră să fie ales corespunzător și cu exactitate. Orice mică abdere în privința alegerii unghiului corect atrage însă, așa cum sugerează traiectoria reprezentată cu linie punctată, abateri ulterioare ale traiectoriei care sunt multiplicate la fiecare nouă ciocnire cu un anumit factor.



Fig. 10 Henri Poincaré

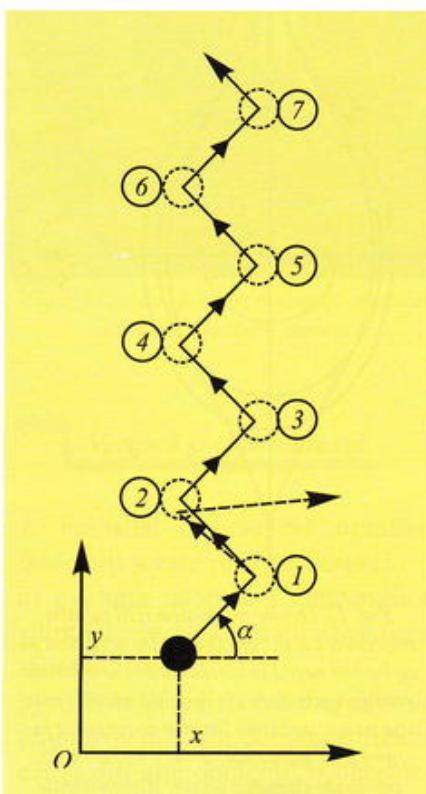


Fig. 11 Efectul abaterilor

Bila 1	32°
Bila 2	$3,6^\circ$
Bila 3	$0,40^\circ$
Bila 4	$0,044^\circ$
Bila 5	$0,0049^\circ$
Bila 6	$0,00054^\circ$
Bila 7	$0,000060^\circ$

Tab. 1

RETINETI

Un sistem fizic macroscopic pentru care o creștere lentă a abaterii inițiale conduce la o creștere foarte rapidă a abaterii finale nu este determinist în sens practic deoarece nu pot fi făcute previziuni asupra evoluției sale viitoare. Un astfel de sistem este determinist în sens ideal deoarece traectoria poate fi calculată, dar nedeterminist practic datorită sensibilității mari la modificarea condițiilor inițiale.

(M1) 2.2. Modele

Explorare. Investigare

➤ Problema celor trei corpuri în astronomie

Problema se referă la mișcarea Lunii în câmpul gravitațional compus al Pământului și Soarelui. Isaac Newton a fost primul care a investigat problema a trei coruri care se atrag reciproc cu o forță invers proporțională cu pătratul distanței ($F = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$).

În cazul Lunii, abaterile de la previziunile teoretice fuseseră deja determinate corect de **Ptolemeu din Alexandria** (în acea vreme se considera că mișcarea coruprilor cerești are loc pe traectorii circulare, forme geometrice cu încărcătură mistică ce întruchipau perfecțiunea formei), iar un număr de aspecte suplimentare au fost sesizate de **Tycho Brahe**; toate acestea au fost rezultatele unor observații și determinări efectuate cu ochiul liber. **Newton** reușește să explice de ce planul orbitei Lunii se întoarce într-o direcție opusă mișcării planetelor, efectuând o rotație completă la fiecare 18 ani. Calculul său însă, pentru mișcarea perigeului orbitei lunare în sensul de mișcare a planetelor, dă rezultate mai mici de două ori decât cele corecte. În anul 1878, **George William Hill** a dat o explicație a fenomenului, prezentând pentru prima oară ceea ce se va numi ulterior „ecuația Hill”. Analiza lui Hill este un exemplu de referință pentru studiul mecanicii neliniare, atât în cazul sistemelor cu comportare deterministă ideală cât și pentru cele haotice (fig. 12).

Descrierea situației: neglijând perturbațiile cauzate de existența planetelor și altor obiecte a căror influență este incesabilă și considerând că singurele coruri care participă la interacțiune sunt Luna, Pământul și Soarele (cu masele: M_L , M_p , M_s), sistemul are nouă grade de libertate și este necesar, pentru fiecare moment, să fie precizate 3 seturi de poziții și viteze instantane. În spațiul fazelor, se precizează 9 perechi de coordonate (poziție, viteză). Va fi necesar să fie precizate un număr tot atât de mare de valori pentru condițiile inițiale. Având în vedere că mișcarea poate fi descrisă în sistemul de referință al centrului de masă, a căruia mișcare este considerată uniformă, numărul gradelor de libertate se poate reduce la șase. Pe de altă parte, momentul cinetic al sistemului este constant deci planul ce conține centrul de masă este invariant.

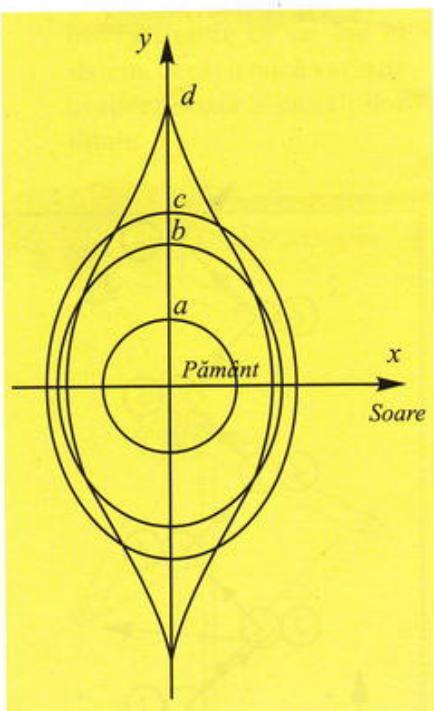


Fig. 12 Orbite periodice Hill pentru mișcarea Lunii: ele se află pe ecliptică și se închid neted în sistemul de coordonate rotitor, unde Soarele (poziția medie) este pe axa x; orbitele inchise corespund la $a=12,37$ perioade, $b=4$, $c=3$, $d=4,78$ perioade (lunajii) pe an; dimensiunile orbitelor sunt scalate în mod convenabil.

Cu bună aproximație, Pământul se mișcă în jurul Soarelui pe o orbită de formă unei elipse al cărui plan este invariant. Valoarea absolută a momentului cinetic determină excentricitatea orbitei. Axa mare a orbitei este legată de valoarea energiei de asemenea, constantă. Prin identificarea unor mărimi cu caracter conservativ, în cazul sistemelor de corpi care interacționează, se poate reduce numărul de variabile (numărul gradelor de libertate) deci și numărul de constante care dau condițiile inițiale. Pe baza celor expuse anterior, în sistemul Soare – Pământ – Lună, rămân patru variabile. Acestea ne duc la ideea unui model reprezentativ de sistem format din patru corperi punctiforme, coliniare, legate între ele prin resorturi elastice. Se va putea descrie mișcarea acestor corperi ca o superpoziție de patru oscilații armonice simple ale căror frecvențe depind de condițiile inițiale. Localizarea Lunii, așa cum se vede ea de pe Pământ, este stabilită astfel: momentul cinetic al Lunii în raport cu Pământul, definește o direcție în spațiu și un plan orbital instantaneu perpendicular pe această direcție. Planul intersectează ecliptica (planul orbitei terestre) după o linie nodală și este înclinat cu unghiul γ (fig. 13).

► Entropia și dezordinea

Se afirmă: „...căldura este energie dezordonată”. Energia poate exista fără dezordine. De exemplu, un glonte în zbor sau un nucleu de uraniu poartă energie ordonată. Atunci când glontele lovește o placă de oțel și este oprit, energia mișării sale este transmisă mișcărilor întâmplătoare ale atomilor din glonte și din placă. Această energie dezordonată se face simțită sub formă de căldură. Pe de altă parte, energia conținută în atomul de uraniu, și energia de mișcare a fragmentelor ce rezultă la fisiunea acestuia este transformată prin ciocniri cu particulele substanței din mediul de reacție tot în căldură. Aceste două exemple sugerează că energia mișcărilor (care au loc în condiții ce pot fi descrise de modele deterministe) se transformă în căldură, energie a unor mișcări ce au loc aleator. Este necesar, fără îndoială, să ne exprimăm în termeni cantitativi. Exemplele date converg către ideea că există o tendință a proceselor naturale de a evoluă spre o stare dezordonată. În domeniul mecanicii statistice se dă un sens precis dezordinii și se exprimă legătura sa cu entropia prin relația lui Boltzmann: $S = k \cdot \ln \Omega$.

Definiția statistică a entropiei leagă tabloul termodinamic de cel mecano-statistic și permite să se transpună principiul al II-lea al termodinamicii în limbaj probabilist. Sensul în care au loc procesele naturale, către stări cu entropie crescută, este determinat de legile probabilistice. Starea de echilibru este starea de entropie maximă și este starea statistică, cea mai probabilă. Aici este vorba, evident, de stări de echilibru. În cazul modelelor folosite în domeniul termodinamic sunt luate în considerare și fluctuațiile. Din această perspectivă, nu este absolut sigur că entropia crește în orice proces spontan. Entropia poate, în unele cazuri, să descrească. După un timp suficient de lung, este posibil să fie realizate chiar condițiile cele mai improbabile: apa dintr-un vas ar putea îngheța într-o zi căldă de vară, într-o incintă, local, ar putea să apară, instantaneu, vid.

Asemenea evenimente pot să apară, dar probabilitatea de a se produce este foarte mică. Prin urmare, principiul al II-lea al termodinamicii arată cursul cel mai probabil al evoluției fenomenelor fizice. Domeniul său de aplicare este însă atât de larg, iar șansa de a fi contrazisă atât de mică, încât poate fi considerat ca având rang de lege „imuabilă” a naturii.

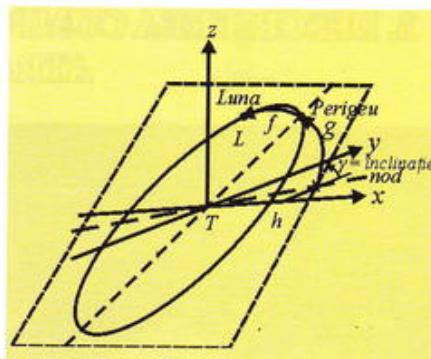


Fig. 13 Reprezentarea tradițională a mișcării Lunii în jurul Pământului: planul x,y este planul eclipticii (planul orbital Pământului în jurul Soarelui); planul orbital al Lunii (linie interrupție) intersectează ecliptica de-a lungul liniei nodale la unghiul de înclinare γ . Luna se mișcă în jurul Pământului pe o elipsă Kepler al cărei perigeu este la distanța unghiulară g față de nod; nodul se mișcă înapoi cu o viteză de circa două ori mai mare, acoperind un cerc întreg în circa 9 ani.



Fig. 14 Cristal de cuarț (stânga), corp din sticlă cu structură amorfă

Verifică și consolidează

- I. Folosind resurse bibliografice întocmite scurte referate despre:
 - a) evoluția istorică a concepțiilor științifice în legătură cu alcătuirea sistemului solar;
 - b) rolul entropiei în descrierea unor fenomene atât din domeniul fizicii cât și din alte domenii: economie, sociologie, lingvistică, teoria informației.

3. DESCRIEREA COMPORTAMENTULUI HAOTIC. SPAȚIUL FAZELOR. ATTRACTORI CLASICI ȘI STRANII



Fig. 15 Edward Norton Lorenz meteorolog american, unul dintre întemeietorii teoriei fenomenelor complexe



Fig. 16 Fenomenele atmosferice au evoluții care pot fi descrise conform modelului elaborat de Lorenz

Comportamentul haotic al soluțiilor ecuațiilor dinamice ale mișcării sistemelor complexe, la început, a fost considerată o „ciudătenie” matematică, dar în timp, s-a constatat că astfel de sisteme sunt mult mai larg răspândite în natură decât se credea.

În 1963, fizicianul **Edward Lorenz** folosind o modelare computerizată a evoluției climatice, a studiat un model simplist al ascensiunii în atmosferă a curenților de aer încălzit de Soare. El a descris în limbajul calculatorului ecuațiile dinamice care guvernează mișcarea curenților de aer. Având în vedere că algoritmul (și programul executat de computer pe baza acestuia) este strict determinist, era de așteptat ca la introducerea acelorași condiții inițiale, rezultatele obținute să fie identice de fiecare dată când era reluată rularea programului. Surprinzător însă, rezultatele obținute nu au fost de această natură: chiar cu aceleași condiții inițiale de rulare, programul bazat pe ecuațiile unui model determinist duseau de fiecare dată la descrierea unei evoluții diferite, imprevizibile. Condițiile inițiale, în cazul când rezultă în urma unor prelucrări numerice cu ajutorul mașinilor de calcul, sunt totuși afectate de mici erori. În cazul experimentelor lui **Lorenz** ele au fost neglijate.

Studierea modelului matematic simplu al atmosferei propus de **Lorenz** a fost foarte intensă în deceniul al șaptelea al secolului XX. Cu timpul, a fost înțeles că orice infinit de mică deosebire între valorile condițiilor inițiale pentru ecuațiile care descriu un sistem cu instabilitate dinamică duce la soluții evolutive complet diferite ori de câte ori se rezolvă ecuațiile ce descriu sistemul. La ora actuală este clar că, la fel ca și modelul simplu al lui **Lorenz**, atmosfera terestră luată ca un întreg, este un sistem complex caracterizat prin instabilitate dinamică. O corectă prognoză meteorologică pe termen lung, teoretic ar necesita o infinitate de procese de măsurare. Chiar dacă în orice punct al atmosferei ar fi instalate termometre, gîruete și barometre, incertitudinea în privința valorilor condițiilor inițiale ar fi totuși prezentă datorită fluctuației instantanee a indicațiilor fiecărui instrument în parte. Din cauza caracterului de sistem haotic al atmosferei, aceste imprecizii de măsurare, indiferent cât ar fi de mici, vor afecta în mod incontrolabil precizia previziunii meteorologice care ar rezulta în urma rezolvării ecuațiilor matematice care modelează sistemul.

Această constatare cu valoare principală este cunoscută sub denumirea de „efectul de fluture” – denumirea provine de la considerația că „bâtaia de aripi a unui fluture undeva într-un anumit loc din lume poate perturba în mod imperceptibil pentru instrumente condițiile inițiale măsurate, dar poate aduce schimbări ale evoluției fenomenelor meteorologice care, după un timp mai lung sau mai scurt, în altă parte a lumii, pot genera un uragan”.

Prezența în natură a sistemelor haotice dezvăluie limitările legilor dinamice în ce privește descrierea precisă și univocă a evoluției în timp a mișcărilor. O provocare ce rămâne deschisă dezbatării științifice este problema caracterului determinist al evoluției Universului. Un alt aspect interesant ce rezultă din studierea sistemelor haotice este posibilitatea de apariție a unor structuri macroscopic ordonate în sisteme cu instabilitate dinamică. Există păreri conform căror prezență

haosului - matematică o condiție De asemenea fenomene ireversibile

(F1c) 3.1

R propus de suport rotativă tot de scurgeră partea superioară pe seama p

Vero Analiza sistemul.

O în cîmp magnetic paralelă cu 18). Lăsat cvasiarmă deterministice la ecuația $\dot{\theta} + \omega^2 \sin \theta = 0$ magnetic; Pentru oscilații iar soluția este $t = 0$.

Dacă B_2 , prin pătratul două către perioadă (1) al cărui astfel de reluirea exponențială fiecare dată permanentă asupra acuzației realizată pătratul termenul K devinind nelinieră. C

haosului – adică a efectelor aleatorii care apar în sisteme descrise matematic prin legi deterministe aplicabile la nivel microscopic – este o condiție necesară ca să apară structuri ordonate la nivel macroscopic. De asemenea, o ipoteză actuală încearcă să explice, pe baza analizei fenomenelor legate de sistemele cu instabilitate dinamică, evoluția ireversibilă în timp a fenomenelor din Univers.

(F1*) 3.1. Exemple de sisteme cu comportament haotic

Roata lui Malkus: Un model de sistem dinamic haotic, propus de **Malkus**, ilustrează ideile lui **Lorenz**. Este vorba de un suport rotitor în plan vertical pe care sunt prinse cu axe ce permit rotirea tot în plan vertical, niște găleți care, la bază, au un mic orificiu de scurgere. Gălețile sunt alimentate cu lichid printr-un sistem aflat în partea superioară – eventual, se poate considera că alimentarea se face pe seama precipitațiilor (fig. 17).

Verifică și consolidează

Analizați imaginile din fig. 17. Explicați condițiile în care se mișcă sistemul. De ce mișcarea roții poate fi considerată haotică?

Oscilații ale acului magnetic: Un ac magnetic este plasat în câmp magnetic constant și uniform de inducție B_1 , având direcția paralelă cu componenta orizontală a câmpului magnetic terestru (fig. 18). Lăsat liber fără viteză inițială cu elongația unghiulară θ , va oscila cvasiarmonic, mișcarea fiind perfect previzibilă, situația fiind una deterministă. Neglijând frecările, legea a două a dinamicii newtoniene duce la ecuația care descrie aceste oscilații:

$\ddot{\theta} + \omega^2 \sin \theta = 0$ cu $\omega = \sqrt{\frac{\mu B_1}{I}}$ unde, μ – momentul magnetic al acului magnetic; I – momentul de inerție al acului magnetic.

Pentru oscilații mici, $\sin \theta \approx \theta$ și ecuația devine liniară, $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$ iar soluția este $\theta = \theta_0 \cos \omega t$ unde θ_0 – elongația inițială la momentul $t = 0$.

Dacă se aplică peste câmpul constant B_1 un câmp rotitor B_2 , prin plasarea în jurul acului magnetic a patru bobine parcuse două câte două de curenți alternativi sinusoidali defazați la sfert de perioadă (fig. 19), acul magnetic va descrie o mișcare dezordonată al cărui aspect va fi extrem de sensibil la condițiile inițiale – la reluarea experimentului aspectul mișcării va fi complet diferit de fiecare dată. Această comportare haotică apare ca efect al contribuției permanent concurente a celor două câmpuri magnetice care acționează asupra acului magnetic. Descrierea mișcării în acest caz poate fi realizată prin ecuația: $\ddot{\theta} + K\dot{\theta} + \omega_1^2 \cos \theta + \omega_2^2 \cos(\theta - \omega_0 t) = 0$ unde $\omega_1 = \sqrt{\frac{\mu B_1}{I}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{\mu B_2}{I}}$ ω_0 pulsația oscilațiilor câmpului B_2 , iar termenul $K\dot{\theta}$ corespunde frecării cu aerul și poate fi neglijat, ecuația devenind mai simplă $\ddot{\theta} + \omega_1^2 \cos \theta + \omega_2^2 \cos(\theta - \omega_0 t) = 0$ dar, totuși, neliniară. O soluție matematic exactă nu există.

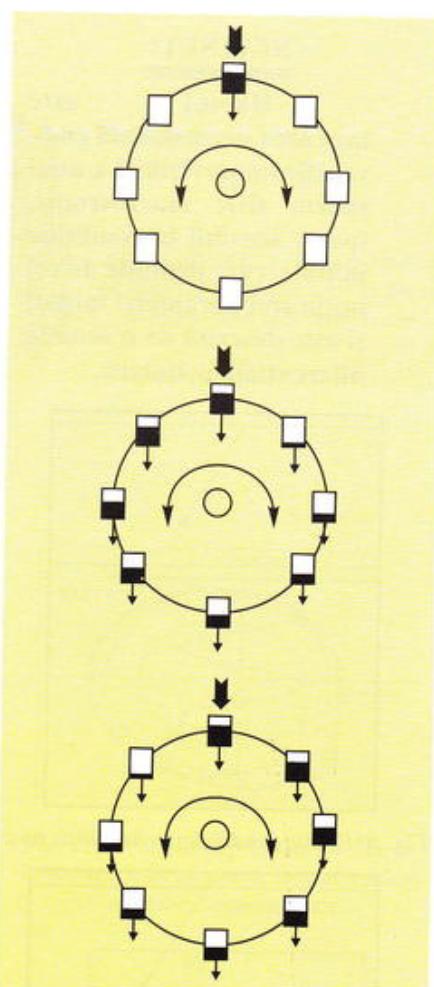


Fig. 17 Situația sistemului Malkus la diferite momente

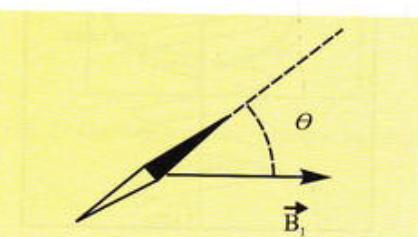


Fig. 18 Acul magnetic

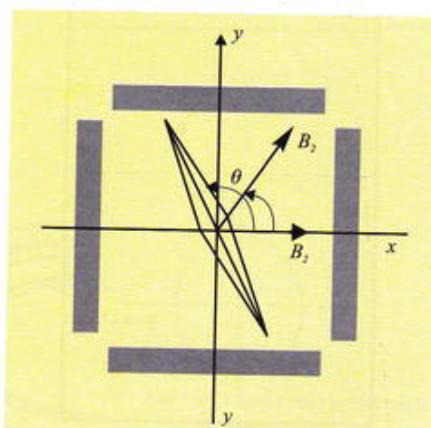


Fig. 19 Acul magnetic ca sistem haotic

REȚINEȚI

Haosul este mișcarea dezordonată cu evoluție imprevizibilă a unui sistem fizic macroscopic, foarte sensibil la condițiile inițiale, care depinde de cel puțin trei parametri inițiali și este descrisă de o ecuație diferențială neliniară.

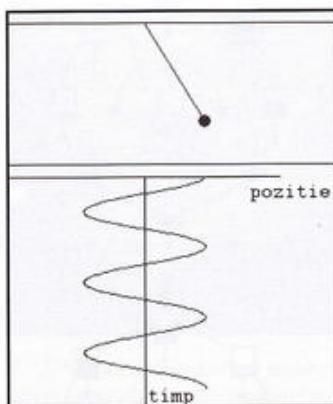


Fig. 20 Poziția pendului în funcție de timp

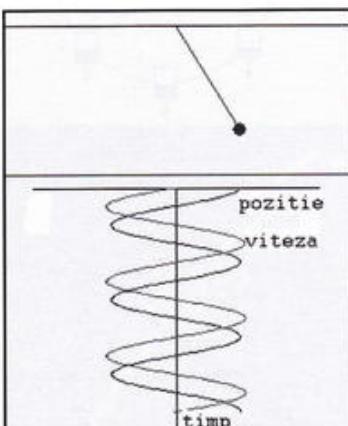


Fig. 21 Poziția și viteza pendului în funcție de timp

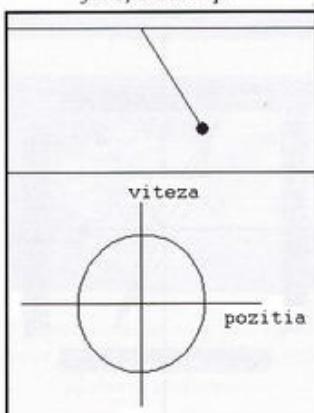


Fig. 22 Evoluția pendului simplu în spațiul fazelor

Ecuația poate fi rezolvată prin metode numerice, prin aproximări succesive rezultând o soluție acceptabilă. Soluția este cu atât mai bună cu cât este mai mare precizia de calcul și în ce privește condițiile inițiale.

Dacă facem o comparație a celor două situații prezentate mai sus (lansarea proiectilului în câmp gravitațional și oscilațiile acului magnetic în câmp rotitor) se observă că: în cazul lansării unui proiectil în câmp gravitațional, rezultatul este dependent de doi parametri inițiali (α_0 și v_0) și poate fi prevăzut cu exactitate, în limita preciziei cu care se efectuează măsurarea condițiilor inițiale; caracterizarea mișcării acului magnetic depinde de trei parametri inițiali ($\theta_0, \dot{\theta}_0, \varphi_0$), ecuația care descrie evoluția sistemului este neliniară, iar mișcarea ce rezultă este dezordonată și imprevizibilă.

(F1*) 3.2. Spațiul fazelor

Dificultățile care apar în descrierea evoluției sistemelor haotice impun căutarea unei posibilități de reprezentare care să permită găsirea cu mai mare ușurință a unor soluții calitative.

Să analizăm două modalități de reprezentare a evoluției unui pendul simplu. În reprezentarea din fig. 20 pe abscisă figurează variabila timp și, pe ordonată, poziția. Funcția reprezentată este legea de mișcare a unui pendul simplu care execută oscilații libere fără frecare – de forma $\theta = \theta_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Planul în care fiecare punct reprezentativ este caracterizat prin valorile poziției și momentului în timp constituie din punct de vedere matematic, *spațiul configurațiilor* asociat sistemului.

În fig. 21 se reprezintă, pentru același sistem, și dependența de timp a vitezei – de forma $\dot{\theta} = \omega \theta_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

În continuare să reprezentăm pe ordonată viteza și pe abscisă poziția. Rezultă, pentru sistemul în discuție, situația din fig. 22. Planul în care fiecare punct reprezentativ este caracterizat prin valorile vitezei și poziției constituie din punct de vedere matematic, *spațiul fazelor* asociat sistemului.

Dacă pendulul este unul la care se produce și amortizare în timp a oscilațiilor, datorită frecării cu aerul, cele două moduri de reprezentare vor avea aspectul ca în figurile 23, respectiv 24.

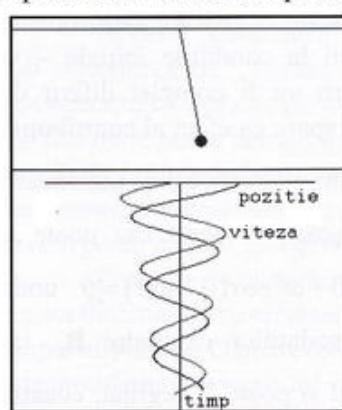


Fig. 23 Oscilații amortizate ale pendului în spațiul configurațiilor

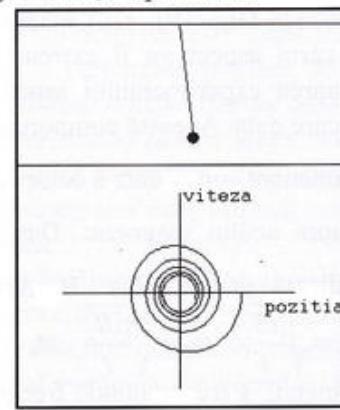


Fig. 24 Oscilații amortizate ale pendului în spațiul fazelor

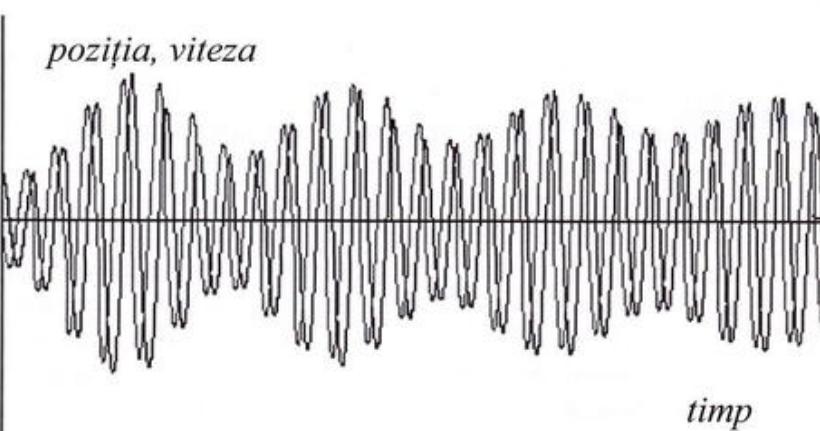


Fig. 25 Poziția și viteza în funcție de timp pentru oscilații ce au loc în prezența unei forțe exterioare

In sfârșit, în cazul unui pendul la care intervine și o forță exterioară cu dependență sinusoidală de timp, având frecvența apropiată de frecvența proprie a pendului, oscilațiile se vor prezenta ca în figura 25 unde reprezentăm în funcție de timp valorile poziției și vitezei.

Diagrama corespunzătoare spațiului fazelor se prezintă ca în figura 26.

Revenim acum la exemplul mișcării oscillatorii a acului magnetic, prezentat anterior. În situația în care acționează doar un câmp magnetic constant, reprezentarea în spațiul fazelor a stării dinamice a acului magnetic (în condițiile în care ecuațiile ce descriu poziția unghiulară și viteza de oscilație au fost găsite de forma: $\theta = \theta_0 \cos \omega_0 t$ respectiv $\dot{\theta} = -\omega_0 \theta_0 \sin \omega_0 t$) se prezintă ca în fig. 27.

În timp, punctul reprezentativ (P) din spațiul fazelor, de coordonate $(\theta, \dot{\theta})$, descrie o elipsă care este traекторia de fază. Aceasta conține toate informațiile despre mișcarea sistemului începând din momentul inițial când coordonatele au avut valori precizate. Evoluția în timp a valorilor parametrilor are loc în sensul săgeții. Semiaxele elipsei corespund valorilor elongației unghiulare maxime (θ_0) a mișcării – semiaxa orizontală, respectiv valorii vitezei unghiulare ($\omega \theta_0$) maxime a oscilațiilor – semiaxa verticală. Pentru valori mai mari ale elongației inițiale (θ_0) traectoria în spațiul fazelor este o elipsă mai mare și se obțin practic o infinitate de astfel de elipse care se vor închide asupra lor însese dacă mișcarea este oscillatorie.

Această familie de curbe închise asupra lor însese ce se formează într-un domeniu spațial mărginit constituie un obiect geometric numit *atractor*.

În cazul în care acul magnetic se rotește complet în jurul propriei axe, ceea ce se întâmplă când valoarea vitezei inițiale este mare, traекторia de fază va fi o curbă deschisă (fig. 28).

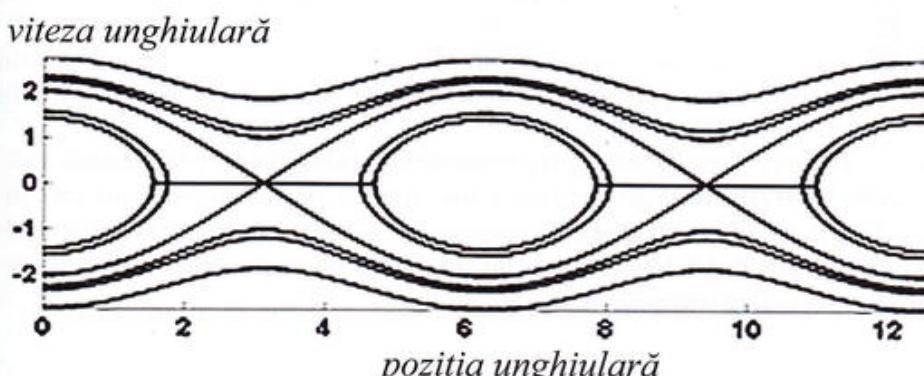


Fig. 28 Curbe reprezentative în spațiul fazelor - reprezentarea Poincaré.

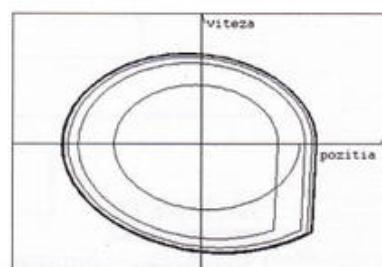


Fig. 26 Oscilațiile în prezența unei forțe exterioare reprezentate în spațiul fazelor - atractor cvasielipsoidal

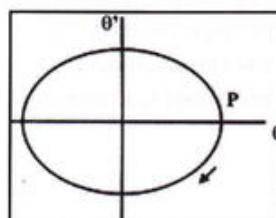


Fig. 27 Oscilațiile acului magnetic în câmp constant

Între cele două regiuni se remarcă o traекторie limită, *curba separatoare*. Traectoriile din spațiul fazelor nu se întrelapă. Intersecțarea lor ar însemna un punct corespunzător unei anumite stări inițiale, descrisă prin coordonatele $(\theta_0, \omega\theta_0)$, după care ar putea să urmeze două evoluții ulterioare distincte în viitor, ceea ce contrazice conceptul de determinism, în sens ideal al termenului.

Odată cu aplicarea câmpului magnetic rotitor, starea dinamică a sistemului se descrie prin trei parametri $(\theta, \dot{\theta}, \phi)$. Va fi necesar un spațiu reprezentativ al fazelor cu trei dimensiuni. Traекторia de fază ce descrie evoluția sistemului va avea un aspect foarte complicat, dificil de caracterizat. În acest scop, se va putea utiliza o soluție, sugerată de **H. Poincaré**, care simplifică lucrările. Bazându-ne pe caracterul unghiular al variabilei ϕ , vom realiza tăieturi ale traectoriei din spațiu tridimensional, de-a lungul axei corespunzătoare variabilei ϕ , prin plane perpendiculare pe această axă, la valori care reflectă periodicitatea: $0, 2\pi, 4\pi\dots$. Punctele de intersecție ale traectoriei cu aceste plane se vor proiecta pe planul de coordonate $(\theta, \dot{\theta})$. Se obține astfel o reprezentare bidimensională (fig. 28) numită *secțiune Poincaré*. Cele două regimuri dinamice ale sistemului apar foarte clar în această reprezentare: regiunile în care punctele reprezentative sunt distribuite pe curbe închise regulate, corespund situațiilor în care acul magnetic oscilează în rezonanță cu câmpul excitator sau oscilează liber în jurul direcției câmpului fix, iar regiunile în care punctele reprezentative sunt distribuite dezordonat, corespund situațiilor în care mișcarea devine haotică. O situație de genul celei din figura 28 se obține pentru cazul în care se neglijeză în ecuația de mișcare, termenul datorat frecării cu aerul ($K\dot{\theta}$).

Analiza unei astfel de reprezentări, ce poate fi realizată prin modelare numerică folosind calculatorul, ne permite să găsim cu precizie acele condiții inițiale $(\theta_0, \dot{\theta}_0)$ care trebuie să intrunite, pentru obținerea unei mișcări cu caracter determinist sau a uneia haotice.

Fig. 3.3 Atractor clasic și straniu

Prezența în ecuația de mișcare a termenului ($K\dot{\theta}$) datorat frecării dintre acul magnetic aflat în mișcare și aer, indică un caracter disipativ al sistemului. Energia mișcării sale, treptat, se va transforma în căldură. Mișcarea însă nu va înceta, atât timp cât va exista un aport exterior de energie din partea câmpului magnetic rotitor.

Secțiunea Poincaré obținută pentru această situație devine mai simplă având însă un aspect uimitor: o mulțime de puncte sunt așezate sub formă unei structuri fasciculare (fig. 29). Acest tip de reprezentare se numește „*atractor straniu*”. Mai mult, aspectul structurii obținute este același indiferent de scara la care va fi observată, fiind caracterizată printr-o proprietate numită „*autosimilitudine*”. Un astfel de obiect geometric se numește „*fractal*”.

Datorită proprietăților, amintite mai sus, atractorul straniu constituie un element care prefigurează ordinea ce poate să apară în interiorul haosului.

Un atractor straniu este o regiune limitată a reprezentării Poincaré în care se acumulează, fără a se intersecta, traectoriile reprezentative din spațiul fazelor pentru un sistem disipativ care evoluează și cu aport extern de energie din partea unui factor excitator și care are cel puțin trei grade de libertate în spațiul fazelor, precum și o mare sensibilitate la condițiile inițiale, efectuând o mișcare haotică.

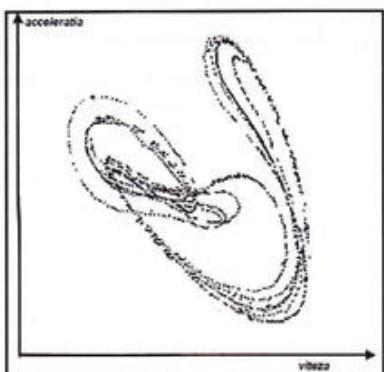


Fig. 29 Atractor straniu în spațiul fazelor

REȚINEȚI

Un atractor straniu este o regiune limitată a reprezentării Poincaré în care se acumulează, fără a se intersecta, traectoriile reprezentative din spațiul fazelor pentru un sistem disipativ care evoluează și cu aport extern de energie din partea unui factor excitator și care are cel puțin trei grade de libertate în spațiul fazelor, precum și o mare sensibilitate la condițiile inițiale, efectuând o mișcare haotică.

Explorare. Investigare

➤ Pentru evidențierea în timp real a comportării haotice a acului magnetic și vizualizarea stărilor în spațiul fazelor se va folosi montajul din fig. 30.

Este alcătuit dintr-un dispozitiv format din bara magnetică (B) ce se poate rota în jurul axului vertical în prezența frecării proporționale cu viteza – frecarea „lichidă” se obține plasând o baie de ulei la baza axului. Două bobine inseriate (S_1 , S_2) sunt folosite ca senzori electromagnetici de mișcare. Semnalul electric dat de acestea este proporțional cu viteza de oscilație ($\dot{\theta}$) a barei magnetice și va fi preluat de amplificator, filtrat și introdus în sistemul de achiziție de date conectat la un calculator.

Ansamblul de bobine care aplică un câmp magnetic rotitor (B_2) și câmpul constant (B_1) este plasat ca în fig. 19. Bobinele pentru câmpul rotitor sunt alimentate de la oscilator cu un curent alternativ de frecvență corespunzătoare. Semnalul oscilatorului se aplică și placii de achiziție de date a calculatorului. Mai este necesar un circuit de derivare cu ajutorul căruia se obține semnalul corespunzător accelerării oscilațiilor ($\ddot{\theta}$) și care va fi de asemenea, preluat de calculator.

Utilizând un software adecvat pentru acumularea datelor și reprezentarea lor grafică, pe ecran se va putea obține în timp real multimea de puncte reprezentative din spațiul fazelor (atractorul straniu) care descrie evoluția sistemului haotic.

OBSERVAȚIE: Se aleg, în spațiul fazelor, variabilele $(\theta, \ddot{\theta})$ pentru care aspectul secțiunii Poincaré este cel mai simplu.

➤ *Alte dispozitive care permit studierea mișcării haotice*

Oscilatorul Duffing

Acest dispozitiv a fost menționat de Duffing în 1918. Conține o bandă foarte subțire și ușoară din oțel fixată de un suport la ambele capete (Fig. 19). În vecinătatea mijlocului benzii se află un electromagnet alimentat cu un curent alternativ. Acesta va produce un câmp magnetic ($\sim A \cos \omega t$) care va excita oscilații ale benzii. Deplasarea instantanee x a punctului de la mijlocul benzii în raport cu locul de echilibru este una din variabilele pe care trebuie să le luăm în considerație. Forța de revenire care apare în bandă la deformarea (încovoierea) ei este proporțională cu cubul deplasării ($\sim x^3$). Sistemul este dissipativ datorită frecării cu aerul, iar pierderea de energie sub formă de căldură este compensată prin aportul electromagnetului care excită vibrațiile. Dacă frecvența curentului alternativ care stăbate bobina electromagnetului este fixată, parametrul care poate fi modificat

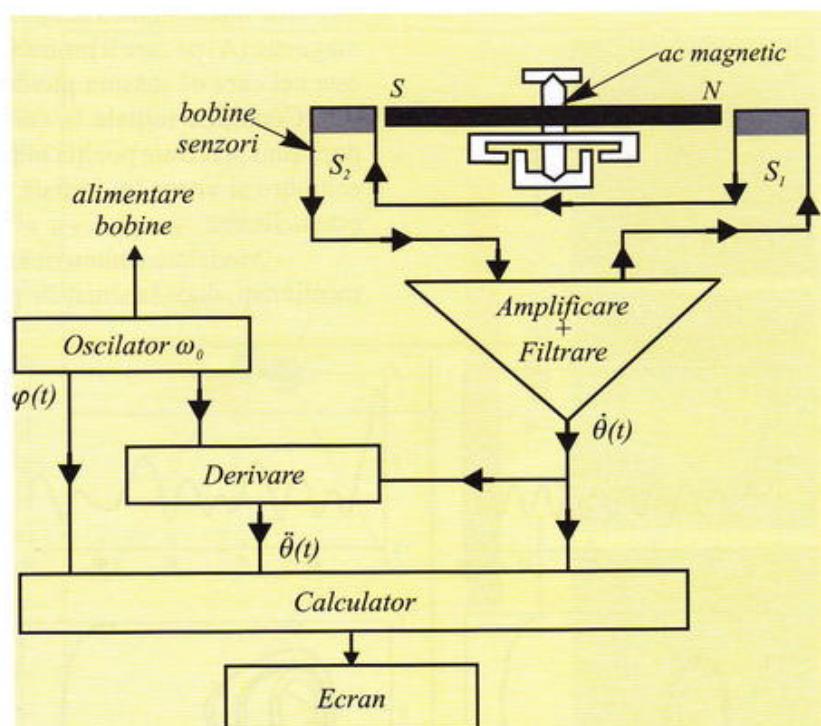


Fig. 30 Dispozitiv experimental pentru evidențierea mișcării haotice și vizualizare în spațiul fazelor

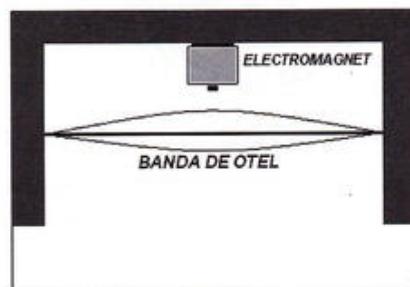


Fig. 31 Oscilatorul Duffing

este doar amplitudinea acestuia, proporțională cu intensitatea câmpului magnetic (A) pe care îl produce. Un alt parametru care poate fi modificat este cel care dă măsura pierderii de energie – coeficientul de disipare (C). Condițiile inițiale în care evoluează sistemul vor fi determinate dacă sunt precizate poziția inițială a mijlocului benzii față de punctul de echilibru și viteza lui inițială. Ecuația care descrie evoluția sistemului este nelinieră: $\ddot{x} + Cx - x + x^3 = A \cos \omega t$.

Modelarea numerică, pentru diferite valori ale parametrilor menționați, duce la situațiile prezentate în figura 32.

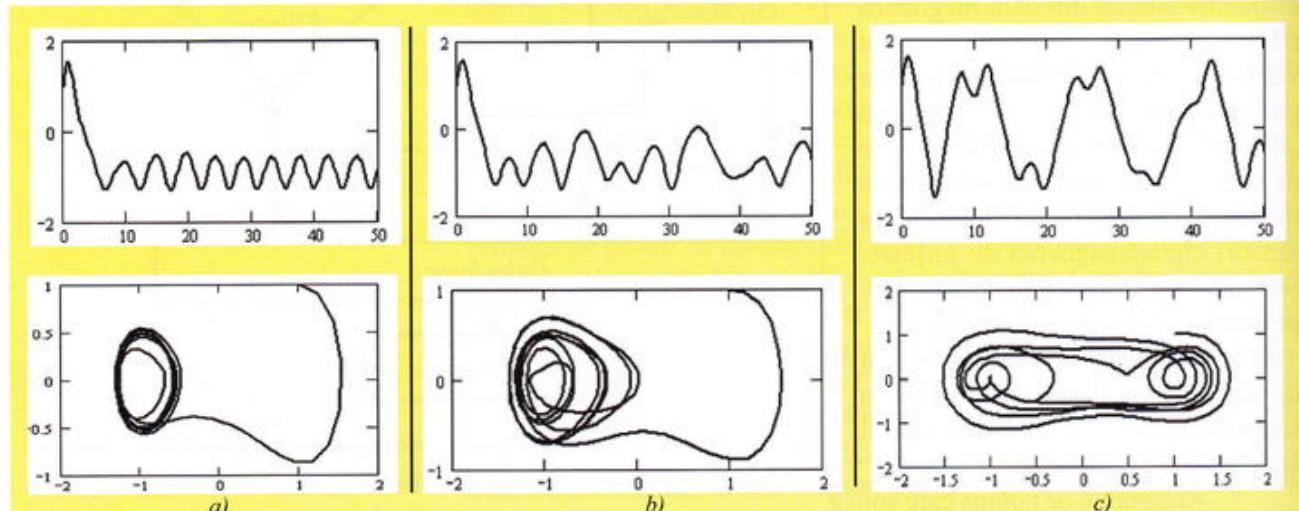


Fig. 32 Poziția în funcție de timp și evoluția în spațiul fazelor pentru: a) $x_0 = 1, v_0 = 1, \omega = 1.4, A = 0.2, C = 0.3$; b) $x_0 = 1, v_0 = 1, \omega = 1.2, A = 0.28, C = 0.3$; c) $x_0 = 1, v_0 = 1, \omega = 1.2, A = 0.5, C = 0.3$.

În cazul oscilațiilor forțate ale pendulului simplu, în spațiul fazelor, se obține un atrator aproape elipsoidal (fig. 32a) dacă disipația de energie și, respectiv, contribuția forței exterioare pe un ciclu aveau valori mici – atratorul este unul periodic de ordin 1. În cazul oscillatorului **Duffing**, se observă de asemenea un ciclu limită care are o formă ceva mai complicată. Este de remarcat și faptul că, în funcție de datele inițiale, există o etapă tranzitorie, adică se produce mai mult decât un ciclu al mișcării până când se realizează încadrarea în configurația atratorului.

În exemplele prezentate, ordinul de periodicitate al atratorului se modifică în funcție de raportul dintre amplitudinea factorului excitator și valoarea factorului de disipație: pentru valori mai mari, atratorul tinde să devină unul straniu caracteristic mișcării haotice (fig. 33).

Secțiunea **Poincaré** a atratorului haotic relevă detaliile structurii sale. Există regiuni de acumulare a punctelor reprezentative și alte regiuni unde nu apare nici o stare. Frontiera dintre regiunile „populate” și cele vide este extrem de neregulată în asemenea măsură încât se poate afirma că orice secțiune **Poincaré** care conține puncte reprezentative va conține o parte, oricără de mică, și din frontieră.

Și pentru acest sistem se regăsește o structură geometrică de tip fractal.

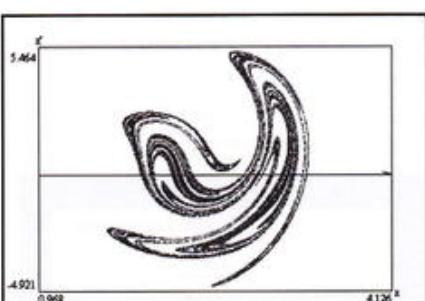


Fig. 33 Atractor haotic care caracterizează oscillatorul Duffing când contribuția excitatorului este mare comparativ cu factorul de disipație

Trei corpuri

► Ciocnirea elastică simultană a trei corpuri (fig. 34) poate fi descrisă în cadrul teoriei clasice ca un proces determinist. Se obțin însă rezultate care se încadrează în domeniul teoriei haosului.

Motivul pentru care sistemul cu trei corpuri are comportare haotică, spre deosebire de cazul ciocnirii elastice a două corpuri, este legat de numărul de grade de libertate și sensibilitatea la condițiile inițiale.

Diagramele din partea dreaptă a figurii reprezintă, în termeni de probabilitate, starea sistemului la un anumit moment al desfășurării fenomenului. Informațiile din diagramă se bazează pe reprezentarea în plan a vitezelor relative ale particulelor la diferite momente. Zonele colorate sugerează probabilitatea de măsurare a diferitelor valori ale vitezelor relative ale particulelor la diferite momente – este necesară o descriere probabilistică deoarece astfel de situații apar în special în domeniul fizicii particulelor microscopice unde se poate utiliza o descriere statistică a stărilor cuantice.

Atractorii clasici și strani

În geometrie, un atrator este definit ca un obiect (punct, curbă, suprafață) către care converg traiectorii ce se pornesc din orice punct al unei vecinătăți a lui.

Pe baza acestui model geometric se pot descrie evoluții ale unor sisteme din natură: zona depresionară unde se formează un lac în care sunt colectate apele torrentilor ce se formează pe versanții unui munte constituie un atrator la fel și poziția de echilibru în jurul căreia se produc oscilațiile unui pendul.

În general atratorul corespunde poziției de echilibru stabil a sistemului – poziția unde energia potențială este minimă. Dacă există mai multe poziții unde energia potențială poate avea o valoare minimă, relativ la pozițiile din vecinătate, (figura 35) atunci pot să apară evoluții cu caracter nedeterminist ce se nasc din „competiția” celor două sau mai multe stări de echilibru relativ. Modelarea matematică a acestor evoluții se bazează pe studiul analitic al condițiilor de extrem ale funcțiilor de potențial. În punctele de extrem, funcția prezintă schimbări „catastrofice” ale pantei și convexitatei care corespund unor schimbări relativ brusete ale dinamicii sistemului modelat – de aici denumirea de „catastrofă”. În figură se observă trei tipuri de situații modelabile pe baza modelului atratorilor și pe baza teoriei catastrofelor: (a) – oscilații simple în jurul unei poziții de echilibru (atractor clasic); (b) – evoluție între două poziții de echilibru cu potențiale egale. Între aceste poziții se naște o „competiție” și sistemul va evolua într-un mod mai complicat, dependent de condițiile inițiale, existând posibilitatea unor

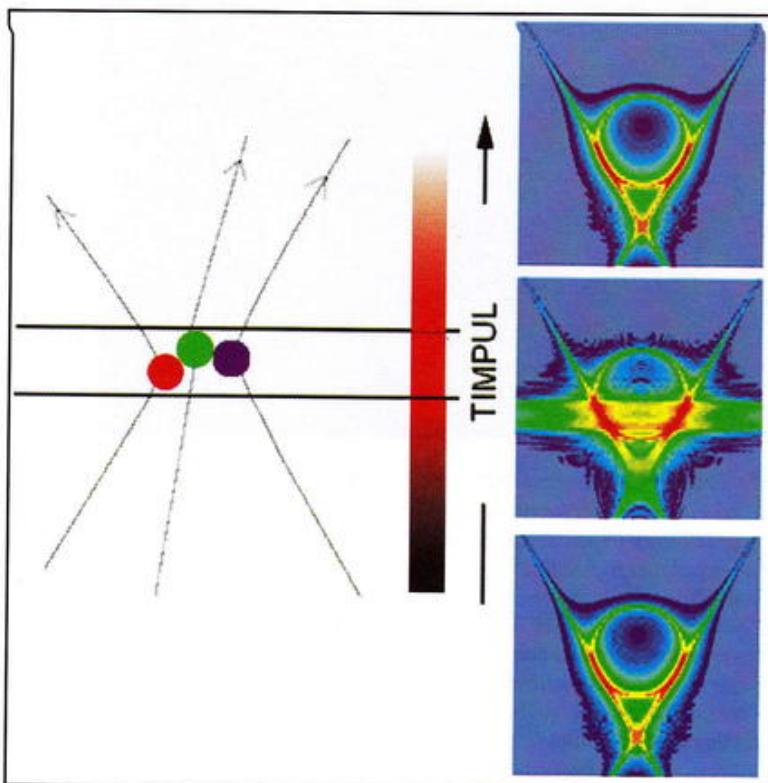


Fig. 34 Modelarea ciocnirii elastice a trei corpuri

Verifică și consolidează

Analizând diagramele este posibil să se tragă anumite concluzii cu privire la caracterul „temporal ireversibil” al unor astfel de procese complexe. Care ar fi argumentele?

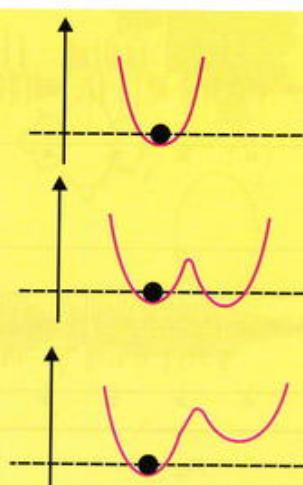


Fig. 35
a) echilibru; b) catastrofă de conflict;
c) catastrofă de bifurcație

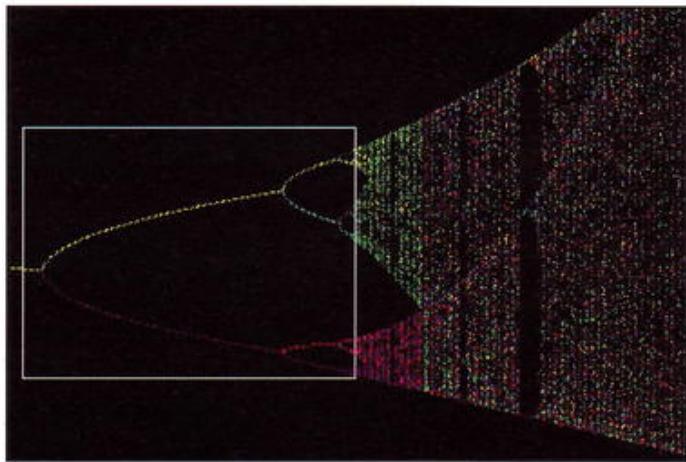


Fig. 36 Catastrofă de bifurcație în cadrul modelului logistic – diagrama reprezintă evoluția numărului de indivizi ai populației în funcție de timp. Dacă la momentul inițial se pornește de la o singură pereche cu capacitate de reproducere, până la un anumit moment evoluția este cvasixponențială, dar în condițiile competiției pentru resurse apar stări de echilibru relativ multiple și evoluția devine haotică.

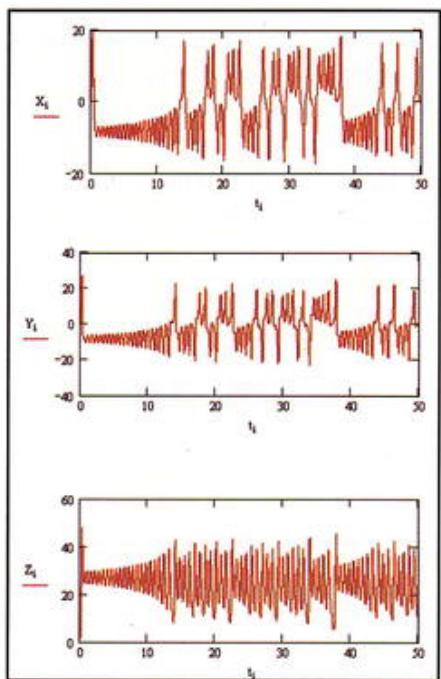


Fig. 37

basculări, treceri relativ bruște de la vecinătatea unei stări la cealaltă; (c) – evoluție între două stări de echilibru cu potențiale diferite. Sistemul evoluează de asemenea complicat, dependent de condițiile inițiale, putând apărea schimbări bruște (catastrofe). În ultimele două cazuri atractorii sunt numiți stranii iar evoluția sistemului este haotică.

Un exemplu de evoluție care prezintă o catastrofă de bifurcație (fig. 36) este cea care descrie creșterea unei populații formată din indivizi cu timp de viață limitat, posibilități de supraviețuire în condițiile unui aport de resurse și cu capacitate de reproducere – modelul logistic.

- Realizați o modelare pe calculator a evoluțiilor în condițiile unor atractori clasici – oscilații cvasiarmonice în absență, respectiv în prezența amortizării.

- Pornind de la modelul logistic realizați modelarea pe calculator a evoluției din fig. 36 – se poate utiliza o funcție de tipul $f(x_n) = g x_n (1-x_n)$ unde apoi se vor efectua iterări succesive $f(x_n) = f(f(x_{n-1}))$.
- Identificați diverse sisteme cu comportare ce poate fi descrisă prin atractori clasici sau stranii și întocmiți un referat în care să prezentați modelarea evoluției lor.

Atractorul Lorenz

Este un atrator straniu care apare când se descriu în spațiul fazelor soluțiile sistemului de ecuații propus de Edward Lorenz pentru modelarea evoluției climatice.

Funcțiile care reprezintă soluțiile sale evoluează ca în figura 37, iar în spațiul fazelor evoluția apare ca în figura 38.

Sistemul de ecuații este:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 10y(t) - 10x(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -y(t) - x(t) \cdot z(t) + 28x(t) \\ \frac{dz}{dt} &= x(t) \cdot y(t) - \frac{8}{3}z(t) \end{aligned}$$

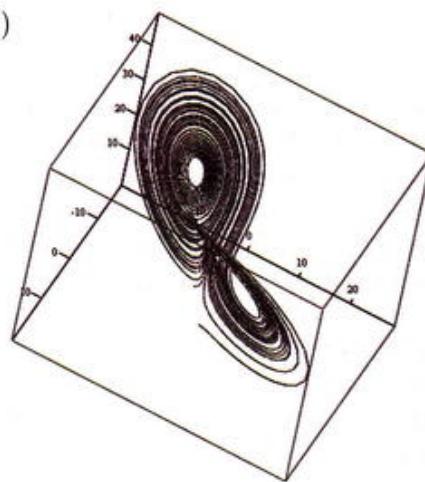


Fig. 38

Verifică și consolidează

Pe baza referințelor bibliografice întocmiți un referat privind personalitatea lui Edward Lorenz și evoluția cercetărilor asupra climei. Subliniați ce influențe poate avea activitatea umană în această privință.

(F1*) 4. ELEMENTE DE GEOMETRIE FRACTALĂ

Ştiinţa este veşnic în căutarea unor modalităţi de a descrie cât mai aproape de realitate evoluţia diferitelor sisteme. În secolul al XX-lea, provocările ce au apărut în legătură cu studierea fenomenelor complexe au dus la identificarea unor unele matematice din ce în ce mai sofisticate, dar și foarte potrivite scopului propus. Astfel de exemple sunt: geometria neeuclidiană, topologia, teoria algebrică a grupurilor de simetrie etc.

Am văzut în lecțiile anterioare că evoluția sistemelor nedeterministe este foarte comod de reprezentat geometric în spațiul fazelor. Sistemele cu dinamică haotică sunt descrise în acest spațiu prin atractori stranii care au proprietăți geometrice interesante. Autosimilitudinea este una din acestea și definește respectivul obiect geometric drept un *fractal*.

Explorare. Investigare

➤ Fractalul Koch

Creatorul geometriei fractalilor este **Benoit Mandelbrot**.

Conform ideilor sale, un obiect fractal are următoarele proprietăți:

- Părțile au aceeași structură ca și întregul, la diferite scări de reprezentare – omotetie (autosimilitudine);
- Structura este neregulată și fragmentată, la orice scară de reprezentare;
- Nu se poate utiliza geometria euclidiană pentru descrierea acestei structuri;
- Structura se poate defini recursiv;
- Dimensiunea fractală poate fi fracționară.

În natură există numeroase exemple de structuri fractale: frunzele plantelor, ramificarea tulpinei la arbori, sistemul de vase sanguine, configurarea la nivel celular a unor organe cum ar fi creierul, plămâni, structurile moleculelor diferenților polimeri etc.

➤ Dimensiunea topologică, dimensiunea fractală

În geometria euclidiană, vorbim despre dimensiunea unui punct ca fiind $d=0$, a unei drepte ca fiind $d=1$, a unei suprafețe ca fiind $d=2$ și a unui volum ca fiind $d=3$, în funcție de numărul de variabile, reprezentate pe axele unui reper ortogonal și folosite pentru localizarea punctelor ce le alcătuiesc.

Dacă vom considera că pentru „umplerea” unui segment de dreaptă cu lungime unitate sunt necesare N segmente similare, fiecare cu lungimea micșorată cu un *factor de scală* egal cu k , pentru un pătrat vor fi necesare Nk^2 pătrate mai mici asemenea lui, iar pentru un cub, Nk^3 cuburi. De fiecare dată este valabilă relația $Nk^d=1$ unde d se obține prin relația: $d = -\frac{\log N}{\log k}$ și se numește *dimensiune topologică*.

În exemplul precedent a fost construit fractalul lui **Koch**. Considerând latura triunghiului echilateral de la care s-a pornit egală cu unitatea ($l=1$), factorul de scală, pentru fiecare iterație, este $k=1/3$.

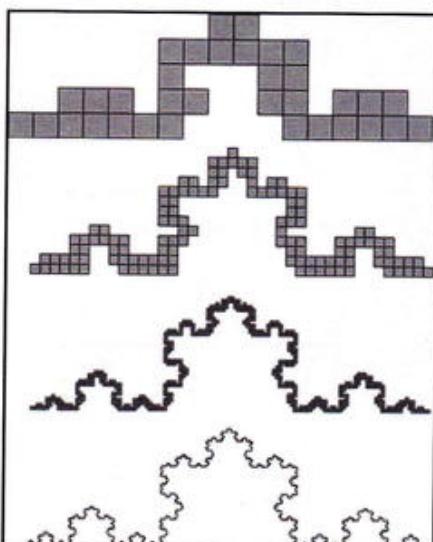


Fig. 39 Iterații consecutive pentru obținerea curbei Koch

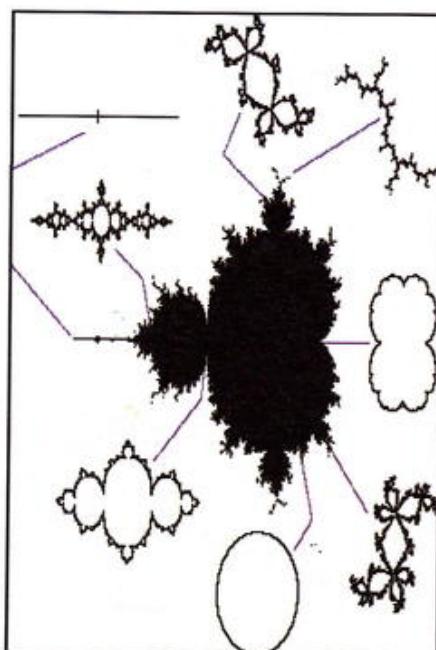


Fig. 40 Construcția fractală a lui Mandelbrot

- V
 1. Dacă valoarea
 2. Să se consecu
 la fiecare poate sp
 3. Dacă iterații v
 de 30m²
 4. Să s consecu fiecare i poate sp

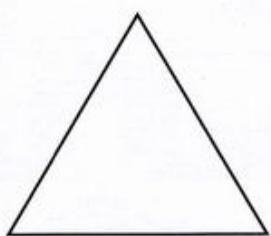


Fig. 41 Figura inițială

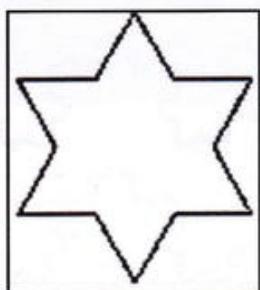


Fig. 42 Prima iterație

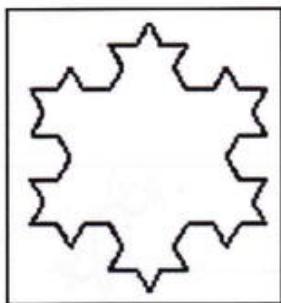


Fig. 43 A doua iterație

Numărul de segmente crește odată cu fiecare iterație după relația $N=3 \cdot 4^n$ unde n este numărul iterației.

Dimensiunea figurii astfel obținute va fi:

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log N(n)}{n \log k} = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log 3 + 2n \log 2}{n \log 3} \approx 1,3.$$

Valoarea nu este un întreg. În acest sens, putem considera fractalii ca fiind ansambluri (mulțimi) de puncte care se disting prin dimensiunea exprimată printr-un număr care nu este neapărat un întreg. Dimensiunea fractală este un cuantificator al gradului de neregularitate și de fragmentare al unei structuri geometrice.

➤ Caracteristicile figurii asemănătoare unui fulg de zăpadă creată de Koch sunt perimetru și aria.

De regulă, atunci când perimetru unei figuri geometrice crește, va apărea și o mărire a ariei suprafeței sale. De exemplu, pentru un triunghi echilateral cu latură l , perimetru este $3l$, iar aria $A = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$; mărind latura, crește proporțional perimetru și, proporțional cu pătratul laturii, crește și aria.

Ce se întâmplă în cazul figurii Koch?

Obținerea figurii fractale:

- Se pornește de la un triunghi echilateral de latură l $p = 3l$, $A = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ (Fig. 41);

- Se divizează fiecare latură a triunghiului în trei părți egale și se elimină partea de la mijloc apoi se înlocuiește partea lipsă cu două segmente de aceeași lungime ca și segmentul eliminat: $p = 4l$, $A = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ (Fig. 42);

- Se repetă procedura pentru triunghiurile formate $p = \frac{48}{9}l$, $A = l^2 \frac{10\sqrt{3}}{27}$ (Fig. 43).

Se observă că, repetând procedura, perimetru tinde la o valoare oricât de mare în timp ce aria figurii obținute tinde să aibă valoarea ariei cercului care înscrive figura inițială ($\frac{\pi l^2}{3}$). (Fig. 44)

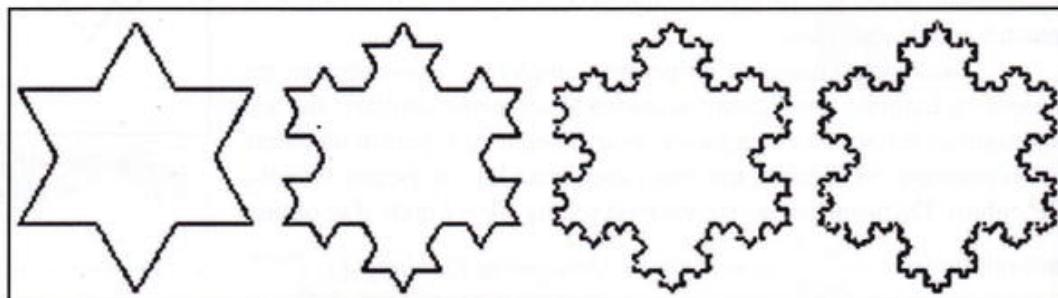


Fig. 44 Rezultatul obținut după 5 iterații

Un aspect interesant de reținut, legat de obiectul geometric examinat, constă în faptul că un contur poligonal închis a cărui lungime tinde la infinit închide o suprafață care tinde la o limită finită.

1. Folosin succesiive estimarea
 2. Prin ac a unei fer elemente

3. Folosin în care să fractale, muzicieni
 4. Descri variată a u și reprezen

Verifică și consolidează

- Dacă perimetru triunghiului echilateral inițial este de $3m$ care va fi valoarea perimetrului celorlalte figuri?
- Să se stabilească relația dintre valorile perimetrului pentru figurile consecutive – se va calcula raportul dintre perimetru figurii obținute la fiecare iterare și cel al figurii obținute la iterarea precedentă. Ce se poate spune despre sirul de valori obținute astfel?
- Dacă perimetru triunghiului echilateral inițial este de $3m$, câte iterări vor fi necesare pentru obținerea unei valori cât mai apropiate de $30m$?
- Să se stabilească relația dintre valorile ariei pentru figurile consecutive – se va calcula raportul dintre aria figurii obținute la fiecare iterare și cea a figurii obținute la iterarea precedentă. Ce se poate spune despre sirul de valori obținute astfel?

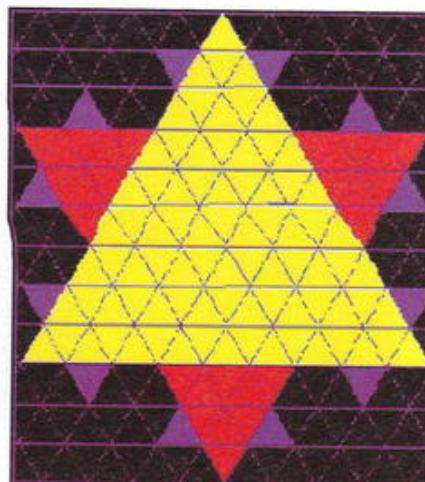


Fig. 45 Pentru estimarea ariei

Probleme propuse

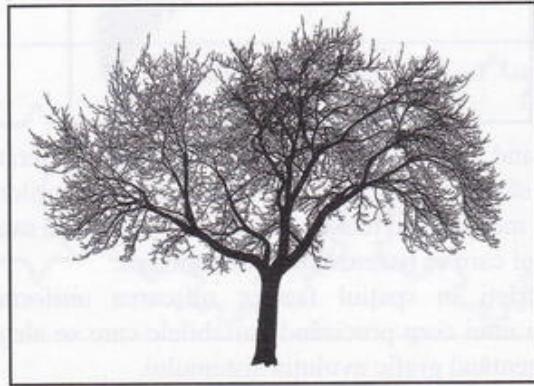
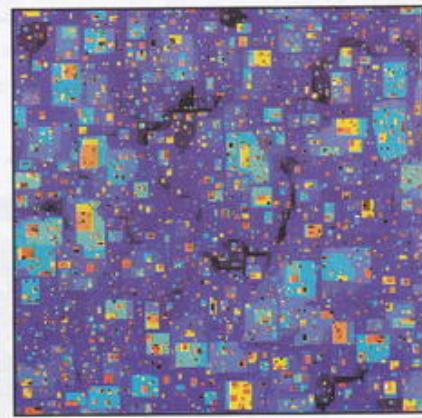
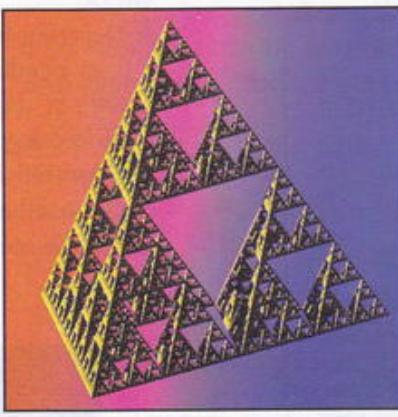
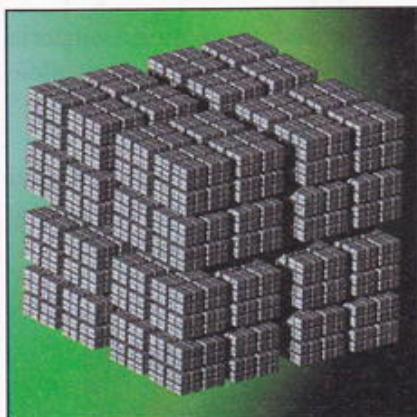
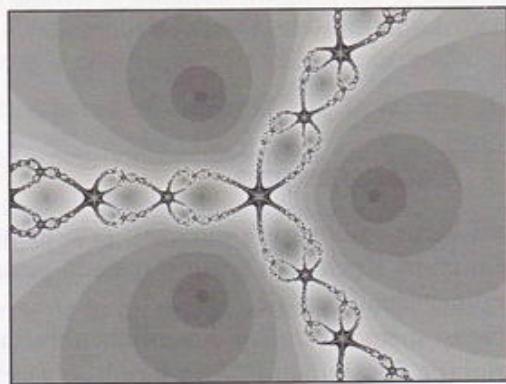
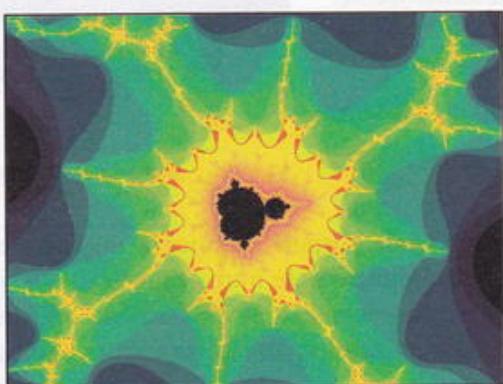
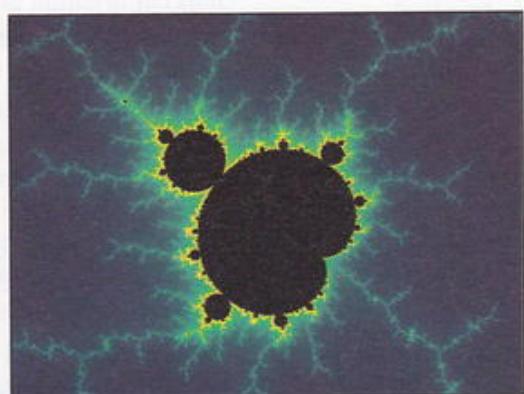
- Folosind hârtie milimetrică construiți prin iterări succesive o curbă Koch apoi găsiți o metodă pentru estimarea dimensiunii fractale.
- Prin aceeași metodă estimați dimensiunea fractală a unei ferigi (pe fiecare ramificare a ferigii se găsesc elemente care sunt asemenea întregului)
- Două corperi efectuează mișcări de-a lungul unei direcții date între origine ($x_0 = 0$) și un punct de coordonată $x_1 = D$. Folosind reprezentarea în spațiul fazelor, arătați care sunt condițiile în care printr-un anumit punct, corpurile trec cu aceeași viteză.
- Descrieți în spațiul fazelor mișcarea oscilatorie a unui pendul elastic – se vor folosi variabilele poziție și impuls. Cum se regăsește prin această descriere legea conservării energiei mecanice?
- Descrieți în spațiul fazelor comportarea unui circuit oscilant – se va putea utiliza analogia între oscilațiile mecanice și cele electromagnetice.



- Folosind resurse bibliografice întocmiți un referat în care să prezentați valențele artistice ale figurilor fractale, menționând lucrări ale unor artiști plastici sau muzicieni care se bazează pe aceste modele.
- Descrieți în spațiul fazelor mișcarea uniform variată a unui corp precizând variabilele care se aleg și reprezentând grafic evoluția sistemului.



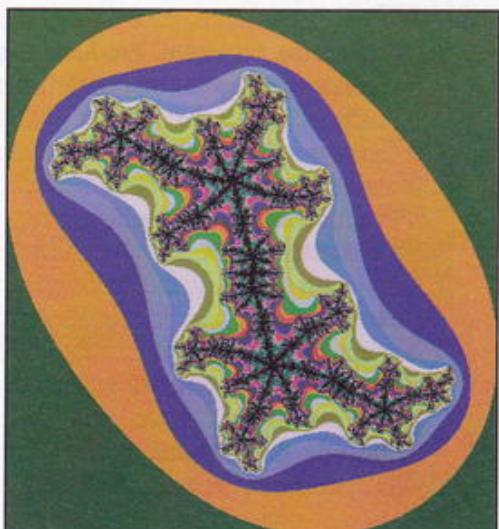
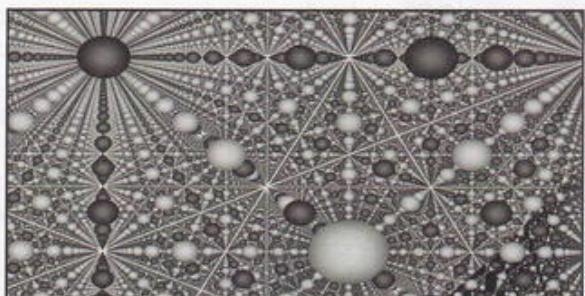
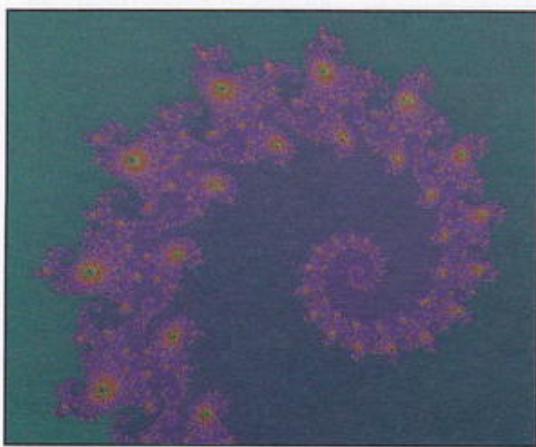
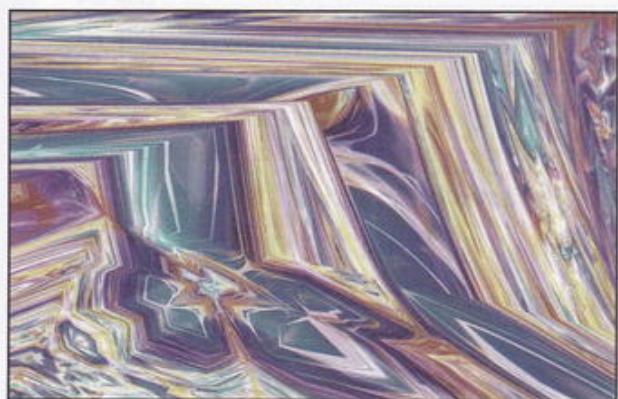
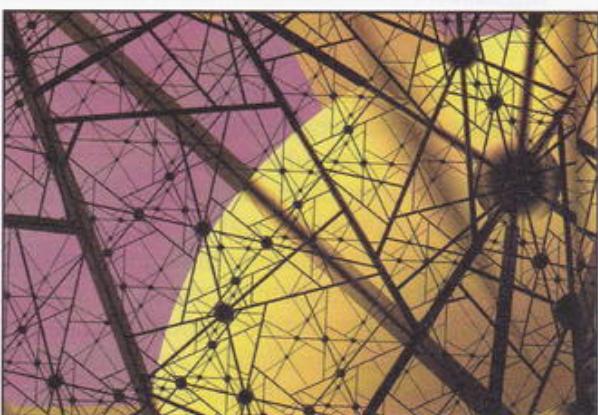
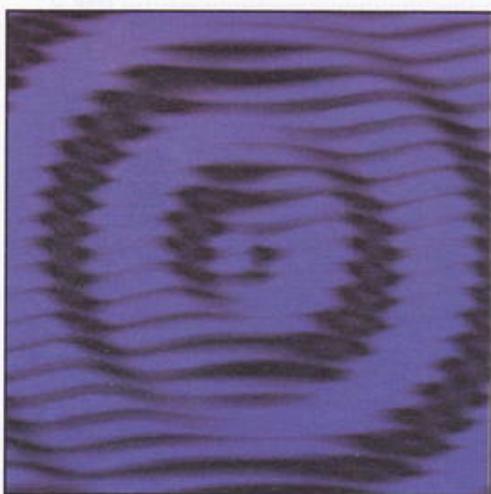
EXEMPLE DE STRUCTURI FRACTALE



Imaginiile reprezintă obiecte geometrice fractale generate cu ajutorul computerului folosind programe destinate acestui scop.

Căutați în rețea u Internet astfel de programe (www.sourceforge.net) și creați noi imagini.

GRAFICĂ ARTISTICĂ FOLOSIND FIGURI FRACTALE



Cuprins

Introducere	pag 3
Prezentarea manualului	pag 4
Capitolul 1 - Oscilații mecanice	
1. Fenomene periodice. Procese oscilatorii în natură și în tehnică	pag 9
2. Mărimi caracteristice mișcării oscilatorii	pag 11
3. Modelul oscilatorului armonic	pag 12
3.1. Ecuația mișcării oscilatorului liniar armonic	pag 12
3.2. Pendulul gravitațional	pag 15
3.3. Energia oscilatorului liniar armonic	pag 17
4. Oscilații mecanice amortizate	pag 19
5. Componerea oscilațiilor armonice	pag 21
5.1. Componerea oscilațiilor armonice paralele și de frecvențe egale	pag 21
5.2. Componerea oscilațiilor armonice paralele de frecvențe puțin diferite. Fenomenul bătăilor	pag 22
5.3. Componerea oscilațiilor armonice perpendiculare	pag 22
6. Oscilatori mecanici cuplați	pag 24
6.1. Oscilații forțate și întreținute	pag 24
6.2. Rezonanță	pag 24
Probleme propuse și teste	pag 30
Capitolul 2 - Unde mecanice	
1. Propagarea unei perturbații într-un mediu elastic. Unda elastică	pag 36
1.1. Fenomene ondulatorii în natură și tehnică	pag 36
1.2. Analiza calitativă a transferului de energie într-un fenomen ondulatoriu	pag 37
1.3. Unde transversale și unde longitudinale	pag 38
2. Modelul undei plane	pag 41
2.1. Frontul de undă. Suprafața de undă. Lungimea de undă	pag 41
2.2. Ecuația undei plane	pag 42
2.3. Transferul energiei prin unde	pag 43
3. Reflexia și refracția undelor	pag 44
3.1. Prințipiu lui Huygens	pag 44
3.2. Propagarea undelor la suprafața de separație dintre două medii omogene	pag 42
4. Interferența undelor	pag 48
4.1. Ce este interferența?	pag 48
4.2. Analiza calitativă și cantitativă a fenomenului de interferență	pag 48
4.3. Unde staționare	pag 49
4.4. Energia undei staționare	pag 51
5. Difractia undelor	pag 52
6. Acustica	pag 54
6.1. Descrierea sunetului. Producerea și propagarea	pag 54
6.2. Analiza calitativă a funcționării instrumentelor cu coarde și a instrumentelor de suflat	pag 55
6.3. Caracteristicile suntelor	pag 58
7. Ultrasunetele și infrasunetele	pag 62
7.1. Producerea ultrasunetelor	pag 62
7.2. Proprietățile	pag 62
7.3. Aplicații tehnice	pag 63
8. Poluarea fonică	pag 64
9. Elemente de seismologie	pag 66
9.1. Producerea cutremurelor	pag 66
9.2. Unde seismice	pag 67
9.3. Educație antiseismică	pag 69
Probleme propuse și teste	pag 72

Capitolul 3 - Oscilații și unde electromagnetice

1. Curent alternativ sinusoidal	pag 79
1.1. Noțiuni introductive	pag 79
1.2. Elemente de circuit	pag 80
1.3 Circuit RLC serie	pag 83
1.4. Circuit RLC paralel	pag 84
1.5. Puterea în curent alternativ	pag 84
1.6. Funcționarea în regim de rezonanță a circuitului RLC	pag 87
1.7. Calculul circuitelor în regim sinusoidal. Rețele	pag 90
1.8. Studiul circuitelor cu ajutorul numerelor complexe	pag 91
2. Circuit oscilant	pag 94
2.1. Descrierea calitativă a circuitului oscilant	pag 94
2.2 Descărcarea unui condensator pe R și L	pag 94
2.3. Analogie dintre oscilatorul mecanic și cel electromagnetic	pag 96
3. Câmpul electromagnetic. Unde electromagnetice	pag 98
3.1. Descrierea calitativă a câmpului electromagnetic	pag 98
3.2. Ecuată de propagare a undelor electromagnetice	pag 99
3.3. Producerea și propagarea undelor electromagnetice	pag 100
3.4. Clasificarea undelor electromagnetice	pag 101
4. Poluarea electromagnetică	pag 106
Probleme propuse și teste	pag 110

Capitolul 4 - Optica ondulatorie

1. Dispersia luminii. Interpretare electromagnetică	pag 116
1.1. Noțiuni de bază	pag 116
1.2. Dispersia luminii	pag 118
1.3. Interpretarea electromagnetică a dispersiei	pag 120
2. Interferența luminii	pag 122
2.1 Noțiuni de bază	pag 122
2.2 Studiu cantitativ	pag 123
2.3 Interferența nelocalizată. Dispozitivul lui Young	pag 125
2.4. Dispozitive interferențiale	pag 127
2.5. Interferența localizată	pag 129
3. Difracția luminii	pag 135
3.1. Noțiuni de bază	pag 135
3.2. Rețea de difracție	pag 138
4. Polarizarea luminii	pag 141
4.1. Noțiuni de bază	pag 141
4.2. Polarizarea prin reflexie	pag 143
Probleme propuse și teste	pag 147

Capitolul 5 - Elemente de teoria haosului

1. Determinism și predictibilitate. Condiții și modele	pag 152
1.1. Introducere	pag 152
1.2. Condiții inițiale	pag 154
1.3. Măsurători și incertitudine	pag 155
1.4. Ipostaze ale determinismului	pag 155
2. Determinism și unpredictibilitate. Comportament haotic. Condiții	pag 157
2.1. Instabilitate dinamică	pag 157
2.2. Modele	pag 158
3. Descrierea comportamentului haotic. Spațiu fazelor. Atractori clasici și stranii	pag 160
3.1. Exemple de sisteme cu comportament haotic	pag 161
3.2. Spațiu fazelor	pag 162
3.3. Atractori clasici și stranii	pag 164
4. Elemente de geometrie fractală	pag 169