MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

FIZICĂ

Manual pentru clasa a 9-a

CONSTANTIN MANTEA / MIHAELA GARABET

liceALL 2000

Aprobat MEC 2004

9

Aprobat de Ministerul Educației și Cercetării cu Ordinul nr. 3886 din 24.05.2004

FIZICĂ – Manual pentru clasa a IX-a
Constantin MANTEA, Mihaela GARABET

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale
MANTEA, CONSTANTIN
Fizică: manual pentru clasa a IX-a /
Constantin Mantea, Mihaela Garabet – București: **BIC ALL**, 2004
160 p.; il.; 26 cm. – (Manuale școlare)
ISBN 973-571-493-0

I. Garabet, Mihaela

57(075.35)

Referenți: **prof. dr. Gheorghe Ciobanu**, Universitatea București, Facultatea de Fizică
prof. gr. I Daniela Beuran, Liceul Teoretic Eugen Lovinescu

Redactor: **Alexandru Mincu**
Coperta colecției: **Stelian Stanciu**
Ilustrația copertei: ***Rafael, Școala din Atena*** (detaliu – *Parnasul*)
Tehnoredactare: **Niculina Stoica**

Sugestii: **email:mantea@all.ro**

Editura **BIC ALL** B-dul Timișoara, nr. 58, sect. 6
Cod: 061317 – București
Tel.: 402 26 00
Fax: 402 26 10

Departamentul distribuție: Tel.: 402 26 30; 402 26 34
Comenzi la: comenzi@all.ro
URL: http://www.all.ro

Tiparul executat la tipografia
Olimp Printing Services s.r.l.

CUPRINS

Capitolul I
Optica geometrică

Introducere 6
1. Optica geometrică 8
1.1. Reflexia și refracția luminii 9
1.1.1. Oglinzi plane* 11
1.1.2. Oglinzi sferice* 12
1.1.3. Refracția luminii 15
Lucrare de laborator – Determinarea indicelui de refracție al unui mediu 17
1.1.4. Prisma optică. Dispersia luminii 19
Lucrare de laborator – Studiul propagării luminii prin prisma optică 21
1.2. Lentile subțiri – noțiuni fundamentale 23
1.2.1. Construcția imaginilor prin lentile subțiri 26
1.2.2. Formulele lentilelor subțiri 28
1.2.3. Asociații de lentile 30
Lucrare de laborator – Determinarea distanței focale a unei lentile subțiri 32
1.3. Ochiul omenesc 34
1.4. Instrumente optice 37
Lucrare de laborator – Studiul experimental al microscopului 40
Primele pasaje din Cartea Întâi a „Opticii" lui Newton 43
Activități de evaluare 45
Sinteză 52

Capitolul II
Principii și legi în mecanica newtoniană

A.1. Aprofundare – Noțiuni de calcul vectorial 54
A.1.1. Mărimi scalare și mărimi vectoriale* 54
A.1.2. Adunarea vectorilor* 55
A.1.3. Înmulțirea vectorilor cu scalari* 56
A.1.4. Scăderea vectorilor* 57
A.1.5. Descompunerea unui vector* 58
A.1.6. Produsul a doi vectori* 58
A.1.7. Vector de poziție* 58
A.1.8. Axă* 59
A.1.9. Proiecția unui vector pe o axă* 59
A.1.10. Sistem de coordonate* 60
2.1. Mișcare mecanică. Repaus 62
2.1.1. Vectorul deplasare 62
2.1.2. Viteza 63
2.1.3. Acceleratia 64
2.1.4. Mișcarea rectilinie uniformă 66
*Lucrare de laborator – Studiul experimental al mișcării rectilinii uniforme** 68
2.2. Principiul I al mecanicii. Inerția 69
2.3. Principiul al II-lea al mecanicii 72
2.4. Principiu al III-lea al mecanicii 75
2.4.1. Greutatea 77
2.4.2. Forța de tensiune elastică 77
2.4.3. Forțe de contact 77
2.4.4. Interacțiuni la distanță 78
2.4.5. Principiul suprapunerii forțelor 79
2.5. Legea lui Hooke 80
2.5.1. Forța elastica 81
Lucrare de laborator – Determinarea constantei elastice a unui resort 82
2.6. Forțe de frecare 83
2.6.1. Legile frecării 85
2.6.2. Unghiul de frecare 87
Lucrare de laborator – Determinarea coeficientului de frecare la alunecare 88
2.6.3. Efectele existenței forțelor de frecare în activitatea cotidiană și în tehnică 89
2.7 Legea atracției universale 90
2.7.1. Câmp de forțe. Câmp gravitațional 91
2.7.2. Intensitatea câmpului gravitațional 91
2.7.3. Reprezentarea grafică a câmpului gravitațional 93
A.2. Mișcarea rectilinie uniform variată 94
A.3. Mișcări în câmp gravitațional 96
A.4. Mișcarea pe plan înclinat 98
A.5. Mișcarea circulară uniformă 99
A.5.1. Legea mișcării circulare uniforme 101
A.5.2. Accelerația centripetă* 102
A.5.3. Forța centripetă 103
A.5.4. Forțe de inerție* 104
Activități de evaluare 106
Sinteză 116

* Subcapitole cu caracter opțional

Capitolul III
Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică

3.1. Lucrul mecanic. Puterea 116
3.1.1. Lucrul mecanic efectuat de o forță constantă 118
3.1.2. Forță motoare / rezistentă 118
3.1.3. Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate 119
3.1.4. Lucrul mecanic efectuat de forța elastică 120
3.1.5. Forțe conservative / neconservative 122
Lucrare de laborator – Determinarea randamentului unui plan înclinat 121
3.1.6. Randamentul planului înclinat 122
3.1.7. Puterea 124
3.2. Teorema variației energieicinetice a punctului material 125
3.3. Energia potențială gravitațională și *elastică 126
3.3.1. Energia potențială în câmp gravitațional uniform 126
3.3.2. Energia potențială în câmpul forțelor elastice* 128
3.4. Legea conservării energiei mecanice 129
3.4.1. Teorema de variație a energiei mecanice 130
3.5. Teorema variației impulsului pentru punctul material* 131
3.5.1. Ciocniri* 132
Activități de evaluare 136
Sinteză 144

Capitolul IV
Elemente de statică

4.1. Echilibrul de translație 146
4.1.1. Echilibrul punctului material liber 146
4.1.2. Echilibrul punctului material supus la legături 146
4.1.3. Echilibrul punctului material supus la legături în câmp gravitațional 146
4.1.4. Echilibrul de translație al solidului rigid liber 147
Lucrare de laborator – Studiul echilibrului de translație al punctului material 147
4.2. Echilibrul de rotație 149
4.2.1. Produsul vectorial a doi vectori 149
4.2.2. Momentul forței față de un punct 150
4.2.3. Momentul cinetic 151
4.2.4. Teorema variației momentului cinetic . 152
4.2.5. Sistem de forțe concurente. Teorema lui Varignon 152
4.2.6. Echilibrul de rotație al solidului rigid ... 153
4.2.7. Echilibrul solidului rigid suspendat 154
Lucrare de laborator – Studiul echilibrului de rotație al solidului rigid 155
4.2.8. Echilibrul solidului rigid cu bază de sprijin 156
Activități de evaluare 156
Sinteză 160

* Subcapitole cu caracter opțional

1 Introducere

Amintiţi-vă următoarele noţiuni despre mărimi fizice, măsurare, unităţi.

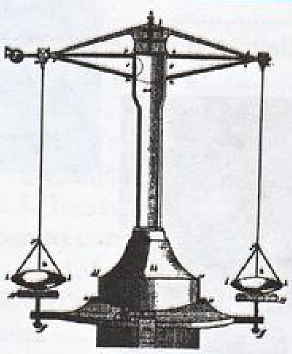
În lecţiile de fizică din gimnaziu aţi învăţat că proprietăţile corpurilor sunt de două feluri. Unele proprietăţi pot fi descrise numai calitativ, cum ar fi, de exemplu, natura chimică a substanţelor care intră în alcătuirea unui corp. Cele mai multe dintre proprietăţile unui corp pot fi însă caracterizate şi cantitativ. Acestora li se asociază mărimi fizice, care au valori numerice determinate prin măsurare.

Prin *mărime fizică* înţelegem o măsură a acelor proprietăţi ale corpurilor care pot fi diferenţiate calitativ şi determinate cantitativ.

Din punct de vedere calitativ se consideră mărimi care descriu proprietăţi fizice diferite şi care se definesc în mod diferit. Aşa sunt, de exemplu, dimensiunile, volumul, masa şi viteza unui corp.

Determinarea cantitativă a unei mărimi fizice constă dintr-o succesiune de operaţii experimentale care reprezintă procesul de măsurare.

A măsura o mărime fizică A înseamnă a stabili de câte ori, a, se cuprinde în ea o altă mărime de aceeaşi natură, $[A]$, bine definită şi aleasă prin convenţie ca unitate de măsură. $a = \frac{A}{[A]}$ reprezintă valoarea numerică a mărimii fizice măsurate.



„Eu spun adesea că, atunci când poţi măsura şi exprima în numere ceea ce discuţi, atunci înseamnă că ştii ceva în legătură cu subiectul; când însă nu îl poţi exprima în numere, cunoaşterea ta este slabă şi nesatisfăcătoare; poate fi doar începutul unui proces de cercetare.”

Lord Kelvin *(1824 - 1907)*

De exemplu, când spunem că masa unui corp este de 5 kg, înseamnă că mărimea fizică studiată este masa, că aceasta are valoarea numerică 5 şi că s-a folosit ca unitate de măsură kilogramul.

Mărimile fizice asociate proprietăţilor unui corp *nu sunt* toate independente: între ele există diferite relaţii fizice. De exemplu: masa m, volumul V şi densitatea ρ ale unui corp sunt legate prin relaţia $\rho = m/V$. De aceea, folosind relaţiile care există între diferite mărimi fizice, se alege în mod convenţional un număr mic de mărimi fizice independente, numite *mărimi fundamentale*. Celelalte mărimi fizice, legate de cele fundamentale prin legi şi relaţii fizice, se numesc *mărimi derivate*.

În studiul mecanicii se aleg ca mărimi fizice fundamentale *lungimea*, *timpul* şi *masa*. În Sistemul Internaţional de Unităţi (SI) se folosesc ca unităţi de măsură metrul pentru lungime, secunda pentru timp şi kilogramul pentru masă.

a) *Unitatea de măsură pentru lungime în SI* este **metrul**, notat **m**.

Metrul a fost definit în 1889 ca fiind distanţa dintre două linii fine trasate pe o bară confecţionată dintr-un aliaj de platină şi iridiu menţinută la 0°C. Această bară constituia *etalonul internaţional* de lungime păstrat la Biroul Internaţional de Măsuri şi Greutăţi de la Sèvres (lângă Paris). Fiecare ţară are o copie a acestui metru standard.

Confecţionarea acestor copii şi compararea periodică a copiilor cu standardul internaţional prezenta multe inconveniente. De aceea, comunitatea ştiinţifică, la diferite „Conferinţe Generale de Măsuri şi Greutăţi” a modificat de mai multe ori definiţia etalonului de lungime. În prezent este în vigoare definiţia dată de „A 17-a Conferinţă Generală de Măsuri şi Greutăţi” în 1983.

Definiție: ***Metrul*** este lungimea drumului parcurs de lumină în vid în timpul de 1/299 792 458 dintr-o secundă.

Unitățile de măsură pentru arie și volum se definesc în funcție de unitatea de măsură pentru lungime și sunt m^2 și, respectiv, m^3.

Pe lângă distanțele pe care le întâlnim în viața cotidiană oamenii de știință trebuie să măsoare distanțe foarte mari sau foarte mici. Pentru exprimarea valorilor acestora se folosesc multipli și submultipli ai metrului. Aceștia se construiesc folosind prefixele din tabelul de mai jos.

Prefix	Simbol de multiplicare	Factor	Exemplu și denumire
tera -	T	10^{12}	1 Tm $= 10^{12}$ m (terametru)
giga -	G	10^{9}	1 Gm $= 10^{9}$ m (gigametru)
mega -	M	10^{6}	1 Mm $= 10^{6}$ m (megametru)
kilo -	k	10^{3}	1 km $= 10^{3}$ m (kilometru)
hecto -	h	10^{2}	1 hm $= 10^{2}$ m (hectometru)
deca -	da	10^{1}	1 dam = 10 m (decametru)
deci -	d	10^{-1}	1 dm $= 10^{-1}$ m (decimetru)
centi -	c	10^{-2}	1 cm $= 10^{-2}$ m (centimetru)
mili -	m	10^{-3}	1 mm $= 10^{-3}$ m (milimetru)
micro -	μ	10^{-6}	1 μm $= 10^{-6}$ m (micrometru)
nano -	n	10^{-9}	1 nm $= 10^{-9}$ m (nanometru)
pico-	p	10^{-12}	1 pm $= 10^{-12}$ m (picometru)

b) *Unitatea de măsură pentru timp în SI* este **secunda**, notată **s**.

Secunda a fost definită inițial ca fiind 1/86 400 din durata unei zile solare mijlocii. În prezent este în vigoare definiția dată de „A 13-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți", în 1967.

Definiție: ***Secunda*** este intervalul de timp a cărui durată este egală cu 9 192 631 770 perioade ale unei anumite radiații electromagnetice emise de izotopul ^{133}Cs.

În mod uzual se folosesc și alte unități de măsură cum sunt: nanosecunda (1 ns $= 10^{-9}$ s), microsecunda (1μs $= 10^{-6}$ s), milisecunda (1ms $= 10^{-3}$ s), minutul (1 min = 60 s) și ora (1 h = 3600 s).

c) *Unitatea de măsură pentru masă în SI* este **kilogramul**, notat **kg**.

Kilogramul a fost definit în 1889 ca fiind masa unui cilindru confecționat dintr-un aliaj de platină și iridiu. Acest cilindru constituie etalonul internațional de masă și este păstrat la Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți de la Sèvres. Kilogramul este singura unitate de măsură fundamentală a cărei definiție este legată de un prototip material, cel de la Sèvres.

Definiție: ***Kilogramul*** este masa etalonului internațional de masă păstrat la Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți de la Sèvres.

LECTURĂ

De ce este necesar Sistemul Internațional de Unități

Omul a efectuat operaţii de măsurare din cele mai vechi timpuri. Astfel de operaţii de măsurare au fost impuse de necesitatea realizării diferitelor construcţii şi, ulterior, de dezvoltarea comerţului. Înmulţirea schimburilor şi a tranzacţiilor comerciale a pus problema uniformizării măsurătorilor. De exemplu, în secolul XIX, pe teritoriul României era folosită o unitate de măsură numită **cot**. Dar, în Muntenia, **cotul** avea o lungime egală cu 0,664 m, iar în Moldova **cotul** avea o lungime egală cu 0,637 m.

Până în secolul XIX această situaţie era întâlnită peste tot: în diferite ţări, de multe ori chiar în aceeaşi ţară în regiuni diferite, se foloseau unităţi de măsură diferite. Treptat, odată cu dezvoltarea generală a societăţii omeneşti, această neuniformitate a unităţilor de măsură a devenit o piedică în calea progresului ştiinţific şi tehnic, în dezvoltarea schimburilor comerciale. La fel se întâmplă când se întâlnesc doi oameni care vor să comunice între ei. Dacă vorbesc aceeaşi limbă, comunicarea între ei este simplă şi rapidă, iar înţelegerea poate fi completă. Dacă vorbesc limbi diferite, comunicarea este dificilă şi greoaie, iar înţelegerea poate fi cel mult parţială.

Problema uniformizării măsurilor prin unificarea unităţilor de măsură a fost abordată pe baze ştiinţifice şi în mod sistematic, începând cu sfârşitul secolului XVIII, odată cu Revoluţia Franceză. Atunci (începând din 1790) s-au pus bazele sistemului metric. Acest sistem s-a dezvoltat treptat, a evoluat, pentru ca în 1960, la „A 11-a Conferinţă Generală de Măsuri şi Greutăţi" să fie adoptat **Sistemul Internaţional de Unităţi** – pe scurt, SI. Acest sistem de unităţi de măsură satisface în măsură foarte mare cerinţele impuse de practică: ***să fie general, să fie coerent, să fie practic.***

În România, o primă încercare de introducere a sistemului metric – fără rezultat – a fost făcută în 1835. Însă, **în 1864**, după unirea Principatelor Române, a fost votată „Legea pentru adoptarea sistemului metric de măsuri şi greutăţi în România". **În 1881** ţara noastră a aderat la convenţia internaţională privind utilizarea sistemului metric şi a primit o copie a prototipului internaţional păstrat la Sèvres. **În 1883** a fost înfiinţat „Serviciul Central de Măsuri şi Greutăţi", însărcinat cu păstrarea şi compararea etaloanelor şi cu toate aspectele legale relative la metrologie.

În 1951 a fost înfiinţat Institutul de Metrologie, denumit ulterior **Institutul Naţional de Metrologie.**

1. Optica geometrică

Optica este acea parte a fizicii care studiază natura luminii, proprietățile ei, modul de producere a luminii, legile propagării ei, precum și interacția luminii cu substanța.

Optica geometrică este acea parte a opticii în care se studiază legile propagării luminii și formării imaginilor optice fără a se lua în considerație natura luminii.

Lumina emisă de o sursă poate trece prin unele corpuri, cum este de exemplu geamul de la o fereastră. Astfel de corpuri, care permit trecerea luminii, sunt numite *transparente.* Corpurile care nu permit trecerea luminii sunt numite corpuri *opace.*

La baza opticii geometrice stau 3 principii. Primul dintre acestea este *principiul propagării rectilinii a luminii.*

Enunț: Într-un mediu omogen și transparent lumina se propagă rectiliniu.

Preocuparea oamenilor de a stabili natura luminii datează din antichitate. *Euclid* a publicat o carte intitulată „Optica" în care a prezentat multe din teoriile speculative din acea vreme privind natura luminii.

Pe baza observației directe au fost studiate, din cele mai vechi timpuri, legile reflexiei. Descoperitorul lor nu este cunoscut. Se știe însă că Euclid și Arhimede le cunoșteau și le utilizau. Legile refracției au fost descoperite de olandezul *Wilibrord Snell* (Snellius) în 1626.

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ

Luaţi două cartonaşe (1 şi 2 în figura AE 1.1), având fiecare un mic orificiu circular cu diametrul de circa 1mm. Aşezaţi în faţa primului cartonaş o lumînare aprinsă. Priviţi din spatele cartonaşului 2. Deplasaţi cartonaşele pe direcţia sus-jos şi stânga dreapta până când vedeţi lumina care trece prin cele două găuri. *Ce constataţi privind poziţia flăcării, orificiilor şi ochiului?*

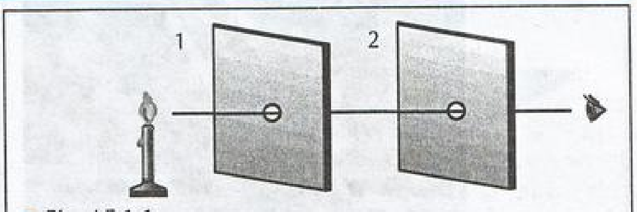


Fig. AE 1.1.

În figurile 1.1 şi 1.2 sunt prezentate două experimente care demonstrează corectitudinea acestui principiu: formarea umbrei şi a penumbrei. Alte fenomene care se explică pe baza acestei legi sunt eclipsele de Soare şi de Lună, pe care le-aţi studiat în gimnaziu.

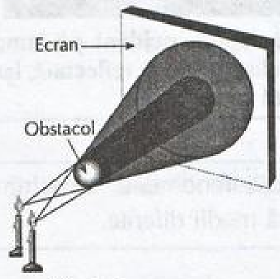


Fig. 1.1.

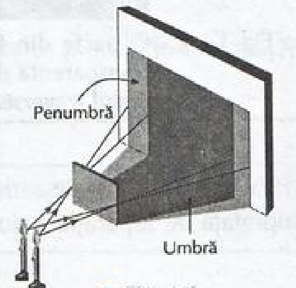


Fig. 1.2.

Segmentul de dreaptă de-a lungul căruia se propagă lumina este numit ***rază de lumină.***

Un alt principiu al opticii geometrice este ***principiul independenţei razelor de lumină.***

Enunţ: Razele de lumină sunt independente unele de altele (adică propagarea unei raze de lumină nu influenţează şi nici nu este influenţată de alte raze de lumină).

Observaţie: Aceasta înseamnă că, atunci când două sau mai multe raze de lumină se intersectează, fiecare îşi menţine direcţia neschimbată.

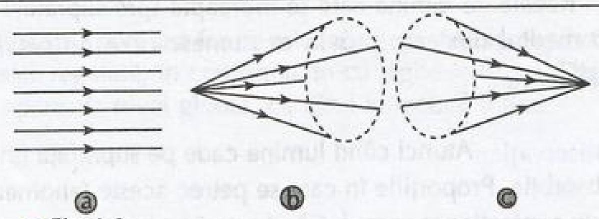


Fig. 1.3.

Principiul reversibilităţii razelor de lumină.

Enunţ: Lumina poate parcurge acelaşi drum în ambele sensuri.

Un grup de raze de lumină formează un ***fascicul de lumină.*** Când razele sunt paralele între ele, fasciculul este numit ***paralel*** (fig. 1.3-a). Dacă razele unui fascicul pornesc toate dintr-un singur punct fasciculul este numit ***divergent*** (fig. 1.3-b), iar dacă razele unui fascicul se întâlnesc toate într-un singur punct fasciculul este numit ***convergent*** (fig. 1.3-c).

1.1. Reflexia şi refracţia luminii

Observaţi reflexia şi refracţia luminii!

Priviţi cu atenţie figurile alăturate şi încercaţi să răspundeţi la următoarele întrebări:

- Ce se întâmplă atunci când fasciculul de lumină din fig. 1.1.1-a atinge suprafaţa apei?
- De ce imaginea muntelui obţinută pe suprafaţa apei diferă în cele două situaţii din figura 1.1.1-b,c?
- Cum explicaţi faptul că scafandrul din fig. 1.1.1-e poate vedea sub apă?
- De ce linguriţa din figura 1.1.1-d pare frântă?

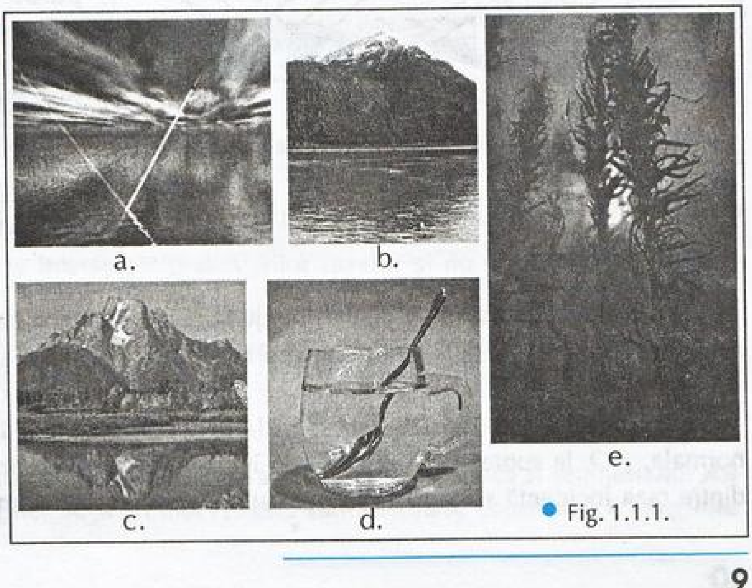
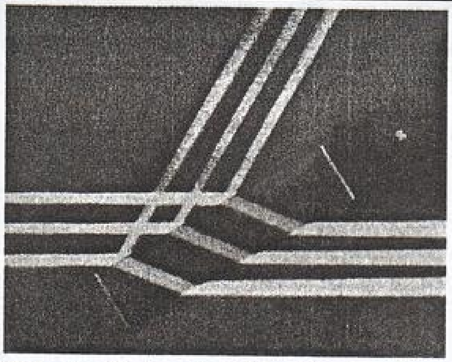


Fig. 1.1.1.



• Fig. 1.1.2. **O parte din fasciculul incident pe lama transparentă din imagine este reflectată, iar restul traversează lama.**

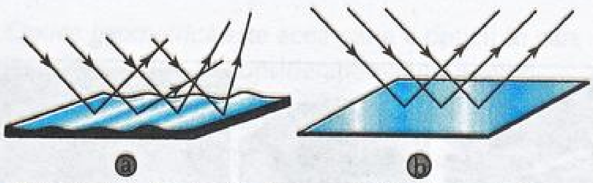
Experimental se constată că la suprafața de separare dintre două medii diferite lumina suferă un dublu fenomen: o parte din ea se întoarce în mediul din care provine, iar cealaltă parte traversează suprafața de separație și trece în celălalt mediu (fig. 1.1.2).

Definiție: Se numește ***reflexie*** fenomenul de întoarcere a luminii în mediul din care provine, atunci când întâlnește suprafața de separație cu un alt mediu.

Definiție: Se numește ***refracție*** fenomenul de schimbare a direcției de propagare a luminii când traversează suprafața de separație a două medii diferite.

Razele de lumină care se îndreaptă spre suprafața de separație se numesc ***raze incidente,*** cele care se întorc în mediul din care provin se numesc ***raze reflectate,*** iar cele care trec în al doilea mediu se numesc ***raze refractate.***

Observație: Atunci când lumina cade pe suprafața unui corp, au loc simultan trei fenomene: reflexia, refracția și absorbția. Proporțiile în care se petrec aceste fenomene, în general foarte diferite, depind de materialul din care este confecționat corpul. Când este dominant fenomenul de reflexie, cum este cazul corpurilor metalice lustruite, corpul este ***reflectant.*** Sticla, la care dominant este fenomenul de refracție, transmite aproape integral lumina, fiind ***transparentă.*** Corpurile ***absorbante*** manifestă un caracter selectiv al absorbției; de aceea ele sunt colorate.



• Fig. 1.1.3. **Reflexia difuză** **Reflexia regulată**

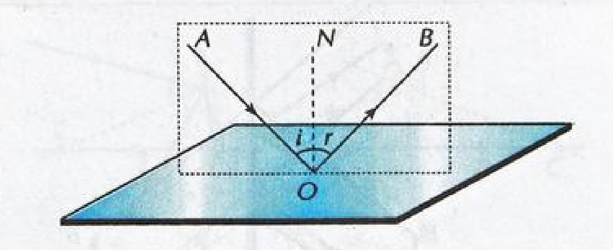
Atunci când suprafața de separație dintre două medii este neregulată, razele de lumină incidente paralele sunt reflectate în diverse direcții (fig. 1.1.3-a). Reflexia pe o suprafață neregulată este numită ***reflexie difuză.*** O suprafață care difuzează lumina în toate direcțiile este numită ***suprafață mată.***

Când suprafața de separație este netedă, razele de lumină incidente paralele sunt reflectate astfel încât razele reflectate sunt și ele paralele (fig. 1.1.3-b). O astfel de reflexie este numită ***reflexie regulată*** sau ***reflexie dirijată.***

Omul vede atunci când la ochiul lui ajung raze de lumină de la un obiect sau raze reflectate de o suprafață oarecare. Formarea imaginii unui obiect prin reflexie este posibilă numai în cazul reflexiei regulate.

În figura 1.1.4 este reprezentată reflexia unei raze de lumină pe o suprafață netedă. Raza incidentă, *AO,* și normala, *NO,* la suprafață în punctul de incidență, *O,* determină un plan numit ***plan de incidență.*** Unghiul *i* dintre raza incidentă și normala în punctul de incidență se numește ***unghi de incidență.*** Unghiul *r* dintre raza reflectată, OB, și normala, NO, este numit *unghi de reflexie*.

Observație: Dacă lumina se îndreaptă spre suprafața de reflexie pe direcția AO, ea este reflectată pe direcția OB. Dacă însă raza de lumină se îndreaptă spre suprafața de reflexie pe direcția BO (invers decât în primul caz), ea este reflectată pe direcția OA. Această proprietate a luminii este numită *reversibilitate*.



• Fig. 1.1.4. **Reflexia pe o suprafață plană**

Experimental se constată că:

a) raza incidentă, normala la suprafața de reflexie și raza reflectată se găsesc toate în planul de incidență;

b) unghiul de reflexie, r, este egal cu unghiul de incidență, i.

Aceste constatări experimentale reprezintă *legile reflexiei*:

Legea I: Raza incidentă, normala la suprafața de reflexie în punctul de incidență și raza reflectată sunt situate în același plan.

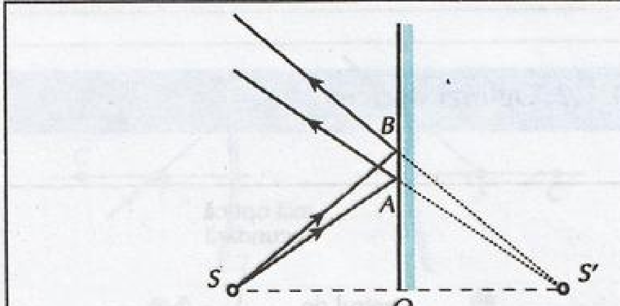
Legea II: Unghiul de reflexie, r, este egal cu unghiul de incidență, i: $r = i$.

Observație: Legile reflexiei sunt valabile și pentru reflexia difuză. O porțiune foarte mică din suprafața neregulată considerată poate fi considerată plană, deci reflexia pe ea este regulată, în conformitate cu legile reflexiei. Dar, deoarece aceste porțiuni mici au orientări diferite, lumina apare, la nivel global, ca fiind reflectată difuz.

1.1.1. Oglinzi plane*

O suprafață plană foarte netedă, de obicei metalizată, care reflectă aproape integral lumina, constituie o *oglindă plană*. Modul în care se formează imaginile obiectelor luminoase într-o oglindă plană se poate stabili folosind legile reflexiei.

Considerăm mai întâi cazul unei surse luminoase punctiforme (fig. 1.1.5). Considerăm două raze de lumină oarecare, pornind de la sursa S. Ele ating suprafața oglinzii în punctele A și B și sunt reflectate conform legilor reflexiei. Aceste raze nu se intersectează. Prelungirile lor însă se intersectează într-un punct dincolo de oglindă. Imaginea sursei luminoase S se formează în punctul de intersecție a prelungirilor razelor reflectate, S'. Deoarece imaginea se formează la intersecția prelungirilor razelor și nu la intersecția razelor, imaginea este numită *imagine virtuală*.

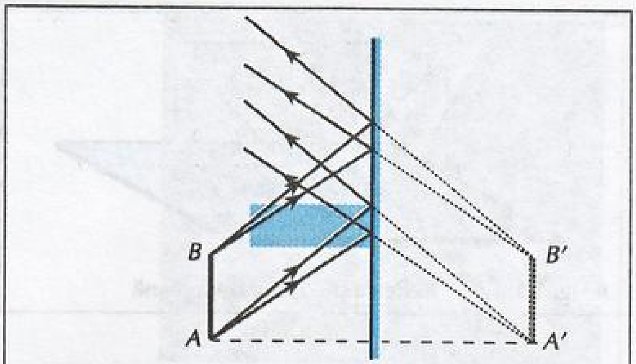


• Fig. 1.1.5. **Imaginea unui obiect luminos punctiform într-o oglindă plană**

Observație: Din figura 1.1.5, din considerente de simetrie, rezultă că distanța imagine-oglindă este egală cu distanța obiect-oglindă: $SO = SO'$.

$$x_2 = -x_1.$$

Imaginea unui tub luminos subțire, AB, se construiește ca în figura 1.1.6. Fiecare punct al segmentului AB dă o imagine în oglindă. Pentru a construi imaginea segmentului AB este suficient să se construiască imaginile



● Fig. 1.1.6. **Imaginea unui obiect luminos liniar într-o oglindă plană**

celor două capete, A și B, ale segmentului. Procedând pentru fiecare dintre puncte ca în cazul prezentat în figura 1.1.6 se obțin imaginile A' și B'. Segmentul $A'B'$ este imaginea obiectului. Și în acest caz *imaginea este virtuală*.

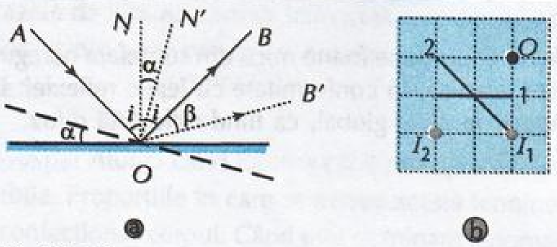
Observând cele două construcții realizate putem formula următoarele **concluzii:**

a) *distanțele de la obiect la oglindă și de la imagine la oglindă sunt egale;*

b) *dimensiunea imaginii este egală cu cea a obiectului;*

c) *imaginea este virtuală.*

Exercițiul 1.1.1. Arătați că, dacă direcția razei incidente nu se modifică, iar oglinda se rotește cu un unghi α, atunci raza reflectată se rotește cu un unghi 2α (fig. E 1.1.1-a).



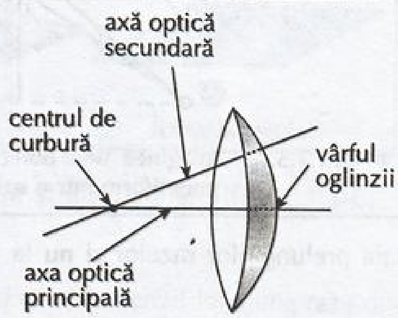
● Fig. E 1.1.1.

Soluție: Din figură se vede că unghiul cerut este unghiul β și că el poate fi exprimat astfel:

$$\beta = AOB' - AOB = 2\cdot(i+\alpha) - 2\cdot i = 2\alpha.$$

În figura E 1.1.1-b este ilustrat cazul particular în care oglinda se rotește cu 45°. Când oglinda este în poziția 1 imaginea obiectului O se formează în I_1. Când oglinda se rotește cu 45°, imaginea se formează în I_2. Din analiza figurii, considerând raza incidentă pe mijlocul oglinzii, rezultă că raza reflectată s-a rotit cu 90°.

1.1.2. Oglinzi sferice*



● Fig. 1.1.7. **Elementele optice ale unei oglinzi sferice**

Dacă suprafața oglinzii nu este plană, ci este o calotă sferică, oglinda este o ***oglindă sferică*** (fig. 1.1.7). Centrul sferei din care face parte oglinda este numit ***centrul de curbură*** al oglinzii, iar raza sferei este numită ***rază de curbură***. Vârful calotei sferice este numit ***vârful oglinzii***. Dreapta determinată de centrul de curbură și de vârful oglinzii este numită ***axă optică principală***. Orice dreaptă care trece prin centrul de curbură și intersectează oglinda, dar nu în vârful acesteia, este numită ***axă optică secundară***. Oglinda reprezentată în figură are suprafața reflectantă pe fața interioară a calotei și se numește ***oglindă concavă***. Oglinda care are suprafața reflectantă pe exteriorul calotei este numită ***oglindă convexă***.

Razele de lumină incidente pe oglinzile sferice sunt reflectate conform legilor reflexiei (fig. 1.1.8). Dreapta care trece prin punctul de incidență și prin centrul de curbură, C, al oglinzii este normală pe suprafața oglinzii în punctul de incidență. Conform legilor reflexiei $r = i$.

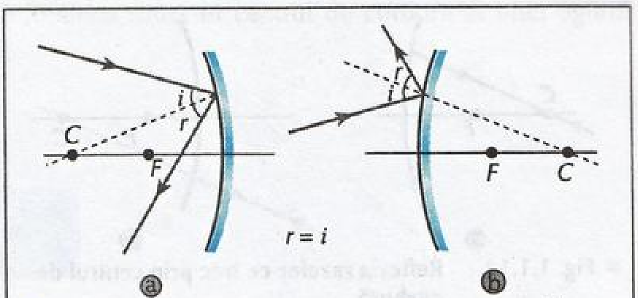


Fig. 1.1.8. **Reflexia pe o oglindă: concavă (a) convexă (b)**

Definiție: Se numește ***focar principal*** punctul de pe axa optică principală în care converg razele care vin spre oglindă, paralel cu această axă.

Observație: Se poate arăta că, la oglinda sferică, distanța focală este egală cu jumătate din raza de curbură a oglinzii.

$$f = \frac{R}{2}.$$

Definiție. Se numește ***fascicul paraxial*** un fascicul de lumină format din raze vecine cu axa optică principală, paralele cu ea sau foarte puțin înclinate față de ea.

Observație: Utilizarea în construirea imaginilor numai a fasciculelor paraxiale este numită *aproximația lui Gauss*. În tot capitolul vom lucra numai în această aproximație.

În continuare sunt prezentate razele de lumină folosite cel mai des la construirea imaginilor în oglinzile sferice convexe și, respectiv, concave.

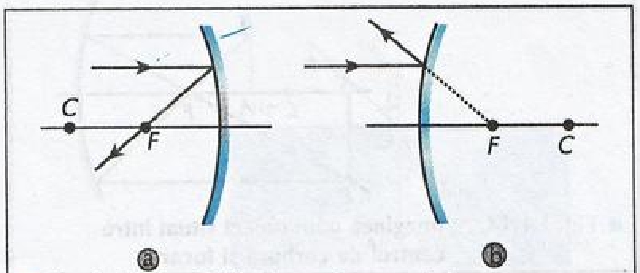


Fig. 1.1.9. **Reflexia razelor paraxiale**

În cazul unei oglinzi concave, o rază de lumină incidentă, paralelă cu axa optică principală, este reflectată prin focarul principal (fig. 1.1.9-a). În cazul unei oglinzi convexe, o rază de lumină paralelă cu axa principală este astfel reflectată încât prelungirea sa trece prin focarul principal al oglinzii (fig. 1.1.9-b).

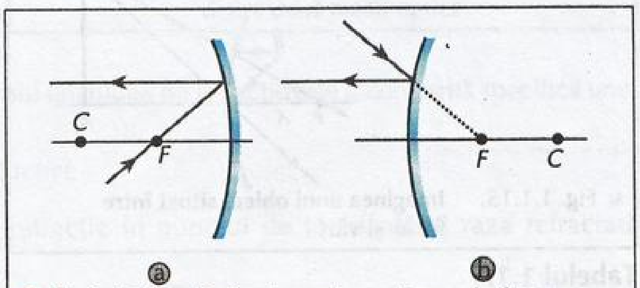


Fig. 1.1.10. **Reflexia razelor ce trec prin focar**

În cazul unei oglinzi concave, o rază de lumină incidentă care trece prin focarul principal este reflectată paralel cu axa principală (fig. 1.1.10-a). În cazul unei oglinzi convexe, raza incidentă a cărei prelungire trece prin focarul principal este reflectată paralel cu axa optică principală a oglinzii (fig. 1.1.10-b).

O rază de lumină incidentă în vârful unei oglinzi sferice este reflectată într-o direcție simetrică ($r = i$) față de axa optică principală a oglinzii (fig. 1.1.11).

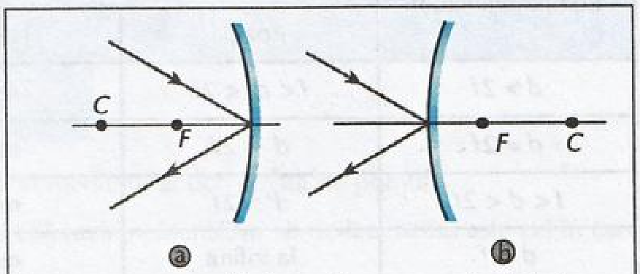


Fig. 1.1.11. **Reflexia razelor ce trec prin vârful oglinzii**

În cazul unei oglinzi concave, o rază incidentă care trece prin centrul de curbură al oglinzii, este

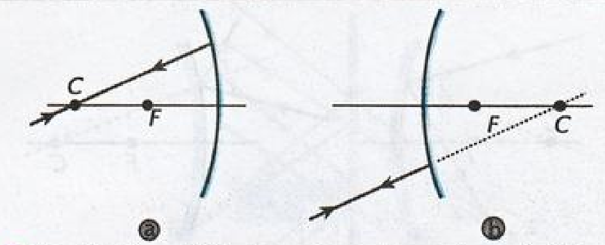


Fig. 1.1.12. **Reflexia razelor ce trec prin centrul de curbură**

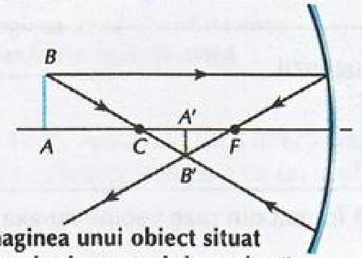


Fig. 1.1.13. **Imaginea unui obiect situat dincolo de centrul de curbură**

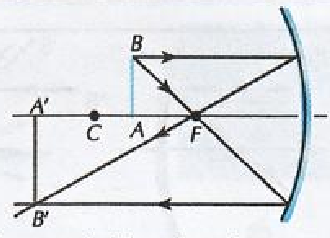


Fig. 1.1.14. **Imaginea unui obiect situat între centrul de curbură și focar**

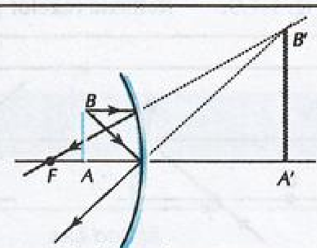


Fig. 1.1.15. **Imaginea unui obiect situat între focar și vârf**

normală pe oglindă în punctul de incidență ($i = 0$) și este, deci, reflectată pe aceeași direcție ($r = 0$), ca în figura 1.1.12-a. Analog, în cazul unei oglinzi convexe, o rază incidentă a cărei prelungire trece prin centrul de curbură al oglinzii este reflectată pe aceeași direcție (fig. 1.1.12-b).

În încheierea acestei secțiuni vom studia construcția imaginii unui obiect luminos nepunctiform situat la diferite distanțe de o oglindă concavă.

Considerăm un tub luminos plasat la o distanță d, $d > 2f$ față de oglindă (dincolo de centrul de curbură C al oglinzii, fig. 1.1.13). Se constată că *imaginea se formează între centrul de curbură și focar, este reală, răsturnată și mai mică decât obiectul.*

Considerăm un tub luminos plasat la o distanță d, astfel încât $f < d < 2f$ față de oglindă (între centrul de curbură al oglinzii și focar, fig. 1.1.14. Se constată că *imaginea se formează dincolo de centrul de curbură, este reală, răsturnată și mai mare decât obiectul.*

Considerăm un tub luminos plasat la distanța $d < f$ față de oglindă (între focar și vârful oglinzii fig. 1.1.15). Se constată că *imaginea se formează în spatele oglinzii la intersecția* prelungirilor *razelor de lumină, este deci virtuală, dreaptă și mai mare decât obiectul.*

Rezultatele obținute privind formarea imaginilor în oglinzile sferice concave sunt prezentate în tabelul 1.1.1.

Procedând ca în cazul oglinzilor concave, se poate construi imaginea unui obiect luminos nepunctiform și în oglinzi convexe. Se constată că: *pentru orice poziție a obiectului imaginea este virtuală, dreaptă, mai mică decât obiectul și este situată întotdeauna între focar și oglindă.*

Tabelul 1.1.1

Poziția obiectului	Caracteristicile imaginii			
	Poziția	Natura	Sensul	Mărimea
$d > 2f$	$f < d' < 2f$	reală	răsturnată	$I < O$
$d = 2f$	$d' = 2f$	reală	răsturnată	$I = O$
$f < d < 2f$	$d' > 2f$	reală	răsturnată	$I > O$
$d = f$	la infinit	reală	răsturnată	infinită
$0 < d < f$	în spatele oglinzii	virtuală	dreaptă	$I > O$

Exercițiul 1.1.2. Construiți imaginea unui tub luminos situat în centrul de curbură al unei oglinzi concave, respectiv, în focarul acesteia.

Relația punctelor conjugate pentru oglinzi are forma:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{2}{R}.$$

Distanțele focale și mărirea liniară au expresiile:

$$\beta=-\frac{x_2}{x_1}.$$

1.1.3. Refracția luminii

În figura 1.1.16 este reprezentată refracția unei raze de lumină pe o suprafață netedă. Unghiul *r* format de raza refractată, *OB*, cu normala, *ON'*, se numește ***unghi de refracție***. Unghiul δ format de prelungirea razei incidente cu direcția razei emergente, în acest caz *raza refractată,* se numește **unghi de deviație**. În cazul fenomenului de refracție $\delta = i - r$.

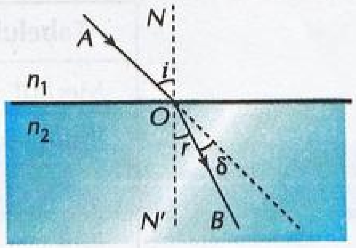


Fig. 1.1.16. **Refracția razei la suprafața de separație dintre două medii optice**

Experimental se constată că:

1) raza incidentă, normala la suprafața de separare în punctul de incidență și raza refractată sunt situate în același plan;

2) raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este o constantă specifică unei perechi de medii aflate în contact.

Aceste constatări experimentale constituie ***legile refracției:***

Legea I: Raza incidentă, normala la suprafața de refracție în punctul de incidență și raza refractată sunt situate în același plan.

Legea II: Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este o constantă specifică unei perechi de medii date:

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n_{21}.$$

Această constantă n_{21} este numită ***indice de refracție*** al mediului al doilea față de primul.

Observație: Întotdeauna primul mediu este cel în care se află raza incidentă, iar al doilea mediu este cel în care se află raza refractată.

Indicele de refracție n_{21} este un indice de refracție *relativ*: al mediului 2 față de mediul 1. Dacă mediul 1 (în care se află raza incidentă) este vidul, atunci indicele de refracție al mediului 2 este numit ***indice de refracție absolut*** și este dat de expresia

$$n = \frac{c}{v}.$$

Pentru fiecare dintre cele două medii considerate în legea a II-a a refracției se poate scrie o astfel de relație

$$n_1 = \frac{c}{v_1}, \quad n_2 = \frac{c}{v_2}.$$

Folosind aceste relații și expresia lui n_{21} se găsește că

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Observație: Din relația precedentă se constată că valoarea indicelui de refracție al vidului a fost luată, prin convenție, egală cu 1.

Folosind apoi această relație se poate rescrie expresia matematică a legii a II-a în forma

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r.$$

În tabelul 1.1.2 sunt date câteva valori ale indicilor de refracție pentru unele medii.

Tabelul 1.1.2

Mediul	n	Mediul	n
hidrogen	1,0001	glicerină	1,473
aer	1,003	sticlă	1,5-1,62
apă	1,333	sulfură de carbon	1,6277
acetonă	1,362	diamant	2,4173

Exercițiul 1.1.3. Adâncimea apei dintr-un vas este h. Pe fundul vasului este așezată o monedă. Aflați la ce adâncime aparentă h' se vede moneda (fig. E 1.1.3).

Soluție: Razele de lumină pornite de la monedă ajung la suprafața apei, se refractă și ajung la ochiul observatorului (cerculețul din figură). Acestuia moneda îi apare ca fiind situată la intersecția prelungirii razelor refractate cu verticala.

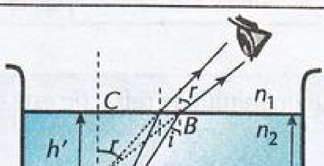


Fig. E 1.1.3.

Din triunghiurile ABC și DBC rezultă că

$$\operatorname{tg} i = \frac{BC}{h}, \quad \operatorname{tg} r = \frac{BC}{h'},$$

de unde rezultă că

$$h' = h \cdot \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}.$$

Dacă ochiul observatorului este foarte aproape de verticală, unghiurile i și r sunt mici, $\cos i \approx 1, \cos r \approx 1$ și, corespunzător, în locul tangentelor se pot folosi sinusurile

$$h' = h \cdot \frac{\sin i}{\sin r} = h \cdot \frac{n_1}{n_2}.$$

Pentru obținerea ultimei egalități s-a folosit legea a II-a a refracției.

În figura E 1.1.3, $r > i$, deci $\sin r > \sin i$, de unde rezultă, conform relației de mai sus, $n_2 > n_1$. Despre mediul cu indicele de refracție mai mare se spune că este ***mai dens optic***, sau, alternativ, că este ***mai refractiv***. Aceasta înseamnă că, la trecerea dintr-un mediu într-un alt mediu, mai dens optic, raza de lumină se apropie de normală. Invers, la trecerea dintr-un mediu într-un mediu mai puțin dens optic, raza de lumină se depărtează de normală (fig. 1.1.17-a).

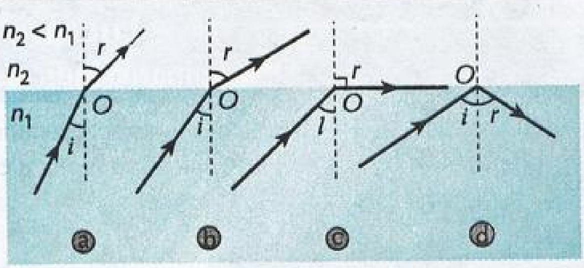


Fig. 1.1.17. **Refracția la diferite unghiuri de incidență**

Din figura 1.1.17-a se naște întrebarea: ce se întâmplă când unghiul de incidență crește? Din figura 1.1.17-b, se vede că atunci când unghiul de incidență crește, unghiul de refracție crește și el. Valoarea maximă posibilă a unghiului de refracție este de 90° (fig. 1.1.17-c). În acest caz lumina nu mai trece în mediul al doilea, iar fenomenul este numit ***reflexie totală***. Unghiul de incidență minim, l, la care se manifestă fenomenul de reflexie totală se numește ***unghi limită***. La unghiuri de incidență $i < l$ lumina este refractată în mediul mai puțin refractiv, iar la unghiuri de incidență $i > l$ lumina se reflectă pe suprafața de separație (fig. 1.1.17-d). Conform legii a II-a a refracției

$$\sin l = \frac{n_2}{n_1}.$$

LECTURĂ

O aplicaţie tehnică deosebită a fenomenului de reflexie totală constă în realizarea cablurilor optice (fig. 1.1.18) utilizate în telecomunicaţii, medicină, etc. Într-un astfel de cablu optic pot avea loc aproximativ 15000 – 20000 de reflexii totale pe fiecare metru de lungime. Ca sursă de lumină se foloseşte de obicei un laser. Acesta poate fi comutat uşor pe două stări: pornit-oprit. Când laserul este pornit există fascicul luminos; când este oprit nu există fascicul luminos. De aceea, pentru transmiterea informaţiilor se foloseşte codul binar, care are numai două cifre: 0 şi 1; 0 corespunde stării în care laserul este oprit, iar 1, stării în care laserul este pornit. Oricare dintre aceste cifre reprezintă din punct de vedere informatic, un ***bit***. Cu ajutorul unui cablu optic se poate realiza transmisia a circa 1 *miliard de biţi pe secundă* (1 Mb/s). Utilizat în telecomunicaţii, cablul optic are şi alte avantaje faţă de cablul din cupru: sunt necesare numai 0,012 kg de sticlă pentru realizarea unui kilometru de fibră optică, în timp ce pentru realizarea unui cablu echivalent sunt necesare 20-30 kg de cupru. Pentru anihilarea pierderilor de energie ale semnalului, la ratele de transmisie menţionate mai sus, sunt necesare amplificatoare (numite ***repetitoare***) la distanţe de circa 40 km unul de altul, în timp ce în cazul cablului de cupru sunt necesare repetitoare la circa 5 km.

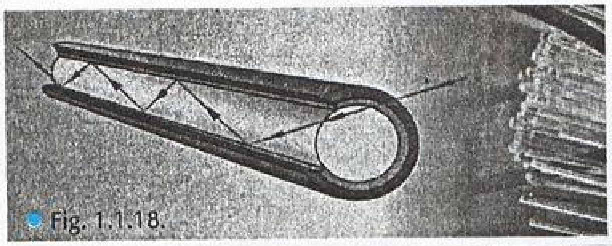


Fig. 1.1.18.

În laboratoare se studiază în prezent modularea în frecvenţă a fasciculului laser, care ar permite multiplicarea de circa 1000 de ori a ratei de transmisie a informaţiei (1 Tb/s). Aceasta înseamnă, de exemplu, transmiterea simultană a 3000 de canale TV pe un singur cablu optic! Astfel de performanţe nu pot fi egalate de cablurile de cupru, la care limita realizată practic până în prezent este de 100 de milioane de biţi pe secundă.

Cablurile optice sunt utilizate şi pentru realizarea unui dispozitiv medical, numit ***endoscop***, cu ajutorul căruia medicul poate privi în interiorul corpului uman. Prin unele fibre ale cablului optic ajunge lumina în locul de investigat, iar prin altele este transmisă imaginea luată de o cameră video miniaturală.

Lucrare de laborator
Determinarea indicelui de refracţie al unui mediu

Veţi calcula valoarea indicelui de refracţie al unui mediu transparent şi omogen (un corp semicilindric din plexiglas aflat în trusa de fizică), utilizând legea a doua a refracţiei luminii.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ulterior veţi determina unghiul-limită al mediilor plexiglas-aer.

$$\sin l = \frac{n_1}{n_2}, \quad \text{unde} \quad n_2 > n_1$$

Procedeu experimental

Materialele din trusa de fizică necesare realizării experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: corp din plexiglas sau sticlă (secţiune de lentilă semicilindrică sau lamă cu feţe plane), un laser pointer, un raportor, coli hârtie de scris, o riglă, creioane,calculator, tabele trigonometrice

Pentru a calcula valoarea indicelui de refracţie executaţi următoarele operaţii:

- Aşezaţi corpul transparent pe o coală albă de hârtie şi trasaţi cu creionul conturul său (fig. 1.1.19, 1.1.20)

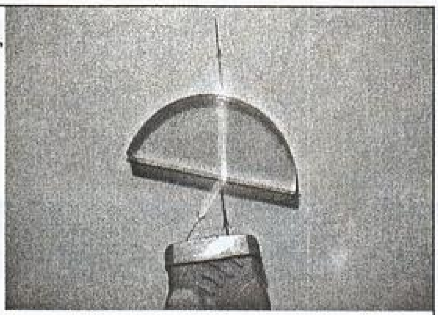


Fig. 1.1.19. **Drumul fasciculului laser prin lentila semicilindrică**

- Introduceţi fasciculul laser în corp prin faţa plană şi asiguraţi emergenţa prin faţa opusă (aveţi grijă să nu obţineţi aici reflexie totală ca în fig. 1.1.21)
- Punctaţi raza incidentă, raza emergentă şi intersecţiile lor cu suprafeţele de separaţie dintre plexiglas (sticlă) şi aer.
- Îndepărtaţi apoi laserul şi corpul şi trasaţi cu ajutorul riglei şi al creionului razele cerute
- Trasaţi normalele în punctele de incidenţă
- Măsuraţi unghiurile *i* şi *r*, *i'* şi *r'*
- Introduceţi datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	*i*		*r*		*i'*		*r'*		sin *i* / sin *r* = *n*	sin *i'* / sin *r'* = *n*	$\bar{n}$
	°	rad	°	rad	°	rad	°	rad			

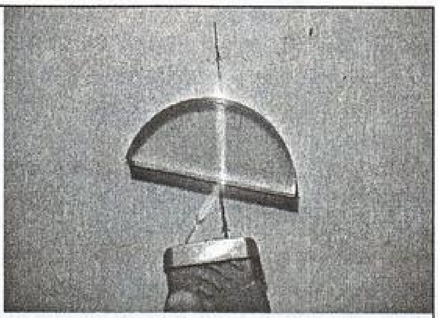


Fig. 1.1.20. **Drumul fasciculului laser prin lama cu feţe plan-paralele**

- Utilizaţi pentru transformarea gradelor hexagesimale în radiani relaţia:

$$\text{unghi(rad)} = \frac{\text{unghi}(^\circ)\cdot 3{,}14}{180^\circ}$$

- Calculaţi valorile indicelui de refracţie absolut al plexiglasului (sau sticlei), apoi efectuaţi media lor aritmetică pentru a obţine o valoare cât mai apropiată de valoarea adevarată a indicelui de refracţie.
- Repetaţi operaţiile de 7, 8 ori.

Pentru a calcula valoarea unghiului-limită executaţi următoarele operaţii:

- Așezați din nou corpul transparent pe o coală albă de hârtie și trasați cu creionul conturul său
- Introduceți fasciculul laser în corpul transparent printr-una din fețe astfel încât să obțineți reflexie totală la fața opusă (vezi fig. 1.1.21)
- Măsurați unghiul $r' = l$ pentru care $i' = \pi/2$.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:
- Calculați valorile unghiului limită al mediilor în contact.
- Repetați operațiile de 2, 3 ori.

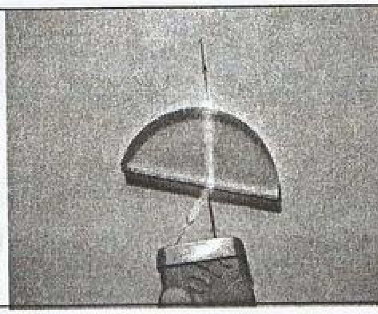


Fig. 1.1.21.

Nr. crt.	$i = \frac{\pi}{2}$	$l = r'$		$\bar{l}$(rad)	
		°	rad	°	rad

Observație: Pentru a putea observa cu ușurință fasciculele luminoase va trebui să lucrați într-o cameră întunecată.

Întrebări și concluzii

Care sunt sursele de erori care afectează experimentul realizat?

Valoarea indicelui de refracție al mediului cu care ați lucrat este supraunitară!

Aprofundări

Încercați să determinați pe baza valorii calculate a indicelui de refracție absolut viteza de propagare a luminii în plexiglas (sau sticlă).

Imaginați-vă o metodă de determinare a indicelui de refracție al unui lichid și proiectați un experiment care să aibă ca scop calculul indicelui de refracție al unei soluții de apă cu sare de bucătărie.

1.1.4. Prisma optică. Dispersia luminii

Prisma optică este un mediu transparent delimitat de două fețe plane neparalele care fac între ele un unghi diedru (fig. 1.1.22). Linia de intersecție a fețelor neparalele este numită ***muchia prismei***. Fața opusă muchiei este numită ***baza prismei.*** Unghiul diedru format de fețele prismei, *A*, este numit ***unghiul prismei*** sau ***unghi refringent***. Orice plan perpendicular pe muchia prismei determină o ***secțiune principală*** (ΔABC în figura 1.1.22).

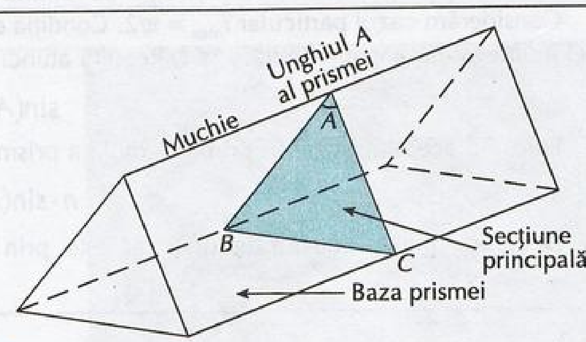


Fig. 1.1.22. **Elementele geometrice ale prismei optice**

Observație: O prismă optică se prezintă schematic printr-o secțiune principală.

În figura 1.1.23 este prezentat mersul prin prismă al unei raze de lumină monocromatică situată în planul secțiunii principale *ABC*.

Observație: ***lumina monocromatică*** constă dintr-un singur tip de radiație electromagnetică (lungime de undă unică).

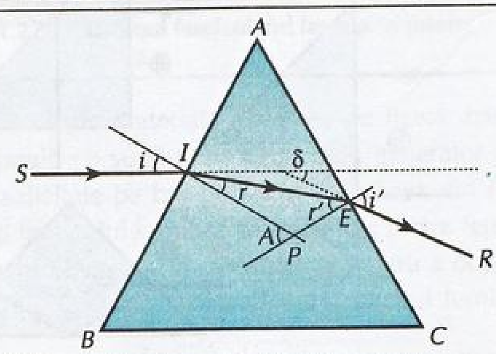


Fig. 1.1.23. **Refracția razei prin prisma optică**

Raza *SI* incidentă sub unghiul *i* pe fața *AB* este refractată în prismă sub unghiul *r*, ajunge la fața *AC* sub unghiu r' în punctul de emergenţă E şi iese din prismă sub unghiul i'. Se presupune că indicele de refracţie absolut al substanţei din care este confecţionată prisma este n. Se consideră că prisma este situată în aer ($n_{aer} = 1$). Atunci, din legea a doua a refracţiei se obţin relaţiile

$$\sin i = n \cdot \sin r\,, \quad n \cdot \sin r' = \sin i'.$$

Din ΔIPE rezultă relaţia

$$\boxed{A = r + r'.}$$

Unghiul, δ, format de raza emergentă ER cu cea incidentă SI este numit ***unghi de deviaţie.*** Se poate arăta că

$$\boxed{\delta = i + i' - A.}$$

Exerciţiul 1.1.4. Folosind figura 1.2.23 deduceţi relaţia precedentă.

Observaţie: Cele 4 relaţii deduse mai sus sunt numite ***formulele prismei optice.***

Se poate arăta că unghiul de deviaţie are valoarea minimă δ_m atunci când $i' = i$.

Exerciţiul 1.1.5. Reprezentaţi grafic mersul razei de lumină în acest caz.

În cazul unghiului de deviaţie minim, folosind formulele prismei optice se obţine relaţia

$$\boxed{\sin\frac{\delta_m + A}{2} = n \cdot \sin\frac{A}{2}.}$$

Observaţie: Din relaţia precedentă se constată că, prin măsurători ale unghiului A al prismei şi unghiului de deviaţie minimă δ_m se poate determina valoarea indicelui de refracţie, n, al materialului din care este confecţionată prisma. Metoda are o precizie de până la 1%.

Se poate pune întrebarea: *este posibil ca lumina să sufere o reflexie totală pe faţa AC a prismei?*

Considerăm cazul particular $i_{max} = \pi/2$. Condiţia ca o rază intrată în prismă să poată ieşi din ea este ca r' să fie cel mult egal cu unghiul limită: $r' \le l$. Rezultă atunci că $A \le r + l$, adică

$$\sin(A - l) \le \sin r.$$

Folosind această relaţie în prima formulă a prismei, se găseşte că

$$n \cdot \sin(A - l) \le \sin i.$$

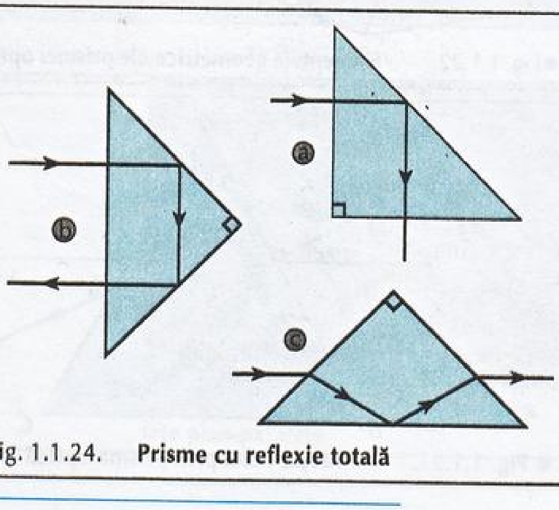
Deoarece unghiul maxim de incidenţă este, prin ipoteză, $\pi/2$, din relaţia precedentă rezultă că

$$\sin(A - l) \le \frac{1}{n} = \sin l.$$

Din această inegalitate rezultă imediat că există o condiţie de emergenţă din prismă, şi anume

$$A \le 2 \cdot l.$$

Această condiţie conduce la ideea că se pot construi prisme cu reflexie totală. Pentru sticla crown, de indice de refracţie $n = 1{,}52$, unghiul limită este $l \approx 41°$. Se poate construi atunci o prismă cu unghiul $A = \pi/2$, în care lumina va suferi reflexii multiple (fig. 1.1.24). Prisma din figura 1.1.24-a deviază lumina cu 90°. Ea este utilizată la construirea periscoapelor submarinelor. Prisma din figura 1.1.24-b, folosită la construirea binoclului, deviază lumina cu 180°.



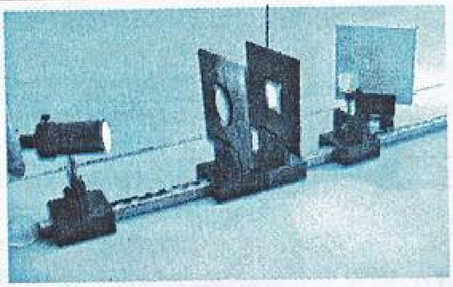
• Fig. 1.1.24. **Prisme cu reflexie totală**

Lucrare de laborator

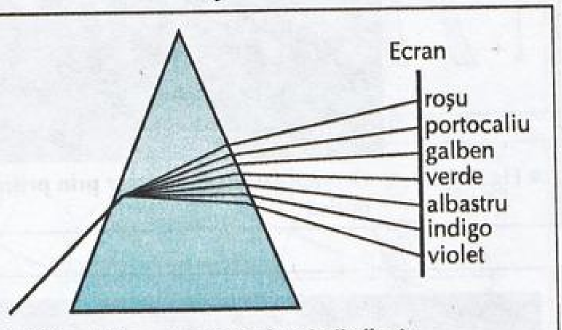
Studiul propagării luminii prin prisma optică

Acum veți observa fenomenul de propagare a luminii naturale în prisma optică. Ulterior veti utiliza un fascicul laser de culoare roșie (lumină monocromatică) pentru a vizualiza drumul sau prin prisma optică.

Trimițând spre o prismă un fascicul îngust de lumină alb, provenind de la un bec, se constată că, în punctul de incidență, după intrarea în prismă, fasciculul începe să se descompună într-un fascicul colorat, din ce în ce mai larg (fig. 1.1.26). Pe ecran va apărea o bandă multiplu colorată, culoarea trecând, treptat și continuu, de la roșu la violet prin toate culorile curcubeului. Deoarece trecerea de la o culoare la alta se face în mod continuu, imaginea obținută pe ecran este numită ***spectrul continuu*** al luminii albe. Acest fenomen de descompunere a luminii albe în culorile componente este numit ***dispersia*** luminii.

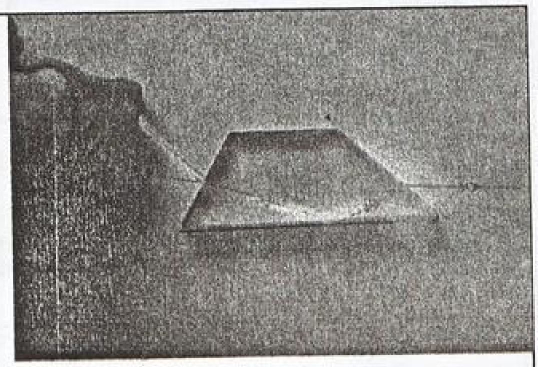


● Fig. 1.1.25. **Banc optic**



● Fig. 1.1.26. **Descompunerea lungimii albe în spectrul vizibil la trecerea prin prisma optică**

Din figura 1.1.26 se vede că lumina portocalie este refractată mai puternic decât cea roșie, cea gabenă este refractată mai puternic decât cea portocalie, etc. Deoarece lumina de toate culorile a intrat în prismă, în fasciculul alb, sub același unghi de incidență suntem obligați să acceptăm faptul că indicele de refracție al mediului transparent din care este construită prisma depinde de culoarea luminii. Se constată că *indicele de refracție* al prismei este mai mare pentru lumina roșie decât pentru violet. Aceasta este situația pentru mediile transparente uzuale. De aceea fenomenul este numit ***dispersie normală.*** Există situații speciale în care indicele de refracție este mai mic pentru lumina roșie decât pentru cea violet. Acesta este, de exemplu, cazul unei prisme goale umplute cu vapori de iod. Fenomenul este numit ***dispersie anormală.***



● Fig. 1.1.27. **Drumul fasciculului laser prin prisma optică**

Pentru a observa dispersia luminii naturale sunt necesare următoarele materiale din trusa de fizică: banc optic, ecran gradat, lentilă convergentă +120 cu suport, fanta simplă cu suport, lampă optică, generator de tensiune, prisma optică echilateră cu suport. Așezați elementele solicitate pe bancul optic în ordinea din fig. 1.1.25, alimentați lampa optică la 6 V și deplasați fanta până când fasciculul luminos cade pe una dintre fețele transparente ale prismei. Rotiți prisma în suport până când fasciculul emerge prin cealaltă față pentru a obține imaginea pe ecranul poziționat lateral. Priviți imaginea de pe ecran. Ceea ce observați este spectrul luminii naturale.

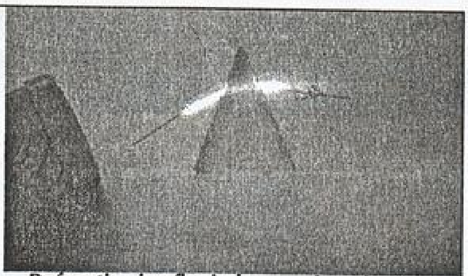


Fig. 1.1.28. **Refracția și reflexia laser prin prisma optică**

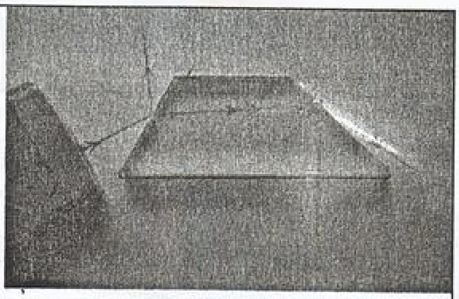


Fig. 1.1.29. **Drumul fasciculului laser prin prisma optică**

Fig. 1.1.30. **Curcubeul**

Pentru a observa propagarea luminii monocromatice roșii prin prismă veți utiliza: un laser pointer, prisma aleasă, coli albe de hârtie, creion ascuțit, raportor, linie.

Urmăriți drumul fasciculelor de lumină prin prismele din imaginile (fig. 1.1.27-1.1.29).

Aplicați metoda descrisă la pagina 18 pentru determinarea indicelui de refracție al materialului prismei.

Observații

Pentru a putea observa cu ușurință fasciculele luminoase va trebui să lucrați într-o cameră întunecată.

Întrebări și concluzii

Ce rol are fanta simplă pe care o utilizați?

Care sunt sursele de erori care afectează experimentul realizat?

Refracția luminii este insoțită întotdeauna de reflexie.

Valoarea indicelui de refracție al mediului prismei este supraunitară!

Aprofundări

Cum explicați apariția curcubeului? Imaginați-vă că în descompunerea luminii rolul prismei este preluat de picăturile de apă din atmosferă. De ce culoarea arcului interior al curcubeului este violet, iar cea de la exterior este roșu?

Uneori apare curcubeul secundar (fig. 1.1.30). De ce ordinea culorilor este inversată în cazul său?

PROPOZIȚIA I. TEOREMA 1

Razele de lumină care diferă prin culoare diferă și prin gradele de refrangibilitate.

I. Newton, „Optica"

1.2. Lentile subțiri – noțiuni fundamentale

Definiție: Se numește ***lentilă*** un mediu transparent limitat de două suprafețe sferice sau de o suprafață sferică și una plană.

Lentilele pot fi clasificate în două categorii:

a) ***lentile convergente*** – sunt lentilele mai groase la mijloc decât la margini (fig. 1.2.1-a);

b) ***lentile divergente*** – sunt lentilele mai subțiri la mijloc decât la margini (fig. 1.2.1-b).

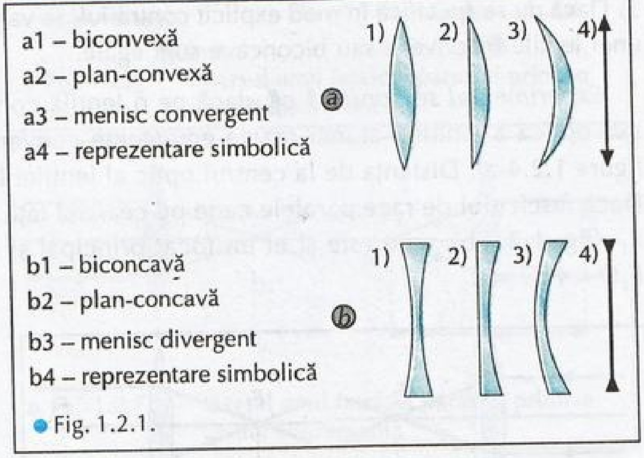


Fig. 1.2.1.

Observații:

1) Denumirile celor două categorii de lentile provin de la următoarele constatări: un fascicul de raze paralele care traversează o lentilă convergentă devine convergent, iar dacă traversează o lentilă divergentă devine divergent.

2) În figura 1.2.1 sunt prezentate lentilele cele mai des utilizate în tehnică.

În figura 1.2.2 sunt prezentate principalele caracteristici geometrice ale lentilelor convergente și, respectiv, divergente. Lentila are două ***centre de curbură***, C_1 și, respectiv, C_2, care sunt centrele celor două calote sferice. Razele $|R_1|$ și $|R_2|$ ale celor două calote sferice sunt ***razele de curbură*** ale lentilei.

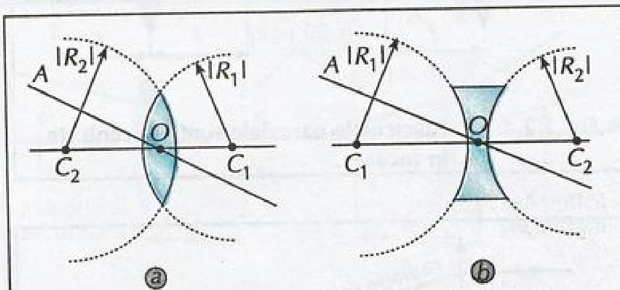


Fig. 1.2.2. **Elementele geometrice ale lentilelor**

Observație. Notația folosită aici se justifică astfel. Razele de curbură $|R_1|$ și $|R_2|$ sunt distanțe (pozitive întotdeauna) în timp ce cu R_1 și R_2 sunt notate abscisele centrelor de curbură C_1 și, respectiv, C_2, în sistemul de coordonate utilizat, iar acestea pot fi pozitive sau negative.

Dreapta care trece prin cele două centre de curbură, C_1 și C_2, este numită ***axa optică principală*** a lentilei. Punctul O, situat pe axa optică în centrul lentilei are proprietatea că orice rază de lumină care trece prin el nu este deviată și este numit ***centrul optic*** al lentilei. Orice dreaptă care trece prin centrul optic, de exemplu AO, este numită ***axă optică secundară***.

Drumul real al unei raze de lumină incidente pe direcția unei axe secundare este arătat în figura 1.2.3. La intrarea în lentilă raza de lumină suferă o refracție și, apoi, la ieșirea din lentilă, suferă o nouă refracție. Ca urmare, raza emergentă (care iese din lentilă) are o direcție paralelă cu direcția razei incidente dar diferită de aceasta. Dacă grosimea maximă a lentilei este mică, deviația razei emergente este neglijabilă și se poate considera că raza de lumină care trece prin centrul optic al lentilei nu este deviată. Astfel de lentile se numesc *lentile subțiri*.

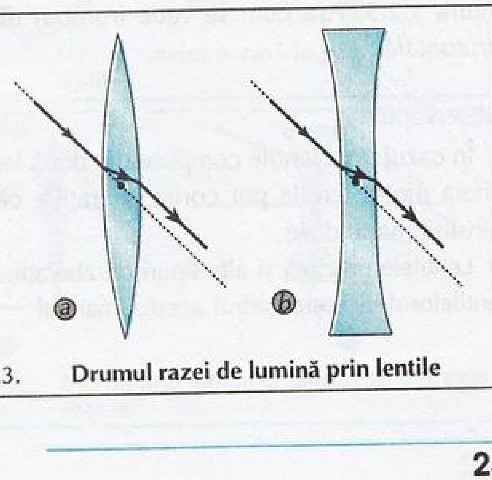


Fig. 1.2.3. **Drumul razei de lumină prin lentile**

Definiţie: Se numeşte *lentilă subţire* o lentilă a cărei grosime, măsurată pe axa optică principală, este mult mai mică decât cea mai mică dintre razele ei de curbură.

Observaţii:

1) În continuare vom studia numai lentilele subţiri, folosind în exclusivitate aproximaţia gaussiană.

2) Dacă nu se specifică în mod explicit contrariul, se va presupune întotdeauna că cele două raze de curbură ale unei lentile biconvexe sau biconcave sunt egale.

Experimental se constată că, dacă pe o lentilă convergentă este incident un fascicul de raze paralel cu axa optică a lentilei, atunci razele emergente converg într-un punct numit ***focar principal*** (notat cu F_2 în figura 1.2.4-a). Distanţa de la centrul optic al lentilei la focar este numită ***distanţă focală*** şi se notează cu f. Dacă fasciculul de raze paralele cade pe *cealaltă* faţă a lentilei, atunci razele emergente converg într-un punct F_1 (fig. 1.2.4-b), care este şi el un focar principal şi este simetricul lui F_2 faţă de centrul optic al lentilei, $F_1O = F_2O = f$.

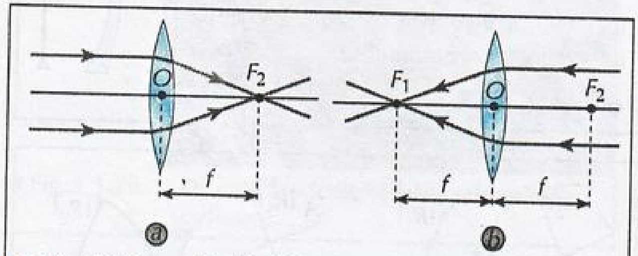


Fig. 1.2.4. **Fasciculele paraxiale sunt concentrate în focare**

Observaţii:

1) Deoarece razele de lumină trec prin focarele principale, acestea sunt focare *reale*.

2) Cele două focare principale sunt simetrice în raport cu centrul optic al lentilei numai atunci când ambele feţe ale lentilei au aceeaşi rază de curbură şi ambele feţe ale lentilei sunt în contact cu acelaşi mediu.

Concluzie: O lentilă convergentă are două focare principale reale.

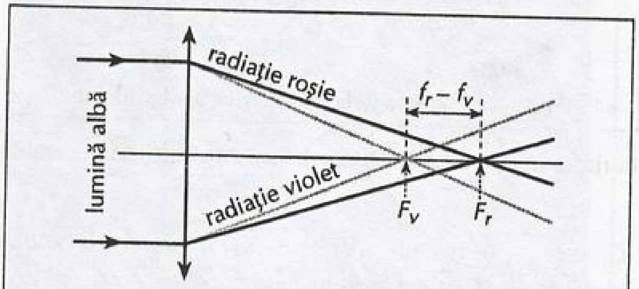


Fig. 1.2.5. **Ilustrarea aberaţiei cromatice**

Aşa cum am arătat că indicele de refracţie al unui mediu transparent depinde de culoarea luminii utilizate. Aceasta înseamnă că indicele de refracţie n_v pentru razele violete este mai mare decât indicele de refracţie pentru razele roşii: $n_v > n_r$. Atunci, din relaţia precedentă, rezultă că $f_v < f_r$. Focarul razelor violete este deci mai aproape de lentilă decât focarul razelor roşii: există o infinitate de focare cuprinse între F_r şi F_v. Acest fenomen de *dispersie a focarelor* este numit ***aberaţie cromatică***. Aberaţiile cromatice care apar în cazul unei lentile subţiri convergente sunt ilustrate în figura 1.2.5. Aşa cum se vede (rombul din figură) există atât o aberaţie cromatică *transversală*, cât şi una *orizontală*.

Observaţii:

1) În cazul unei lentile compuse din două lentile lipite, de exemplu una convergentă şi una divergentă, aberaţiile uneia dintre lentile pot corija aberaţiile celeilalte lentile. Lentila compusă va avea astfel aberaţii cromatice sensibil mai reduse.

2) Lentilele prezintă şi alte tipuri de aberaţii: aberaţia de sfericitate, aberaţia de astigmatism, etc. Studiul aberaţiilor lentilelor depăşeşte cadrul acestui manual.

În mod analog se constată că *o lentilă divergentă are două focare principale virtuale* (aflate la intersecția *prelungirilor* razelor de lumină și nu la intersecția razelor, figura 1.2.6).

Așa cum se vede din figura 1.2.7-a, dacă obiectul este situat la infinit imaginea se formează în focarul din dreapta lentilei și, de aceea, este numit ***focar imagine*** (F_i).

Dacă obiectul este situat în focarul din stânga lentilei (fig. 1.2.7-b), imaginea se formează la infinit și, de aceea, este numit ***focar obiect*** (F_o). În cazul unei lentile divergente (fig. 1.2.6) cele două focare sunt poziționate invers.

Dacă fasciculul incident este paralel și formează un mic unghi cu axa optică principală (fig. 1.2.8), razele emergente (sau prelungirile lor – în cazul unei lentile divergente) converg într-un punct numit ***focar secundar;*** acesta este situat într-un plan perpendicular pe axa optică principală în focarul principal, numit ***plan focal***.

În continuare sunt prezentate razele de lumină folosite cel mai des la construirea imaginilor în lentilele convergente și, respectiv, divergente.

În cazul unei lentile convergente, pentru o rază de lumină incidentă, paralelă cu axa optică principală, raza emergentă trece prin focarul principal (fig. 1.2.9-a).

În cazul unei lentile divergente, pentru o rază de lumină paralelă cu axa principală, raza emergentă are o astfel de direcție încât prelungirea sa trece prin focarul principal al lentilei (fig. 1.2.9-b).

Conform proprietății de reversibilitate a luminii, în cazul unei lentile convergente, pentru o rază de lumină incidentă care trece prin focarul principal, raza emergentă este paralelă cu axa optică principală (fig. 1.2.10-a).

În cazul unei lentile divergente, pentru o rază de lumină care are o astfel de direcție încât prelungirea sa trece prin focarul principal al lentilei, raza emergentă este paralelă cu axa optică principală (fig. 1.2.10-b).

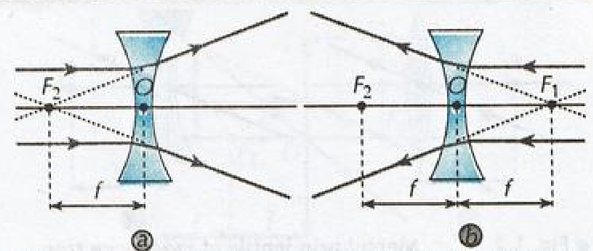


Fig. 1.2.6. **Mersul unui fascicul paraxial printr-o lentilă divergentă**

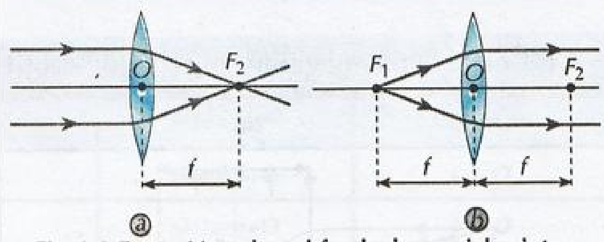


Fig. 1.2.7. **Mersul unui fascicul paraxial printr-o lentilă convergentă**

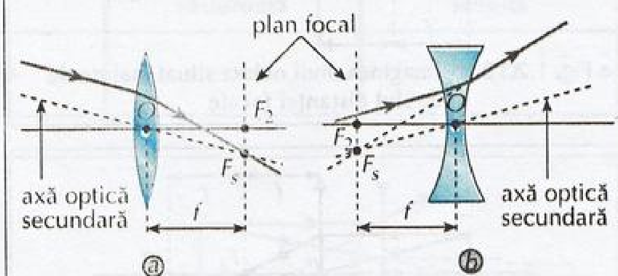


Fig. 1.2.8. **Mersul razelor neparaxiale prin lentile**

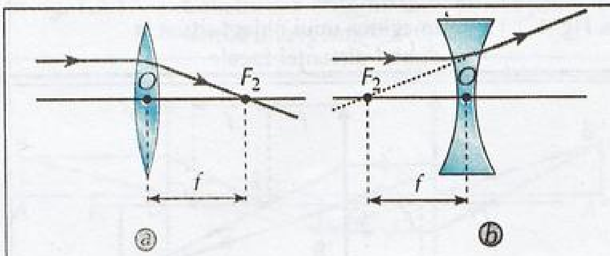


Fig. 1.2.9. **Mersul razelor paraxiale prin lentile**

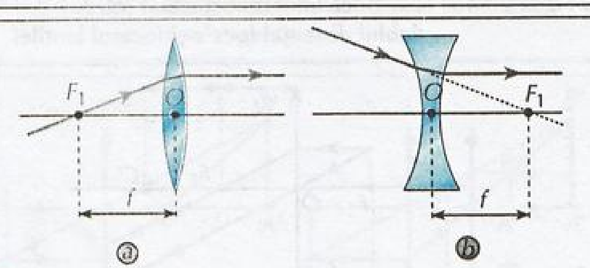
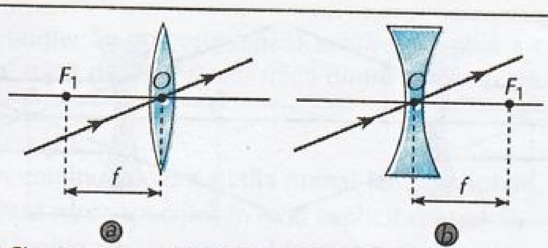


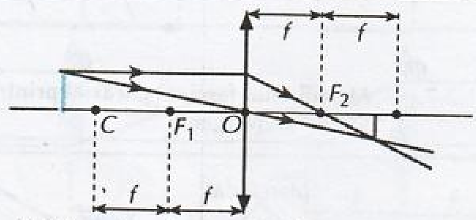
Fig. 1.2.10. **Mersul prin lentile al razelor ce trec prin focare**



• Fig. 1.2.11. **Mersul prin lentile al razelor ce trec prin centrul optic**

O rază de lumină incidentă care trece prin centrul optic al unei lentile subțiri nu este deviată (fig. 1.2.11-a,b).

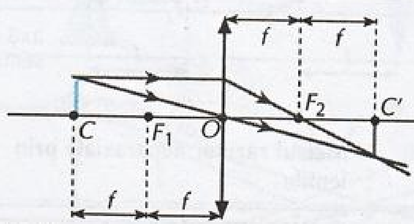
1.2.1. Construcția imaginilor prin lentile subțiri



• Fig. 1.2.12. **Imaginea unui obiect situat înainte de dublul distanței focale**

În această secțiune vom studia construcția imaginii unui obiect luminos nepunctiform situat la diferite distanțe de o lentilă subțire. Este considerat mai întâi cazul unei lentile convergente biconvexe.

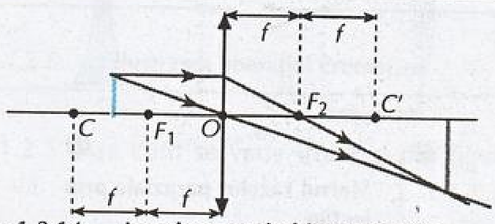
Considerăm un tub luminos plasat la o distanță $d > 2f$ față de lentilă (dincolo de centrul de curbură C al lentilei, fig. 1.2.12). Se constată că *imaginea se formează între planul focal și 2f, este reală, răsturnată și mai mică decât obiectul.*



• Fig. 1.2.13. **Imaginea unui obiect situat la dublul distanței focale**

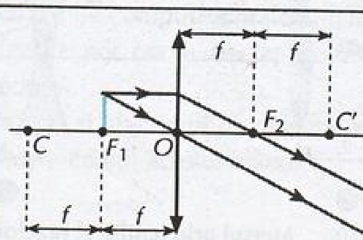
Observație: Imaginea este *reală* când se formează prin intersecția razelor emergente (ea poate fi „prinsă" pe un ecran) și *virtuală* când se formează prin intersecția prelungirilor razelor emergente.

Considerăm un tub luminos plasat la o distanță $d = 2f$ față de lentilă (în centrul de curbură al lentilei, C – fig. 1.2.13). Se constată că *imaginea se formează la distanța 2f, este reală, răsturnată și egală cu obiectul.*



• Fig. 1.2.14. **Imaginea unui obiect situat între dublul distanței focale și focarul lentilei**

Considerăm un tub luminos plasat la o distanță d față de lentilă, cu $f < d < 2f$ (fig. 1.2.14). Se constată că *imaginea se formează la o distanță mai mare decât 2f, este reală, răsturnată și mai mare ca obiectul.*

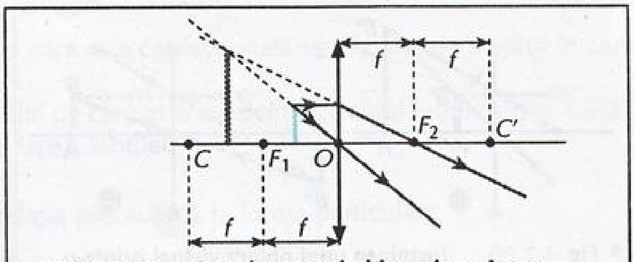


• Fig. 1.2.15. **Imaginea unui obiect situat în focar**

Considerăm un tub luminos plasat în focarul F (la o distanță $d = f$ față de lentilă, fig. 1.2.15). Se constată că razele emergente sunt paralele, *imaginea se formează la infinit, este reală răsturnată și infinită.*

Considerăm un tub luminos plasat la o distanță $d < f$ față de lentilă (între focarul F și lentilă, fig. 1.2.16). Se constată că *imaginea se formează la intersecția prelungirilor razelor emergente, este deci virtuală, dreaptă și mai mare decât obiectul.*

Rezultatele obținute privind formarea imaginilor în lentile convergente sunt sintetizate în tabelul 1.2.1.



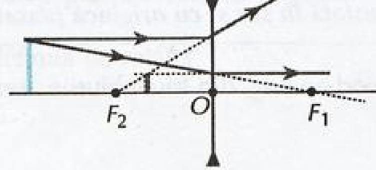
• Fig. 1.2.16. **Imaginea unui obiect situat între focar și centrul optic**

Tabelul 1.2.1

Poziția obiectului	Caracteristicile imaginii			
	Poziția	Natura	Sensul	Mărimea
$d > 2f$	$f < d' < 2f$	reală	răsturnată	$I < O$
$d = 2f$	$d' = 2f$	reală	răsturnată	$I = O$
$f < d < 2f$	$d' > 2f$	reală	răsturnată	$I > O$
$d = f$	la infinit	reală	răsturnată	infinită
$0 < d < f$	la intersecția prelungirilor razelor emergente	virtuală	dreaptă	$I > O$

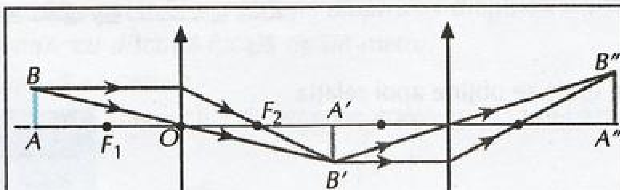
Observație: Comparați tabelul 1.2.1 cu tabelul 1.1.1.

Construcția imaginii unui obiect în cazul unei lentile divergente este ilustrată în figura 1.2.17. Construind imaginile obiectului așezat la distanțe diferite față de lentilă, se constată că, indiferent de valoarea distanței obiect-lentilă, *imaginea este virtuală, dreaptă, mai mică decât obiectul și este situată între focar și lentilă.*



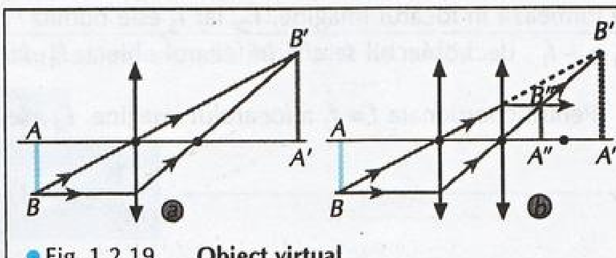
• Fig. 1.2.17. **Construcția imaginii unui obiect printr-o lentilă divergentă**

Să analizăm situația din figura 1.2.18, în care două lentile convergente au axa optică principală comună; obiectul AB dă o imagine reală, $A'B'$, prin lentila 1; *observăm că imaginea $A'B'$ devine obiect pentru lentila 2,* prin care formează imaginea $A''B''$.



• Fig. 1.2.18. **Imaginea unui obiect prin două lentile convergente**

Să considerăm apoi situația din figura 1.2.19. Fie $A'B'$ imaginea dată de o lentilă convergentă unui obiect real AB (fig. 1.2.19-a). Dacă între lentilă și imaginea $A'B'$ se așază o altă lentilă convergentă (fig. 1.2.19-b), raza care trece prin centrul optic al primei lentile este deviată la trecerea prin a doua lentilă, astfel încât imaginea obiectului AB este $A''B''$. În acest caz se spune că *imaginea $A'B'$ a devenit* **obiect virtual** *pentru a doua lentilă.*



• Fig. 1.2.19. **Obiect virtual**

Concluzie: O lentilă convergentă dă, de la un obiect *virtual*, situat dincolo de focar, o imagine *reală*, dreaptă, mai mică decât obiectul, așezată între focar și lentilă.

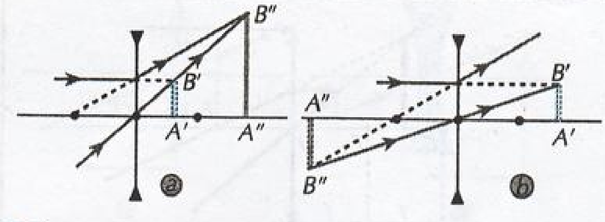


Fig. 1.2.20. **Imaginea unui obiect virtual printr-o lentilă divergentă**

În cazul unei lentile divergente, construirea imaginii unui obiect virtual este reprezentată în figura 1.2.20. Se constată că apar două situații distincte. Dacă obiectul *virtual* este situat între lentilă și focar, lentila dă o imagine *reală*, dreaptă și mai mare ca obiectul. Dacă obiectul *virtual* este situat dincolo de focar, lentila dă o imagine *virtuală* și răsturnată.

1.2.2. Formulele lentilelor subțiri

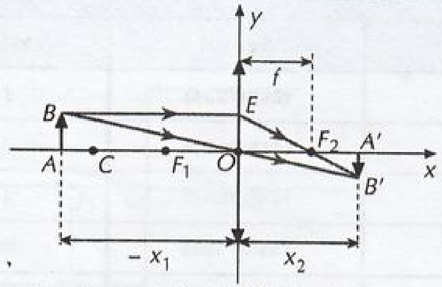


Fig. 1.2.21. **Imaginea unui obiect îndepărtat printr-o lentilă convexă**

În figura 1.2.21 este prezentată construirea imaginii unui obiect real situat la o distanță mai mare de $2f$ de lentilă. Din triunghiurile asemenea ABO și $A'B'O$ rezultă că

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AO}{A'O}\Rightarrow\frac{y_1}{-y_2}=\frac{-x_1}{x_2},$$

unde x_1 și y_1 sunt coordonatele punctului B în sistemul de coordonate Oxy, iar x_2 și y_2 sunt cordonatele punctului B'.

Observație: Coordonatele se referă la sistemul de coordonate Oxy. ***Întotdeauna, la studiul lentilelor, se va alege sistemul de axe Oxy cu axa Ox de-a lungul axei optice principale, orientată în sensul propagării luminii, cu axa Oy orientată în sus și cu originea plasată în centrul optic al lentilei.***

În mod analog, din triunghiurile asemenea OEF_2 și $A'B'F_2$ rezultă că

$$\frac{OE}{A'B'}=\frac{OF_i}{F_2A'}\Rightarrow\frac{y_1}{-y_2}=\frac{f}{x_2-f},$$

unde focarul imagine F_2 este punctul de coordonate $(f, 0)$. Din aceste două relații rezultă că

$$\frac{-x_1}{x_2}=\frac{f}{x_2-f}\Rightarrow\frac{x_2}{-x_1}=\frac{x_2-f}{f}\Rightarrow\frac{x_2}{-x_1}=\frac{x_2}{f}-1,$$

de unde se obține apoi relația

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}.$$

Această relație este numită ***formula fundamentală*** a lentilelor subțiri.

Observație: Pentru $x_1=-\infty$, formula fundamentală a lentilelor subțiri conduce la relația $x_2=f=f_2$, deci imaginea se formează în focarul imagine, F_2, iar f_2 este numită ***distanță focală imagine***. Pentru $x_2=+\infty$, rezultă că $f=-x_1=-f_1$, deci obiectul se află în focarul obiect, F_1, iar $|f_1|$ este numită ***distanță focală obiect***.

Pentru coordonata $f=f_2$ a focarului imagine, F_2, se obține expresia

$$\frac{1}{f_2}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right),$$

unde:

– n este indicele de refracție relativ al materialului din care este confecționată lentila față de mediul în care se află aceasta;

– R_1 este abscisa centrului de curbură, C_1, al feței lentilei pe care este incident fasciculul luminos (fig. 1.6.2), iar R_2 este abscisa centrului de curbură, C_2, al celeilalte fețe a lentilei.

Dacă fețele lentilei sunt identice atunci $R_2 = -R_1$ și relația precedentă ia forma particulară

$$f = \frac{R_1}{2\cdot(n-1)}.$$

Observație: Din figura 1.8.2 se constată că în cazul unei lentile convergente $R_1 > 0$, în timp ce în cazul unei lentile divergente $R_1 < 0$. Atunci, conform relației precedente, rezultă că ***în cazul lentilelor convergente abscisa f a focarului imagine F_i este pozitivă (focarul imagine este situat la dreapta lentilei), iar în cazul lentilelor divergente abscisa f a focarului imagine F_i este negativă (focarul imagine este situat la stânga lentilei).***

Un alt caz particular este cel al lentilelor plan-convexe și, respectiv, plan-concave. În cazul acestor lentile, dacă lumina cade pe dioptrul plan se obține relația

$$f = -\frac{R_2}{n-1},$$

iar dacă lumina cade pe dioptrul sferic se găsește că

$$f = \frac{R_1}{n-1}.$$

Observație: Se verifică ușor că și în acest caz este valabilă concluzia de mai sus: abscisa f a focarului imagine este pozitivă pentru lentilele plan-convexe (convergente) și negativă pentru lentilele plan-concave (divergente).

Definiție: Se numește ***convergența lentilei*** mărimea fizică scalară C definită de relația

$$C = \frac{1}{f}.$$

Observații:

1) Conform definiției, $[C]_{SI} = m^{-1}$. Unitatea de măsură a convergenței în SI se numește ***dioptrie***. 1 dioptrie= = 1 m^{-1}. Aceasta înseamnă că *dioptria este convergența unei lentile cu distanța focală de un metru.*

2) Convergența unei lentile mai este numită și ***puterea optică*** a acesteia.

3) Deoarece abscisa f_i a focarului imagine este negativă în cazul unei lentile divergente, convergența unei astfel de lentile este și ea negativă.

Așa cum am văzut anterior, imaginea unui obiect poate fi mai mică, egală sau mai mare decât obiectul. Pentru a caracteriza cantitativ mărimea relativă a imaginii (comparativ cu obiectul) se introduce noțiunea de *mărire liniară*.

Definiție: Se numește ***mărire liniară*** mărimea fizică scalară adimensională β definită de relația

$$\beta = \frac{y_2}{y_1}.$$

Observații:
1) Mărirea liniară este numită uneori și *mărire transversală*.
2) Atunci când imaginea este răsturnată, $y_i < 0$, deci mărirea liniară, β, este și ea negativă.

Din relația de definiție și din relațiile precedente rezultă că

$$\beta = \frac{x_2}{x_1}.$$

Exercițiul 1.2.1. Calculați distanța focală a unui menisc divergent (fig. 1.2.1-b3) având razele de curbură $R_1 = 50$ cm și $R_2 = 25$ cm, confecționat din sticlă cu indicele de refracție $n = 1{,}5$.
Soluție: Se folosește relația

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

și se obține

$$\frac{1}{f} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{0{,}5\,\text{m}} - \frac{1}{0{,}25\,\text{m}}\right) = 0{,}5\cdot(2-4)\,\text{m}^{-1} = -0{,}5\cdot 2\,\text{m}^{-1} = -1\,\text{m}^{-1}.$$

$f = -1$ m, deci distanța focală este de 1 m.

Exercițiul 1.2.2. O lentilă are convergența $C = 5$ dioptrii. Aflați la ce distanță de lentilă trebuie amplasat un obiect pentru a se obține o imagine virtuală la 20 cm de lentilă.
Soluție: Distanța focală a lentilei este $f = 1/C$. Se pornește de la formula fundamentală a lentilelor subțiri

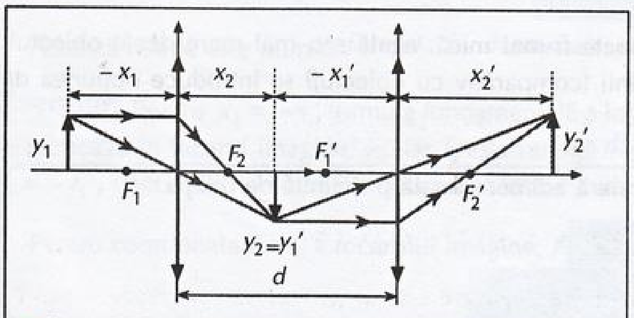
$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = C,$$

și se obține relația

$$\frac{1}{-0{,}2\,\text{m}} - \frac{1}{x_o} = 5\,\text{m}^{-1} \Rightarrow \frac{1}{x_o} = -\frac{1}{0{,}2\,\text{m}} - 5\,\text{m}^{-1} = -10\,\text{m}^{-1} \Rightarrow x_o = -0{,}1\,\text{m}.$$

Observație: Coordonata obiectului este –0,1 m, iar distanța de la obiect la lentilă este de 0,1 m.

1.2.3. Asociații de lentile



● Fig. 1.2.22. **Sistem optic centrat de două lentile**

Considerăm două lentile subțiri având aceeași axă optică principală, situate la distanța d una de alta (fig. 1.2.22). Un astfel de sistem este numit ***sistem optic centrat***. Imaginea finală a unui obiect se poate construi folosind imaginea dată de prima lentilă ca obiect pentru lentila a doua. Din formula fundamentală a lentilelor subțiri se obțin relațiile

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}, \quad \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f_2}.$$

Analiza acestui sistem de lentile va fi continuată numai pentru două cazuri particulare.

În primul caz se consideră că lentilele sunt lipite ($d = 0$). Deoarece $d = 0$, rezultă că $x_1' = x_2$, imaginea dată de prima lentilă devine obiect virtual pentru a doua lentilă (fig. 1.2.23). Corespunzător, relațiile precedente iau forma

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_1},\quad \frac{1}{x_2'}-\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f_2},$$

de unde, prin adunare, se obține

$$\frac{1}{x_2'}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}.$$

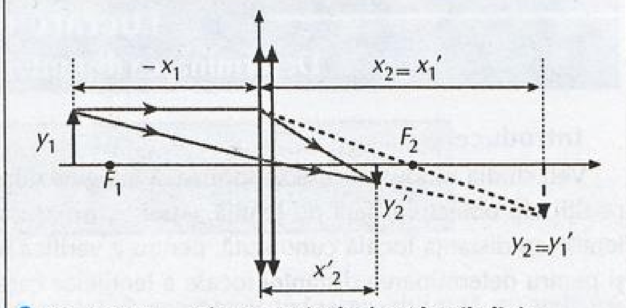


Fig. 1.2.23. **Sistem optic de două lentile lipite**

Comparând această relație cu formula fundamentală a lentilelor subțiri se constată că *sistemul celor două lentile lipite se comportă ca o lentilă pentru care focarul imagine este situat în punctul de abscisă F dată de relația*

$$\boxed{\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}}.$$

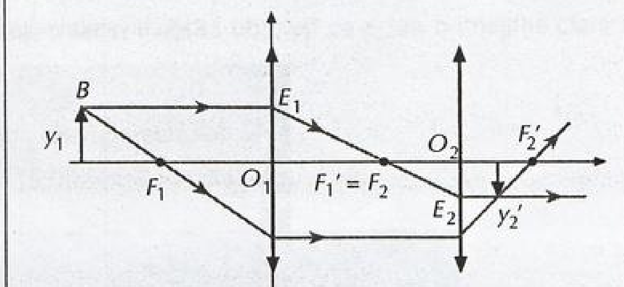


Fig. 1.2.24. **Sistem optic afocal**

Observație: Corespunzător relației precedente, convergența sistemului format din două lentile lipite este dată de relația $C = C_1 + C_2$.

Pentru mărirea liniară se obține

$$\beta=\frac{y_2'}{y_1}=\frac{y_2'}{y_1'}\cdot\frac{y_1'}{y_1}=\frac{y_2'}{y_1'}\cdot\frac{y_2}{y_1},$$

de unde rezultă că

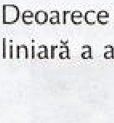
$$\boxed{\beta=\beta_1\cdot\beta_2}.$$

Al doilea caz particular pe care îl considerăm este cel în care focarele F_2 și F_1' ale celor două lentile coincid (fig. 1.2.24). În acest caz o rază, pornită din vârful B al obiectului, paralelă cu axa optică a sistemului, este deviată de prima lentilă astfel încât trece prin focarul F_2 al primei lentile. Acesta coincide cu focarul F_1' al celei de a doua lentile. De aceea, după ce trece prin lentila a doua, raza de lumină devine paralelă cu axa sistemului optic. Aceasta înseamnă că punctul de convergență al unui fascicul paralel cu axa optică a sistemului este situat la infinit. Deoarece distanța focală a sistemului este infinită, un astfel de sistem optic centrat este numit ***afocal***. Mărirea liniară a acestui sistem este dată de relația

$$\beta=\frac{y_2'}{y_1}=-\frac{f_2}{f_1}.$$

Ultima egalitate a fost obținută folosind asemănarea triunghiurilor $O_1E_1F_{o1}$ și $O_2E_2F_{i2}$. Deoarece imaginea este răsturnată (sub axa Ox), y_{2i} este negativ. Deoarece mărirea liniară depinde numai de cele două distanțe focale rezultă că ea este constantă indiferent care este poziția obiectului.

Concluzie: Mărirea liniară a unui sistem optic centrat afocal este negativă și constantă.



Exercițiul 1.2.3. Considerați obiectul din figura 1.2.24 în diferite poziții situate la stânga focarului F_{o1} și construiți grafic imaginile corespunzătoare. Verificați prin construcția realizată concluzia precedentă.

Lucrare de laborator
Determinarea distanței focale a unei lentile subțiri

Introducere

Veti studia modul în care se formează imaginea unui obiect intr-o lentilă convergentă subțire pentru diferite poziții ale obiectului față de lentilă. Apoi veți măsura distanțele obiect-lentilă și lentilă-imagine în cazul unei lentile cu distanța focală cunoscută, pentru a verifica formula fundamentală a lentilelor. Metoda se poate aplica și pentru determinarea distanței focale a lentilelor care presupune de regulă, cunoșterea poziției obiectului și a imaginii sale față de lentilă, sau/și cunoașterea dimensiunilor transversale ale obiectului y_1, respectiv a imaginii sale, y_2.(fig. 1.2.25)

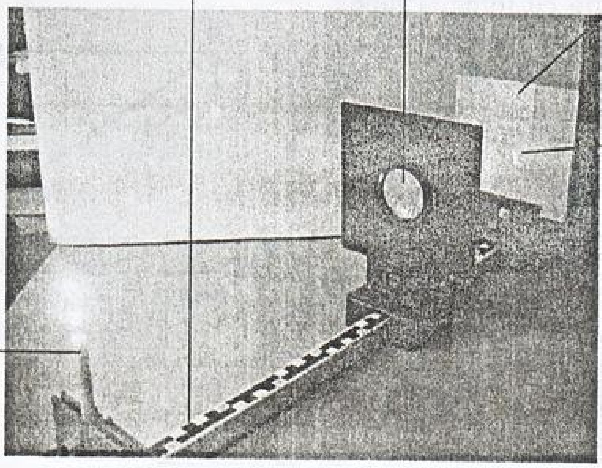


Fig. 1.2.25

Procedeu experimental

Materialele din trusa de fizică necesare pentru realizarea experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: banc optic, lampa optică sau lumânare, suporți culisanți, plăci suport, ecran, fantă, lentile convergente +120, +84

Dacă obiectul (imaginea fantei sau flacăra lumânării) este poziționat față de lentilă astfel încât să se găsească la o distanță mai mare decât distanța focală, atunci se obțin pe ecran imagini reale și răsturnate.

- Montați elementele indicate pe bancul optic în ordinea din fig. 1.2.25 și poziționați-le astfel încât să obțineți pe ecran o imagine clară a obiectului.

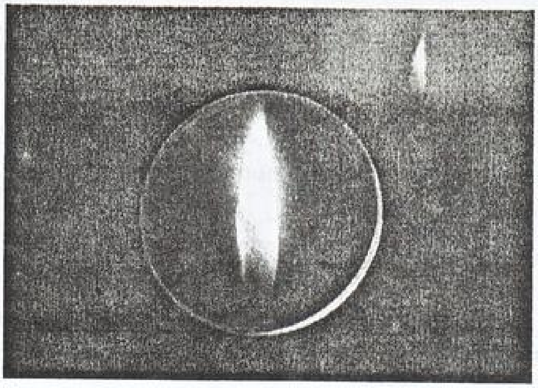


Fig. 1.2.26 Imagine virtuală privită prin lentila convergentă

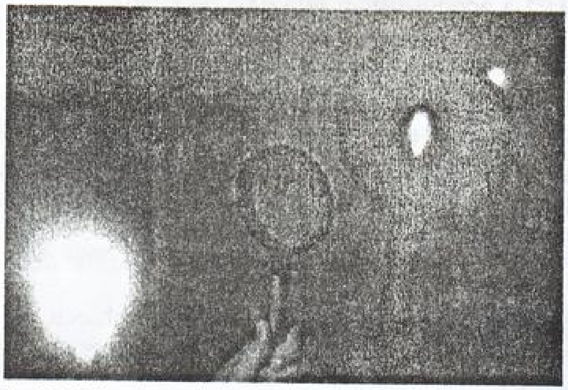


Fig. 1.2.27 Imagine reală formată de lentila convergentă pe ecran

- Observați și caracterizați imaginile obținute pe ecran în funcție de distanța dintre obiect și lentilă.
- Măsurați distanțele x_1 și x_2 pe rigla bancului optic.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	x_1(cm)	x_2(cm)	f (cm)	$1/f$ (cm^{-1})	$1/x_2 - 1/x_1$ (cm^{-1})

- Calculați inversa distanței focale a lentilei (convergența) și comparați valoarea obținută cu valoarea pentru $1/x_2 - 1/x_1$.
- Repetați operațiile de 5-6 ori.
- Montați cealaltă lentilă în locul primeia și poziționați-o astfel încât să obțineți pe ecran o imagine clară a obiectului.
- Măsurați distanțele x_1 și x_2 pe rigla bancului optic.
- Măsurați înălțimea obiectului y_1 și a imaginii sale y_2 cu rigla ecranului.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	x_1(cm)	x_2(cm)	y_1 (cm)	y_2 (cm)	$\frac{x_2}{x_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$

- Calculați și comparați rapoartele x_2/x_1 și y_1/y_2.

Observații

Pentru a putea observa cu ușurință fasciculele luminoase va trebui să lucrați într-o cameră întunecată.

Întrebări și concluzii

Care sunt sursele de erori care afectează experimentul realizat?

In limitele erorilor experimentale formula fundamentală a lentilelor se verifică pentru lentilele subțiri.

In limitele erorilor experimentale formula de calcul a măririi liniare(transversale) se verifică pentru lentilele subțiri.

Aprofundări

Determinarea distanțelor focale ale lentilelor divergente.

Lentilele divergente formează imagini virtuale ale obiectelor reale, motiv pentru care determinarea distanței lor focale se face utilizând o asociație de o lentilă convergentă și una divergentă. Montați pe bancul optic lentila convergentă cu f_1=12 cm și formați imaginea clară a flăcării unei lumânări pe ecran. Măsurați x_1 și x_2. Imaginea de pe ecran va deveni obiect virtual pentru lentila divergentă care se va așeza între lentila convergentă și ecran, la o distanță mai mică decât modulul distanței sale focale f_2. Noua imagine se va obține pe ecran prin îndepărtarea sa față de lentile și va fi reală, mărită și răsturnată.

- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	x_1(cm)	x_2(cm)	x_1' (cm)	x_2' (cm)	f_2 (cm)	f_{2med} (cm)

- Calculați valorile distanței focale a lentilei apoi efectuați media lor aritmetică pentru a obține o valoare f_{2med} cât mai apropiată de valoarea sa adevarată.

1.3. Ochiul omenesc

1

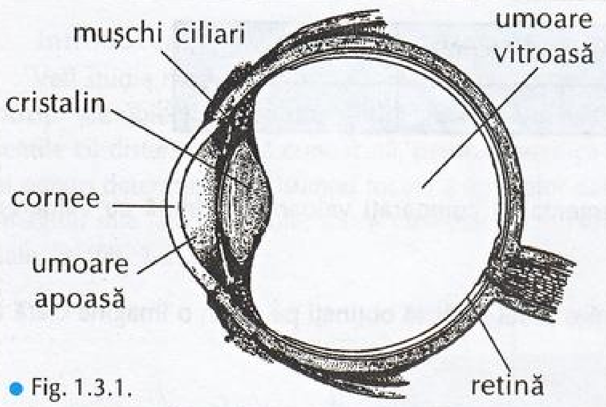


Fig. 1.3.1.

Globul ocular (fig. 1.3.1) este format din 3 membrane numite *sclerotică, coroidă* și *retină*. În partea anterioară a ochiului se află *corneea*, o membrană transparentă, de forma unei calote sferice. În spatele corneei se află *umoarea apoasă*, transparentă. La circa 4 mm de cornee este situat *cristalinul* constituit dintr-o substanță transparentă, care joacă rolul unei lentile. Cristalinul este susținut de *mușchii ciliari* care, prin contracție, pot modifica raza de curbură a fețelor cristalinului și, implicit, distanța focală a acestuia. În fața cristalinului se află o diafragmă numită *iris*, a cărei deschidere este numită *pupilă*. În spatele cristalinului se găsește o altă substanță transparentă numită *umoare vitroasă* (sau *sticloasă*). Pe suprafața internă a globului ocular se află o membrană sensibilă la lumină, numită *retină*, care acoperă fața interioară a coroidei. Retina este membrana senzitivă a ochiului, în care sunt localizați receptorii optici. Este alcătuită din 10 straturi de celule. Înspre coroidă se află stratul celulelor pigmentare, apoi urmează stratul celulelor cu conuri și bastonașe. Aceste celule convertesc energia fasciculului luminos în semnale electrice care sunt transmise, prin nervul optic, la creier, unde sunt analizate și produc 30 de imagini pe secundă. Fiecare imagine formată are o persistență de circa 1/20 s. De aceea, când se privește un obiect în mișcare, succesiunea celor 30 de imagini statice pe secundă produce senzația de mișcare continuă.

Dimensiunea pupilei și sensibilitatea retinei se modifcă în funcție de intensitatea fasciculului luminos incident. Irisul ajustează dimensiunea pupilei aproape instantaneu. Adaptarea retinei durează însă câteva minute. De exemplu, când se intră din exterior luminos într-o încăpere întunecată, trec câteva minute până când retina se adaptează la noul nivel de sensibilitate și ochiul poate distinge contururile obiectelor din încăpere.

Din punct de vedere al opticii geometrice, ochiul omenesc constituie un sistem optic centrat format din patru medii transparente: corneea, umoarea apoasă, cristalinul și umoarea vitroasă. Fiecare dintre aceste medii are propriul său indice de refracție. Corneea are un indice de refracție $n = 1,376$, iar umorile apoasă și sticloasă au indicele de refracție $n = 1,336$. Cristalinul are un indice de refracție care variază de la 1,406 în centru la 1,386 la margine.

Pentru formarea imaginii clare a unui obiect este necesar ca fasciculul luminos care pătrunde în ochi prin pupilă să fie focalizat de cristalin pe retină indiferent de distanța la care este situat obiectul. Această focalizare pe retină se realizează prin variația distanței focale a cristalinului datorită modificării formei cristalinului sub acțiunea mușchilor ciliari.

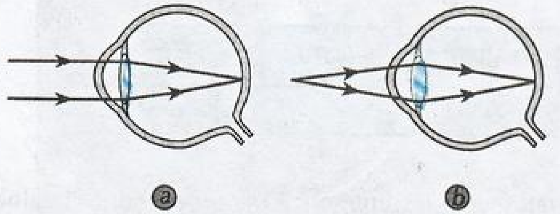


Fig. 1.3.2. **Acomodarea cristalinului**

Când se privește un obiect depărtat, cristalinul are raze de curbură mai mari și razele de lumină sunt refractate mai puțin (fig. 1.3.2-a). Când se privește un obiect apropiat cristalinul are razele de curbură mai mici și razele de lumină sunt refractate mai puternic (fig. 1.3.2-b). Acest proces de adaptare a formei cristalinului în funcție de distanța la care este situat obiectul privit este numit *acomodare*. Elasticitatea cristalinului scade cu creșterea vârstei și capacitatea de acomodare a ochiului scade în timp. De aceea, distanța minimă pentru o vedere clară, care la ochiul normal este de circa 20 cm, crește cu vârsta.

Principalele defecte ale ochiului sunt *miopia*, *hipermetropia* și *prezbitismul*.

Ochiul miop formează imaginea unui obiect îndepărtat într-un plan situat în fața retinei, ca în figura 1.3.3-a. Miopia poate fi datorată faptului că cristalinul este prea convergent sau că ochiul are formă alungită. Pentru corectarea acestei deficiențe se folosesc lentile divergente (fig. 1.3.3-b).

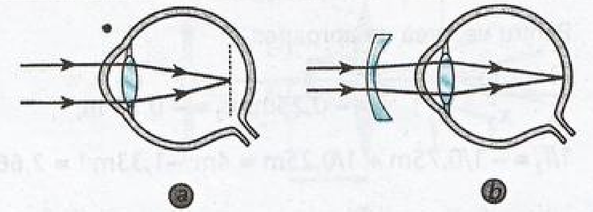


Fig. 1.3.3. **Ochi miop**

Ochiul hipermetrop formează imaginea unui obiect apropiat într-un plan situat în spatele retinei (fig. 1.3.4-a). Hipermetropia poate fi datorată faptului că cristalinul este insuficient de convergent sau datorită formei turtite a globului ocular. Pentru corectarea acestei deficiențe se folosesc lentile convergențe (fig. 1.3.4-b).

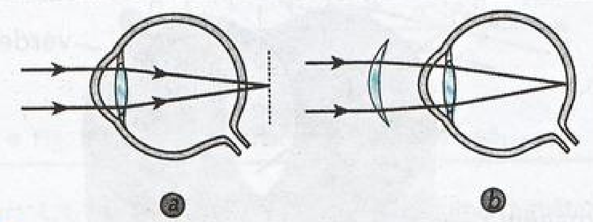


Fig. 1.3.4. **Ochi hipermetrop**

Ochiul prezbit are o capacitate redusă de acomodare datorită pierderii elasticității cristalinului. De aceea vede bine numai obiectele îndepărtate. Prezbitismul se corectează tot cu lentile convergente.

Exercițiul 1.3.1. Un miop nu poate vedea obiectele situate la o distanță mai mare de 50cm de ochi. Ce convergență ar trebui să aibă lentilele de contact care sa-i corecteze vederea la distanță?

Rezolvare:

$$\frac{1}{f_l}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\text{; } x_l=-50\text{ cm; } x_1\to\infty\text{; } C=1/f_l=-1/0{,}5\text{m}=-2\text{ m}^{-1}$$

Exercițiul 1.3.2. Un hipermetrop vede numai obiectele situate la distanța de până la 0, 5 m față de ochi. Ce convergență trebuie să aibă lentilele de contact care să-i corecteze vederea pentru distanța normală de vedere clară de 25 cm ?

Rezolvare:

$$\frac{1}{f_l}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}\text{; } x_2=-0{,}5\text{m; } x_1=-0{,}25\text{m;}$$

$$C=1/f_l=-1/0{,}5\text{m}+1/0{,}25\text{m}=2\text{m}^{-1}$$

Exercițiul 1.3.3. Un bunic vede clar numai obiectele situate între 0,75 m și 2m față de ochi. Pentru a-i corecta vederea, atât de aproape, cât și de la distanță, medicul îi recomandă ochelari bifocali. Calculați convergențele ochelarilor bifocali recomandați (fig. E 1.3.3).

Fig. E 1.3.3.

Rezolvare:

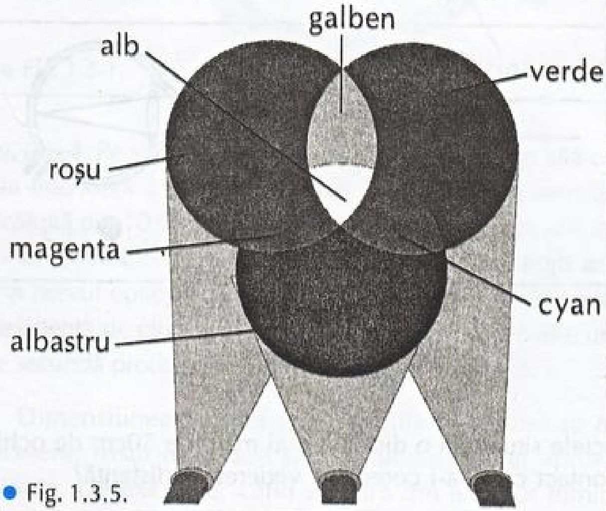
Pentru vederea la distanță:

$$\frac{1}{f_1}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1};\ x_1\to-\infty;\ x_2=-2\ \text{m};\ C_1=1/f_1=-1/2\text{m}=-0{,}5\ \text{m}^{-1}$$

Pentru vederea de aproape:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1};\ x_1=-0{,}25\text{m};\ x_2=-0{,}75\ \text{m};$$

$$1/f_2=-1/0{,}75\text{m}+1/0{,}25\text{m}=4\text{m}^{-1}-1{,}33\text{m}^{-1}=2{,}66\ \text{m}^{-1}$$



• Fig. 1.3.5.

Teoria vederii cromatice se bazează pe experimente cu lumină colorată. Aceste experimente arată că fasciculele de culoare roșie, verde și albastră, atunci când sunt amestecate în diverse proporții, dau foarte multe culori, în multe tonuri.

Întregul spectru poate fi obținut cu roșu, verde și albastru (ultramarin). Aceste trei culori se numesc, de aceea, *culori primare*. Când se amestecă două dintre cele trei culori primare cu intensități egale se obțin *culorile secundare* (fig. 1.3.5). La amestec egal, roșu și albastru generează magenta (roșu-purpuriu), roșu și verde generează galben și verde și albastru generează cyan (albastru turcoaz). Magenta, galben și cyan sunt culorile secundare.

Un amestec potrivit din culorile primare are ca rezultat albul. Multe perechi de culori pot produce, prin suprapunere, culoarea albă. Aceste perechi de culori se numesc *culori complementare*. Spre exemplu, culoarea complementară pentru albastru este galben (culoare secundară compusă din verde și roșu), culoarea complementară pentru roșu este cyan și culoarea complementară pentru verde este magenta. În concluzie putem spune: *culoarea complementară pentru o culoare primară este o culoare secundară, care este o combinație a celorlalte două culori primare.*

Vedem o suprafață în culoarea pe care o reflectă. Celelalte componente ale culorii incidente pe suprafață sunt în întregime absorbite de acea suprafață. O suprafață albă reflectă toate culorile și o suprafață neagră absoarbe toate culorile.

Când lumina solară cade, spre exemplu, pe o țesătură verde (culoare primară), se reflectă numai culoarea verde, de aceea țesătura ne apare verde. Moleculele de colorant verde din țesătură absorb lumina albastră și roșie. În general, *când lumina albă cade pe obiecte colorate într-o culoare primară, din alb se reflectă doar această culoare, iar celelalte două culori primare sunt absorbite.*

Când lumina albă cade pe un obiect galben (culoare secundară), se reflectă lumina roșie și cea verde (culori primare care prin compunere dau galben), iar lumina albastră este absorbită.

În general, *când lumina albă cade pe obiecte colorate într-o culoare secundară, se reflectă cele două culori primare care compun culoarea secundară, iar cea de a treia culoare primară este absorbită.*

1.4. Instrumente optice

a) Lupa

Lupa este o lentilă convergentă având distanța focală mică (1 cm – 10 cm) utilizată pentru observarea unui obiect mic sau a detaliilor unui obiect. Obiectul se așază între lentilă și planul focal al acesteia. Imaginea care se formează este virtuală, dreaptă și mai mare ca obiectul. În figura 1.4.1-a este ilustrat modul de formare a imaginii unui obiect (de exemplu, o monedă). Pentru a caracteriza cantitativ, din punct de vedere optic, lupa se folosește figura 1.4.1-b.

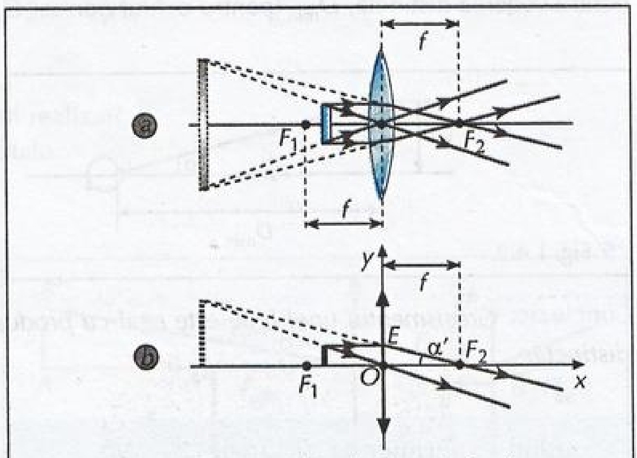


Fig. 1.4.1. **Formarea imaginilor prin lupă**

Observație. Atunci când se observă un obiect cu lupa aceasta se așază astfel încât obiectul să fie centrat pe mijlocul lupei, ca în figura 1.4.1-a. Pentru calcule teoretice se folosesc segmente verticale situate fie deasupra axei Ox, fie sub această axă. De aceea, în figura 1.4.1-b este luată în considerare numai jumătatea superioară a obiectului.

Definiție: Se numește ***putere optică*** a unei lupe mărimea fizică scalară P definită de relația

$$P = \frac{\text{tg}\alpha'}{y_1},$$

unde:
- α' este unghiul sub care este privit obiectul;
- y_1 este mărimea transversală a obiectului, $[y_1]_{SI} = \text{m}$.

Unghiul α' depinde de poziția ochiului. În mod convențional, se consideră că ochiul observatorului este în focarul lupei.

Convenție: Se consideră lupa astfel așezată încât distanța dintre ochiul observatorului și focarul F' este zero.

Observație: Conform definiției, $[P]_{SI} = \text{m}^{-1} = \text{dioptrie}$.

Din triunghiul OEF_i (fig. 1.4.1-b) rezultă că $\text{tg}\alpha' = \frac{y_1}{f}$, deci

$$P = \frac{1}{f}.$$

O altă mărime utilizată la caracterizarea optică a unei lupe este *grosismentul*.

Definiție: Se numește ***grosisment*** al lupei mărimea fizică scalară adimensională G definită de relația

$$G = \frac{\text{tg}\alpha'}{\text{tg}\alpha},$$

unde

– α' este unghiul sub care este privit obiectul;

– α este unghiul sub care se observă obiectul cu ochiul liber (fig. 1.4.2) atunci când este la distanța minimă pentru vederea distinctă, D_{min} (pentru ochiul normal D_{min} = 25 cm).

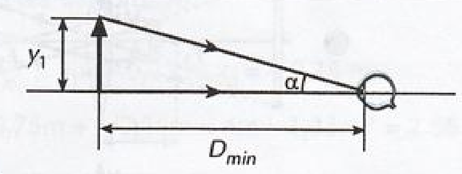


Fig. 1.4.2.

Din figura 1.4.2 rezultă că tg$\alpha = y_1 / D_{min}$. Cu această expresie și cu cea găsită anterior pentru tgα' se obține:

$$G = \frac{D_{min}}{f} = P \cdot D_{min}.$$

Concluzie: *Grosismentul unei lupe este egal cu produsul dintre puterea ei optică și distanța minimă de vedere distinctă.*

Studiul experimental al lupei*

Fig. 1.4.3. **Imagine printr-o lupă**

În multe situații este necesară observarea detaliilor de pe un obiect, ceea ce necesită mărirea unghiului vizual, deci apropierea de ochi. Dar formarea imaginii la distanțe mai mici decât distanța optimă de vedere a ochiului emetrop δ=0,25 m, obosește, iar sub 0,12cm ochiul nu se mai poate acomoda. Lupa este o lentilă plan-convexă cu fața plană spre ochi sau o asociație de lentile cu distanța focală mică, de ordinul centrimetrilor.

Veți studia formarea imaginii prin lupă, apoi veți determina grosismentul și puterea sa.

Procedeu experimental

Materialele din trusa de fizică necesare pentru realizarea experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: lupă, stativ cu suport pentru lupă (facultativ),riglă sau ruletă.

Pentru a observa executați următoarele operații:

- Așezați obiectul de studiat în apropierea focarului obiect, iar lentila cât mai aproape de ochi. Imaginea obținută este virtuală, dreaptă și mărită ca în figura 1.4.3.

Pentru a calcula valoarea puterii și a grosismentului trebuie să calculați distanța focală a acesteia.
Executați următoarele operații:

- Măsurați direct (folosind o ruletă sau riglă) distanța obiect-lentilă x_1 pentru care obțineți o imagine clară a obiectului.
- Imaginea se formează la distanța optimă de vedere clară δ= 25 cm pentru ochiul uman normal. Deci x_2 =-0,25m.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	x_1(cm)	x_2(cm)	f (cm)	$P = 1/f$ (cm^{-1})	$G = P/4$	P_{med}	G_{med}

Observații

Alegeți ca obiecte de studiu pagini cu scris de dimensiune mică, timbre, exponate din ierbar sau din insectar, pentru a putea observa cu ușurință imaginea lor prin lupă.

Forma timbrului pare modificată atunci când este privit prin lupă.

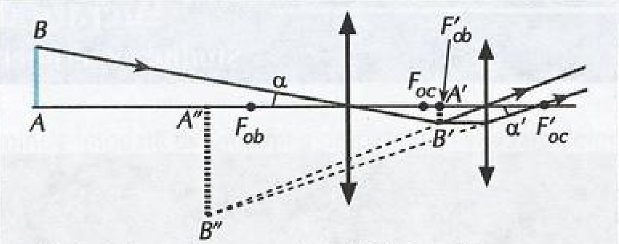
Întrebări și concluzii

Care sunt sursele de erori care afectează experimentul realizat?

Imaginea timbrului este afectată de aberația de sfericitate.

b) Luneta*

Luneta este un instrument optic folosit pentru a observa obiecte îndepărtate. Ea este alcătuită din două lentile. În figura 1.4.4 este ilustrat modul în care se formează imaginea unui obiect în ***luneta astronomică***. Prima lentilă, cea orientată spre obiectul AB, numită ***obiectiv***, este o lentilă convergentă cu distanță focală mare. A doua lentilă, numită ***ocular***, are distanța focală mică și joacă rolul unei lupe. Obiectivul formează o imagine $A'B'$ reală și răsturnată, situată între ocular și focarul F_{oc} al acestuia. Această imagine $A'B'$ servește ca obiect ocularului care formează o imagine $A''B''$ virtuală, răsturnată și mărită. Faptul că imaginea $A''B''$ a obiectului AB este răsturnată nu deranjează în cazul observării astrelor.



• Fig. 1.4.4. **Formarea imaginii în lunetă**

Pentru observarea obiectelor terestre situate la distanțe mari este însă necesar ca luneta să dea o imagine dreaptă. Pentru aceasta se folosește ***luneta Galilei*** (fig. 1.4.5). Aceasta are ca ocular o lentilă divergentă; imaginea $A'B'$ dată de lentila convergentă servește ca obiect pentru lentila divergentă. Deoarece obiectul $A'B'$ este situat dincolo de focarul F'_{oc} al ocularului divergent, acesta dă o imagine virtuală, răsturnată, mai mare ca obiectul.

Deoarece distanța de la obiectiv la ochi este complet neglijabilă față de distanța de la obiectiv la astrul observat, unghiul α este unghiul sub care se observă obiectul cu ochiul liber. α' este unghiul sub care este privit obiectul prin lunetă.

Grosismentul lunetei este definit de relația

$$G = \frac{\text{tg}\alpha'}{\text{tg}\alpha}.$$

Din figura 1.4.5, din considerente geometrice, se găsește că

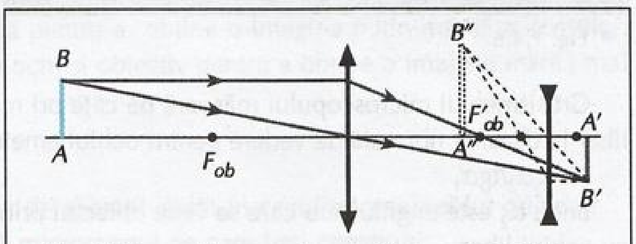
$$\text{tg}\alpha = \frac{A'B'}{f_{ob}}, \quad \text{tg}\alpha' = \frac{A'B'}{f_{oc}},$$

unde f_{ob} și f_{oc} sunt distanțele focale ale obiectivului și, respectiv, ocularului. Din aceste relații rezultă că

$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}.$$

Deoarece $1/f_{oc}$ este puterea optică P_{oc} a ocularului, relația precedentă poate fi rescrisă în forma

$$G = f_{ob} \cdot P_{oc}.$$



• Fig. 1.4.5. **Formarea imaginii în luneta Galilei**

Concluzie: *Grosismentul unei lunete crește direct proporțional cu distanța focală a obiectivului și cu puterea optică a ocularului.*

Observaţie: Pentru ca ochiul să privească imaginea $A''B''$ fără acomodare, atunci când se vizează cu luneta un astru se deplasează ocularul față de obiectiv până ce focarul obiect F_{oc} al ocularului coincide cu focarul imagine F'_{ob} al obiectivului. În acest caz imaginea $A''B''$ se formează la infinit, iar luneta este un sistem afocal numit uneori și ***sistem telescopic***. De aceea luneta mai este numită, în special în literatura anglo-saxonă, și ***telescop cu refracție***.

Lucrare de laborator
Studiul experimental al microscopului

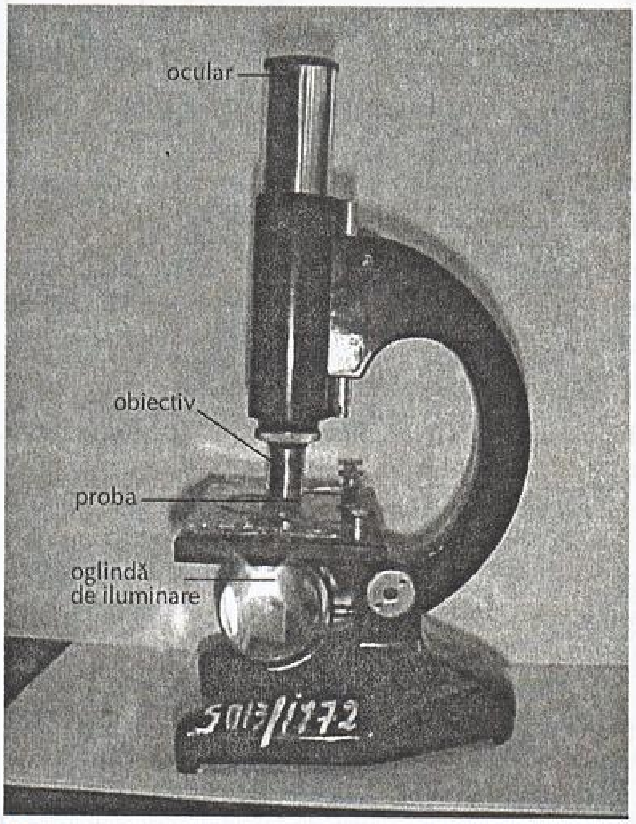


Fig. 1.4.6

Veți studia construcția și funcționarea microscopului din laborator, apoi veți determina grosismentul său.

Microscopul este destinat studiului unor obiecte transparente foarte mici și bine luminate, motiv pentru care obiectivul sau are dimensiuni reduse și distanță focală mică. El formează imaginea reală, răsturnată și mărită a obiectului care este ulterior preluată de către ocular care va creea o imagine virtuală, răsturnată și mărită, așa cum indică fig. 1.4.6.

Părțile componente sunt indicate în fotografia alăturată. Partea mecanică cuprinde stativul și tubul microscopului. Stativul este construit de regulă din talpa cu dispozitivul de iluminare și măsuța pe care se fixează proba. Partea optică cuprinde condensorul, obiectivul și ocularul.

Obiectivul este un sistem de lentile corectat de aberații, condensorul are rolul de a focaliza lumina pe obiect, iar ocularul conține două lentile care se comportă ca o lupă. Pe obiective apare valoarea raportului e/f_{ob} (ex: 10x), iar pe oculare valoarea raportului δ/f_{oc}, unde e este distanța dintre focarul obiectiv f_{ob} și focarul ocular f_{oc}, numită interval optic care, de regulă, are valoarea de 16 cm, iar δ este distanța normală de vedere clară.

Grosismentul microscopului măsoară de câte ori mai mare se vede obiectul prin instrument decât cu ochiul liber la distanța normală de vedere pentru ochiul emetrop, δ=25 cm.

$G = \operatorname{tg}\alpha_2 / \operatorname{tg}\alpha_1$

unde α_2 este unghiul sub care se vede obiectul prin microscop, iar α_1 este unghiul sub care se vede obiectul cu ochiul liber.

O relație pentru calculul grosismentului este:

$$G = el / f_{ob} f_{oc}$$

unde l este distanța ochi-obiect.

Pentru măsurarea directă a grosismentului se va măsura înălţimea obiectului y_1 şi a imaginii sale prin microscop y_2, apoi se va calcula:

$$G = ly_2/y_1\delta$$

Din ultimele două relaţii se poate observa că:

$$y_2/y_1 = e\delta / f_{ob}f_{oc}$$

Procedeu experimental

- Identificaţi părţile componente ale microscopului din dotarea laboratorului cu ajutorul schemei din fig. 1.4.6.
- Alegeţi un preparat care prezintă interes(solicitaţi ajutorul profesorului de biologie) şi încercaţi să obţineţi o imagine de calitate pentru a putea face observaţii.

O imagine corectă presupune să efectuaţi câteva reglaje.

– **Luminozitatea** este ajustată de condensor (înclinarea oglinzii în multe cazuri) şi de deschiderea lentilei obiectiv.

– **Focalizarea** este controlată prin butonul specific şi depinde totodată de grosimea preparatului şi a lamelelor sale.

– **Rezoluţia** reprezintă distanţa minimă la care s-ar putea afla două puncte ale imaginii pentru a mai putea fi percepute separat.

– **Contrastul** defineşte diferenţa dintre iluminarea preparatului propriu-zis şi a cea a zonelor adiacente lui. Se poate regla prin modificarea intensităţii luminii şi a dimensiunilor diafragmelor, precum şi prin utilizarea unor substanţe chimice de contrast.

Pentru a determina grosismentul microscopului din laborator efectuaţi următoarele operaţii:

- fixaţi o bucăţică de hârtie milimetrică pe măsuţa microscopului şi efectuaţi reglajele necesare pentru obţinerea unei imagini de calitate bună a liniilor.
- calculaţi dimensiunea obiectului y_1 ca fiind lungimea câtorva laturi de pătrăţele milimetrice.
- consideraţi dimensiunea imaginii y_2 ca fiind egală cu diametrul obiectivului
- Introduceţi datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	e (cm)	l (cm)	$1/f_{ob}$ (cm^{-1})	$1/f_{oc}$ (cm^{-1})	y_2/y_1	$G = (ly_2)/(y_1\delta)$	$G = (el)/(f_{ob}f_{oc})$

- calculaţi grosismentul microscopului cu formulele indicate, apoi comparaţi valorile obţinute.

Aprofundări

Utilizaţi două lentile convergente din trusa de fizică pentru a modela un microscop. Fixaţi prima lentilă (obiectivul) la o distanţă potrivită faţă de o pagina tipărită pentru a obţine o imagine puţin mărită a scrisului. Aşezaţi a doua lentilă (ocularul) la distanţa potrivită între ochi şi obiectiv pentru a obţine o imagine mărită mai mult.

Întrebări şi concluzii

- De ce este imaginea obţinută afectată mai puternic de aberaţii decât în cazul microscopului original?
- Cum ar putea fi corectate aberaţiile care afectează microscopul pe care l-aţi construit?

c) Aparatul de fotografiat

Introducere

Aparatele fotografice permit capturarea unor imagini și secvențe, stocarea, pastrarea și redarea lor la momente de timp ulterioare prin formarea imaginii reale a unui obiect pe o peliculă fotografică sau într-un fișier pe un disc în cazul aparatului digital.

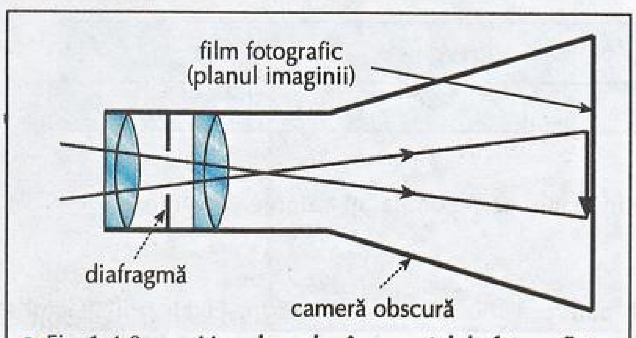
Aparatul fotografic este compus din: obiectiv, camera obscură, obturator, vizor, dispozitivele reglare (de punere la punct). În fig. 1.4.7 este prezentat un aparat prin care fotograful vede exact imaginea care va fi expusă pe peliculă și poate face manual toate reglajele necesare.

● Fig. 1.4.7. **Aparat fotografic**

Obiectivul este un sistem convergent de lentile corectat pentru diferite aberații. El are distanța focală între 5-10 cm. Deschiderea utilă a obiectivului este dată de diafragma montată intre lentile. Prin intermediul ei se reglează claritatea și se pot micșora aberațiile de sfericitate.

Punerea la punct a imaginii se face prin modificarea distanței dintre obiectiv și stratul sensibil al peliculei pe care se formează imaginea. Încadrarea imaginii se face cu ajutorul vizorului care este cuplat cu obiectivul și prin urmare o imagine clară prin vizor implică automat o imagine clară pe film. Calitatea imaginii depinde de unghiul de incidență a luminii pe obiectiv care se modifică prin apropierea sau depărtarea de obiectiv. ***Focalizarea*** presupune mișcarea aparatului fotografic față de obiect pană se obține o imagine clară.

Pentru a putea captura imaginea filmul fotografic trebuie păstrat în întuneric în camera obscură. Lumina va ajunge la el doar atunci cînd obturatorul se deschide. O imagine de calitate presupune controlul luminii care atinge pelicula. Durata de acțiune a luminii asupra filmului se numește ***timp de expunere***.



● Fig. 1.4.8. **Mersul razelor în aparatul de fotografiat**

O supraexpunere va duce la apariția unei imagini spălăcite, în timp ce subexpunerea va genera imagini întunecate. Expunerea se face după apăsarea butonului de declanșare a obturatorului.

La ora actuală aparatele foto cu reglaje manuale sunt înlocuite tot mai des cu cele cu autofocalizare. Primele sunt utilizate de fotografii profesioniști. Diferența majoră dintre ele constă în faptul că ceea ce vede fotograful prin vizor la camerele cu autofocalizare diferă de imaginea înregistrată.

Mersul razelor de lumină într-un aparat foto este ilustrat schematic în fig. 1.4.8.

Procedeu experimental *

- Utilizați un aparat fotografic uzat pe care să îl puteți desface pentru a identifica: obiectivul, camera obscură, obturatorul, vizorul, dispozitivele de reglare.

- Utilizați apoi un alt aparat pentru realizarea unor fotografii în laboratorul de fizică. Introduceți filmul fotografic având grijă să vă aflați la întuneric. Efectuați reglajele necesare pentru obținerea imaginii clare a unui experiment din laborator. Apelați la specialiști pentru operația de developare pentru a face vizibilă imaginea pe film și pentru transpunerea sa pe hârtie fotografică.

Aprofundări

- Căutați informații despre modul în care v-ați putea construi singuri o cameră foto fără lentilă (pinhole camera).

Căutați informații despre construcția și funcționarea camerelor foto digitale. Documentați-vă cu ajutorul unui motor de căutare în Internet (ex: www.google.com)

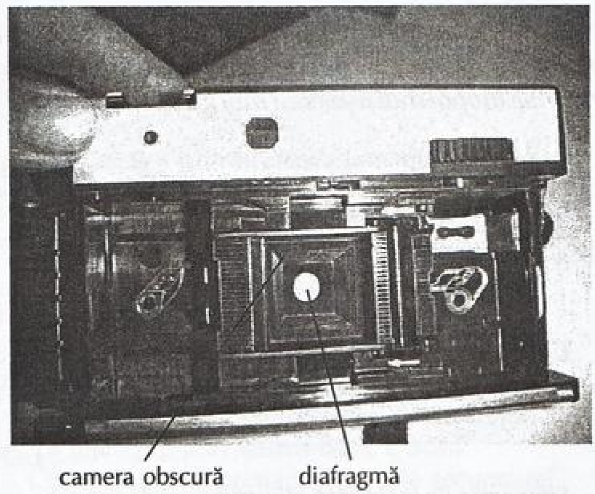
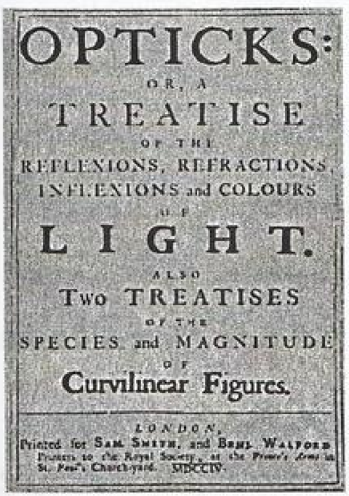


Fig. 1.4.9.

PRIMELE PASAJE DIN CARTEA ÎNTÂI A „OPTICII" LUI NEWTON


OPTICKS:
OR, A
TREATISE
OF THE
REFLEXIONS, REFRACTIONS, INFLEXIONS and COLOURS
OF
LIGHT.
ALSO
Two TREATISES
OF THE
SPECIES and MAGNITUDE
OF
Curvilinear Figures.
LONDON,
Printed for SAM. SMITH, and BENJ. WALFORD, Printers to the Royal Society, at the Prince's Arms in St. Paul's Church-yard. MDCCIV.

PARTEA I

Intenţia mea în această carte nu este de a explica proprietăţile luminii prin ipoteze, ci de a le expune şi demonstra cu ajutorul raţionamentelor şi al experienţelor. În acest scop voi enunţa următoarele definiţii şi axiome:

DEFINIŢII

DEFINIŢIA I

Prin raze de lumină înţeleg părţile ei cele mai mici, şi anume atât succesiv în aceleaşi linii, cât şi simultan în diverse linii. ...

DEFINIŢIA II

Refrangibilitatea razelor de lumină este aptitudinea lor de a fi refractate sau deviate din drumul lor trecând dintr-un corp sau mediu transparent în altul. O refrangibilitate mai mare sau mai mică a razelor este determinată de aptitudinea lor de a fi deviate mai mult sau mai puţin din drumul lor la incidenţe identice în acelaşi mediu. ...

DEFINIŢIA III

Reflexibilitatea razelor este aptitudinea lor de a fi reflectate sau întoarse înapoi în acelaşi mediu de un alt mediu pe suprafaţa căruia cad. Razele sunt mai mult sau mai puţin reflexibile, în funcţie de faptul că sunt întoarse înapoi mai uşor sau mai greu. ...

DEFINIŢIA IV

Unghiul de incidenţă este unghiul pe care îl formează linia descrisă de raza incidentă cu perpendiculara la suprafaţa de reflexie sau refracţie în punctul de incidenţă.

DEFINIŢIA V

Unghiul de reflexie sau de refracţie este unghiul format de linia descrisă de raza reflectată sau refractată cu perpendiculara la suprafaţa de reflexie sau de refracţie în punctul de incidenţă.

DEFINIŢIA VI

Sinusurile de incidenţă, de reflexie şi de refracţie sunt sinusurile unghiurilor de incidenţă, de reflexie şi refracţie.

DEFINIŢIA VII

Lumina ale cărei raze sunt toate la fel de refrangibile eu o numesc simplă, omogenă şi similară, iar aceea a cărei raze sunt unele mai refrangibile decât altele, o numesc compusă, eterogenă şi disimilară. ...

DEFINIŢIA VIII

Culorile luminii omogene eu le numesc primare, omogene şi simple, iar pe cele ale luminii eterogene le numesc eterogene şi compuse. ...

AXIOME

AXIOMA I

Unghiurile de reflexie şi de refracţie se găsesc în acelaşi plan cu unghiul de incidenţă.

AXIOMA II

Unghiul de reflexie este egal cu unghiul de incidenţă.

AXIOMA III

Dacă raza refractată este întoarsă înapoi direct la punctul de incidenţă, ea va fi refractată pe linia descrisă mai înainte de raza incidentă.

AXIOMA IV

Refracţia dintr-un mediu mai rar într-unul mai des se face înspre perpendiculară, adică în aşa fel încât ungiul de refracţie să fie mai mic decât unghiul de inicdenţă.

AXIOMA V

Sinusul unghiului de incidenţă se află într-un anumit raport, fie exact, fie foarte apropiat, cu sinusul unghiului de refracţie.

ACTIVITĂŢI DE EVALUARE

Formulaţi răspunsuri pentru următoarele întrebări:

1. Care sunt şi cum se enunţă *principiile opticii geometrice*?
2. Ce este *reflexia*? De câte feluri este ea?
3. Care sunt *legile reflexiei*?
4. Cum se enunţă *legile refracţiei*?
5. Cum depinde indicele de refracţie absolut de viteza luminii?
6. Ce este *reflexia totală*?
7. Care este expresia *unghiului limită*?
8. Care sunt *formulele prismei optice*?
9. Care este *condiţia de emergenţă a luminii dintr-o prismă*?
10. Ce înţelegeţi prin *dispersia luminii*? Cărui fapt este datorată ea?
11. Ce este o *oglindă*?
12. Care sunt *principalele raze de lumină* folosite la construcţia imaginilor date de o oglindă sferică?
13. Ce înţelegeţi prin *mărire liniară*?
14. Ce este o *lentilă subţire*?
15. Ce înţelegeţi prin *imagine virtuală*?
16. Care este *formula fundamentală a lentilelor*?
17. Ce înţelegeţi prin *sistem optic afocal*?
18. Ce sunt *culorile primare*? Dar cele *secundare*?
19. Ce înţelegeţi prin *puterea optică* a unei lupe?

Apreciaţi cu adevărat sau fals:

1. Reflexia luminii este întotdeauna însoţită de refracţie. (A/F)
2. O rază de lumină nu poate ieşi întotdeauna dintr-o prismă optică din sticlă. (A/F)
3. Trasarea drumului razelor de lumină permite numai constructia imaginilor reale. (A/F)
4. Într-o oglindă concavă se poate obţine o imagine dreaptă şi mai mică decât obiectul utilizat. (A/F)
5. Imaginea unui obiect plasat între focar şi oglinda concavă este reală. (A/F)
6. Imaginile virtuale pot fi proiectate pe un ecran.
7. Imaginea unui obiect real plasat în faţa unei oglinzi sferice *convexe* este întotdeauna virtuală. (A/F)
8. Imaginea unui obiect real plasat în faţa unei oglinzi sferice concave este întotdeauna virtuală. (A/F)
9. O lentilă divergentă poate forma imaginea reală a unui obiect. (A/F)
10. Prin deplasarea unui obiect liniar aşezat perpendicular pe axa optică a unei lentile convergente spre focarul obiect dinspre lentilă, mărirea liniară transversală a lentilei creşte. (A/F)
11. Prin introducerea unei lentile convergente într-un mediu cu indicele de refracţie egal cu cel al lentilei, distanţa sa focală devine zero. (A/F)
12. Lentilele divergente dau imagini virtuale şi micşorate ale obiectelor reale. (A/F)
13. Ochiul nu poate face distincţie între imaginile virtuale şi cele reale. (A/F)
14. Ochii unui miop priviţi prin ochelarii săi par mai mari decât sunt în realitate. (A/F)
15. Microscopul formează o imagine reală şi mărită a unui obiect foarte mic. (A/F)

Întrebări cu o singură soluţie corectă:

1. Un obiect este plasat în faţa unei oglinzi convexe. Imaginea obiectului este:
a) virtuală şi dreaptă; **b)** virtuală şi răsturnată; **c)** reală şi dreaptă; **d)** reală şi răsturnată; **e)** virtuală şi mărită.
2. Un obiect este plasat în faţa unei oglinzi concave, la distanţa d, $f < d < 2f$, unde f este distanţa focală. Imaginea obiectului este:
a) reală, răsturnată şi mai mică decât obiectul; **b)** reală, răsturnată şi mai mică decât obiectul; **c)** reală, răsturnată şi egală cu obiectul; **d)** reală, dreaptă şi mai mare decât obiectul; **e)** reală, dreaptă şi mai mică decât obiectul.
3. Care dintre următoarele afirmaţii privind imaginile reale şi imaginare date de o oglindă este adevărată?
a) o imagine reală este întotdeauna mai mare ca obiectul, în timp ce o imagine virtuală este întotdeauna mai mică decât obiectul; **b)** o imagine reală este întotdeauna mai mică decât obiectul, în timp ce o imagine virtuală este întotdeauna mai mare ca obiectul;

c) o imagine reală este întotdeauna răsturnată, în timp ce o imagine virtuală este întotdeauna dreaptă; d) o imagine reală este întotdeauna dreptă, în timp ce o imagine virtuală este întotdeauna răsturnată; e) toate imaginile, și cele reale și cele drepte, sunt răsturnate.

4. O lentilă convergentă trebuie să aibă:

a) ambele suprafețe concave; b) ambele suprafețe convexe; c) o suprafață concavă și una convexă; d) să fie mai groasă în centru decât la margini; e) să fie mai groasă la margini decât în centru.

5. Un obiect este plasat in stânga unei lentile. O rază de lumină de la obiect, aproape de și paralelă cu axa optică principală trece prin lentilă. Care din următoarele afirmații este corectă?

a) raza trece prin lentilă fără să își modifice direcția; b) raza trece prin focar numai dacă lentila este convergentă; c) raza trece prin focar numai dacă lentila este divergentă; d) raza trec prin focar indiferent de tipul lentilei; e) raza nu trece prin focar indiferent de tipul lentilei.

6. Un obiect este plasat între lentilă și focar. Imaginea este:

a) reală, răsturnată și mai mică decât obiectul; b) reală dreaptă și mai mică decât obiectul; c) virtuală, dreaptă și mai mare decât obiectul; d) virtuală, dreaptă și mai mică decât obiectul; e) virtuală, răsturnată și mai mare decât obiectul.

7. Imaginea unui obiect formată pe retină este:

a) virtuală, dreaptă și mărită; b) virtuală dreaptă și micșorată; c) reală, dreaptă și micșorată; d) reală, răsturnată și mărită; e) reală răsturnată și micșorată.

8. Pentru formarea clară a imaginii când ochiul privește obiecte situate la distanțe diferite:

a) se modifică distanța dintre cristalin și retină; b) se modifică indicele de refracție al cristalinului; c) se modifică grosimea cristalinului; d) se modifică dimensiunea irisului; e) se modifică sensibilitatea retinei.

Întrebări cu mai multe soluții corecte:

1. Identificați afirmațiile corecte referitoare la fenomenele de reflexie și refracție a luminii:

A. Unghiul de reflexie este egal cu unghiul de incidență, chiar dacă acesta are valoarea unghiului limită
B. Unghiurile de refracție și reflexie depind de raportul indicilor de refracție ai mediilor prin care trece lumina
C. La incidență normală a luminii pe suprafața de separație a două medii transparente, unghiul de reflexie și unghiul de refracție sunt egale
D. Unghiul de refracție este întotdeauna mai mic decât cel de reflexie
E. Reflexia totală apare numai la trecerea luminii dintr-un mediu mai puțin "dens" într-un mediu mai dens.

2. Fenomenul de reflexie totală are următoarele caracteristici:

A. Nu se poate pune în evidență experimental
B. Apare doar la trecerea luminii dintr-un mediu optic mai dens într-un mediu optic mai puțin dens
C. Presupune că razele incidentă și refractată sunt perpendiculare
D. Nu apare la orice valoare a unghiului de incidență
E. Apare doar la trecerea luminii dintr-un mediu optic mai puțin dens într-un mediu optic mai dens

3. Identificați afirmațiile corecte referitoare la convergența unei lentile de sticlă:

A. Depinde de distanța la care este plasat obiectul
B. Se modifică prin deplasarea obiectului față de lentilă
C. Depinde de distanța la care se formează imaginea
D. Depinde de valoarea indicelui de refracție al sticlei
E. Depinde de valoarea indicelui de refracție al mediului unde se află lentila

4. Identificați afirmațiile false referitoare la lupă:

A. Este folosită pentru a obține imagini reale, mărite ale obiectelor
B. Se pot obține imagini mărite și drepte ale obiectelor numai dacă sunt plasate între lentilă și focarul imagine
C. Este o lentilă convergentă sau un ansamblu convergent de lentile
D. Imaginile date de lupă sunt răsturnate
E. Convergența lupei se poate modifica prin introducerea sa într-un mediu cu indice de refracție mai mare decât indicele de refracție al sticlei sale

5. Aparatul fotografic:

A. Formează imagini virtuale pe film
B. Distanța separatoare crește la corectarea aberațiilor
C. Din punct de vedere optic, este echivalent cu două lupe
D. Claritatea imaginii se obține prin modificarea poziției obiectivului
E. Profunzimea câmpului poate crește prin micșorarea diafragmei

Explicați utilizând legile fizicii pe care le-ați studiat în acest capitol:

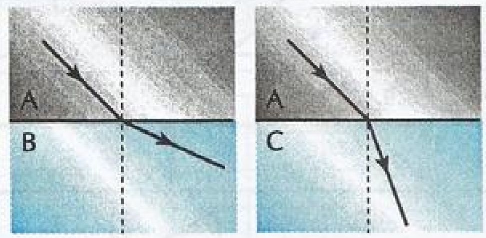
1. De ce lucește mai tare un obiect bine lustruit decât unul care prezintă asperități?
2. De ce înotătorii care țin capul sub apă nu văd clare obiectele din jurul lor chiar dacă apa este limpede?
3. De ce licărește lumina stelelor?
4. De ce apele limpezi sunt adânci?
5. Ce se întâmplă cu un fascicul paralel de lumină care trece printr-o bulă de aer aflată într-un vas cu apă?

Probleme

Reflexia și refracția luminii

Problema 1.1. In figura alăturată (Fig. 1.1) este arătat mersul razelor de lumină la traversarea interfeței dintre două medii. In ambele cazuri unghiul de incidență este același. Aranjați indicii de refracție ai celor trei medii în ordine crescătoare:

a) n_A, n_B, n_C; b) n_B, n_A, n_C; c) n_C, n_B, n_A;
d) n_B, n_C, n_A; e) n_C, n_A, n_B.



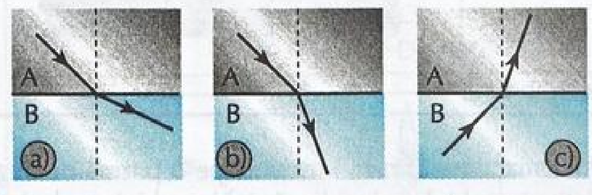
• Fig. 1.1.

C<a

B<a

Problema 1.2. In figură (Fig. 1.2) sunt prezentate mai multe situații de refracție la trecerea dintr-un mediu în altul. Indicele de refracție al mediului A este mai mare decât indicele de refracție al mediului B. Dintre cazurile ilustrate nu este posibilă situația din:

a) a; b) b; c) c; d) a și c;
e) toate cazurile sunt posibile.

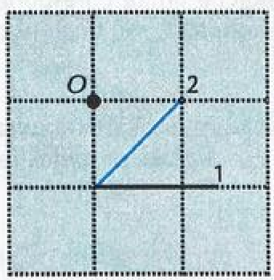


• Fig. 1.2.

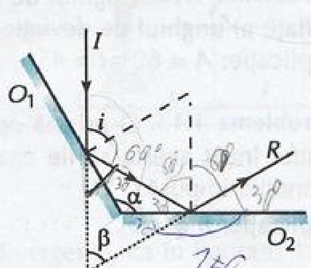
Problema 1.3. O rază de lumină monocromatică ajunge pe suprafața de separație dintre două medii cu indicii de refracție $n_1 = \sqrt{2}$ și $n_2 = 1$. Valoarea maximă a unghiului de incidență (raza vine din mediul 1) pentru care raza pătrunde în al doilea mediu este:

a) 30° b) 45° c) 0° d) 90° e) 60°

Problema 1.4. Fie oglinda din figura P 1.4. Construiți imaginea obiectului punctiform O când oglinda este așezată în cele două poziții, 1 și 2.



• Fig. P 1.4.



• Fig. P 1.5.

Problema 1.5. Două oglinzi plane sunt așezate ca în figura P 1.5, astfel încât formează un unghi α. Raza incidentă I se reflectă pe oglinda O_1 și apoi pe oglinda O_2. Unghiul de incidență pe O_1 este i. Aflați unghiul β dintre raza incidentă I și raza reflectată R.
Aplicație: $\alpha = 120°$; $i = 60°$. **R:** $\beta = 60°$.

Problema 1.6. Un elev, având înălțimea H_1 și ochii la înălțimea H_2 față de podea, se privește într-o oglindă plană verticală. Aflați: a) la ce înălțime, h_1, trebuie să se afle marginea inferioară a oglinzii; b) ce înălțime

minimă, h_2, trebuie să aibă oglinda pentru ca elevul să-și vadă imaginea completă.
Aplicație: H_1 = 1,7 m; H_2 = 1,6 m. **R:** h_1 = 0,8m; h_2 = 0,85 m.

Problema 1.7. O rază de lumină, venind din aer, cade pe suprafața liberă a unui lichid sub unghiul de incidență i și este refractată la trecerea în lichid sub unghiul de refracție r. Aflați indicele de refracție n_l al lichidului.
Aplicație: $i = 60^o$; $r = 45^o$. **R:** n_l = 1,225.

Problema 1.8. La trecerea unei raze de lumină din apă în sticlă indicele de refracție relativ este n_{sa}. Indicele de refracție absolut al sticlei este n_s. Aflați indicele de refracție absolut, n_a, al apei.
Aplicație: n_{sa} =1,2; n_s =1,6. **R:** n_a = 1,333.

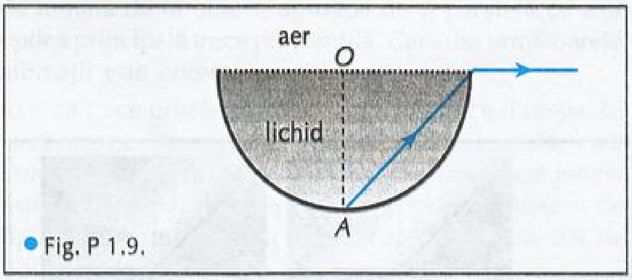


Fig. P 1.9.

Problema 1.9. Un vas având forma unei emisfere, cu centrul în O, este umplut cu un lichid (fig. P 1.9.). O sursă de lumină aflată în A emite o rază luminoasă care urmează drumul din figura P 1.9. Aflați indicele de refracție relativ al lichidului față de aer.
R: n_{la} = 1,414.

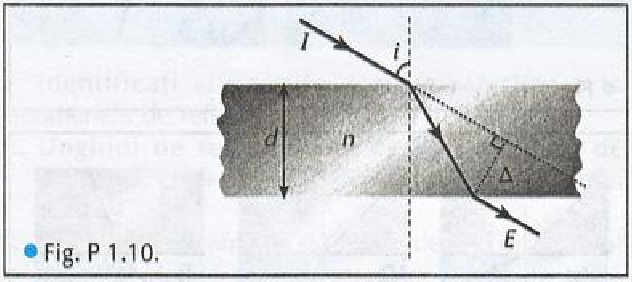


Fig. P 1.10.

Problema 1.10. Un mediu transparent cuprins între două suprafețe plane și paralele formează o ***lamă cu fețe plan-paralele***. Se consideră o astfel de lamă, de grosime d și indice de refracție n, plasată într-un alt mediu transparent (fig. P 1.10). Folosind legile refracției și considerente geometrice demonstrați că: a) raza emergentă E este paralelă cu raza incidentă I; b) distanța, Δ, dintre aceste două raze este dată de relația

$$\Delta = d \cdot \sin i \cdot \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right).$$

Problema 1.11. O rază incidentă pe o prismă de unghi A, suferind o deviație minimă, emerge sub unghiul i'. Aflați: a) unghiul de incidență, i; b) unghiul de deviație minimă, δ_m; c) indicele de refracție al prismei, n.
Aplicație: $A = 60^o$; $i' = 60^o$. **R:** $i = 60^o$; $\delta_m = 60^o$; $n = \sqrt{3}$.

Problema 1.12. Unghiul de refracție limită corespunzând materialului unei prisme cu unghiul la vârf A este l. Aflați: a) unghiul de deviație minimă, δ_m; b) unghiul de incidență, i.
Aplicație: $A = 60^o$; $l = 45^o$. **R:** $\delta_m = 30^o$; $i = 45^o$.

Problema 1.13. O prismă optică are indicele de refracție relativ față de aer n. Aflați: a) unghiul A al prismei, astfel încât acesta să fie egal cu unghiul de deviație minimă; b) ce valori poate lua n pentru a se îndeplini condiția impusă.
Aplicație: $n = \sqrt{3}$. **R:** $A = 60^o$; $1 < n < 2$.

Problema 1.14. Indicele de refracție al unei prisme având unghiul de deviație minimă $d_{min}=30^o$ și unghiul prismei $A=60^o$ este:

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}$; c. $\sqrt{2} / \sqrt{3}$; d) $\sqrt{3} / \sqrt{2}$; e) $\sqrt{2} / 2$.

Oglinzi plane. Oglinzi sferice

Problema 1.15*. Folosind legile reflexiei demonstrați că, la formarea imaginii unui obiect luminos punctiform într-o oglindă plană (fig. 1.6.1, pag. 19), $SO = S'O$.

Problema 1.16*. O oglindă concavă este scufundată în apă astfel încât axa optică principală este tangentă la suprafața apei (fig. P 1.16). O rază de lumină *SV* este incidentă sub un unghi oarecare în centrul oglinzii, *V*. Stabiliți pe care dintre cele trei direcții indicate în figură se va propaga lumina.

R: 1.

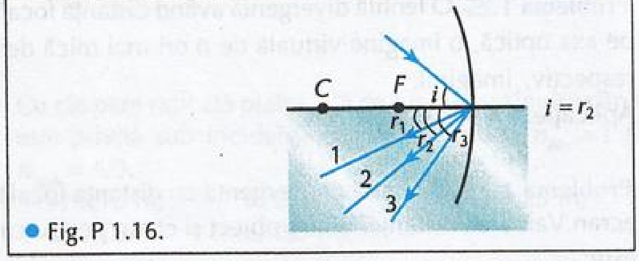


Fig. P 1.16.

Problema 1.17*. Trasați drumul razei de lumină *I* care trece prin focarul unei oglinzi concave (fig. P 1.17) imersată în apă până la axa principală.

Problema 1.18*. Un obiect, *AB*, este așezat în fața unei oglinzi convexe, ca în figura P 1.18. Construiți imaginea *A′B′* a obiectului.

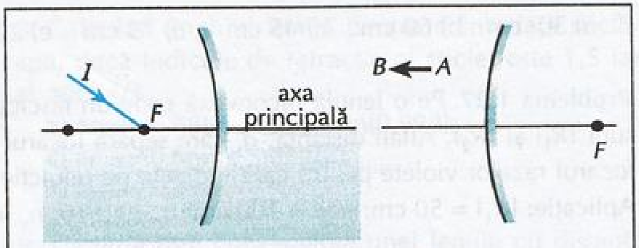


Fig. P 1.17. Fig. P 1.18.

Problema 1.19*. În figura alăturată (Fig P 1.19) pleacă de la sursă o rază de lumină spre oglinda plană. Prin care dintre punctele indicate pe figură va trece raza de lumină după reflexia pe oglindă?

a) A; b) B; c) C; d) D; e) E.

Fig. P 1.19.

Problema 1.20*. Un elev privește într-o oglindă plană verticală situată la distanța de 1 m de el. Al doilea elev stă în spatele primului elev la distanța de 4 m de acesta. Distanța dintre al doilea elev și imaginea primului elev este de:

a) 3 m; b) 4 m; c) 5 m; d) 6 m; e) 7 m.

Lentile subțiri

Problema 1.21. Aflați convergența unei lentile convergente cu distanța focală *f*.
Aplicație: $f = 35$ cm. **R:** $C = 2{,}857$ dioptrii.

Problema 1.22. Un obiect liniar *AB* este așezat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile cu distanța focală *f*, la distanța *d* de lentilă. Aflați coordonata x_2 a imaginii.
Aplicație: $f = 10$ cm; $d = 30$ cm. **R:** $x_2 = 0{,}15$ m.

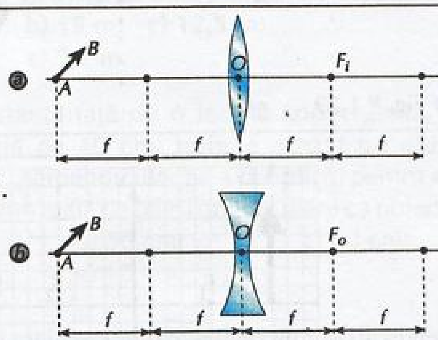


Fig. P 1.21.

Problema 1.23. Un obiect *AB* este așezat în fața unei lentile: a) convergente, b) divergente, ca în figura P 1.21. Construiți imaginea *A′B′* a obiectului.

Problema 1.24. În fața unei lentile convergente cu distanța focală *f* este așezat un tub luminos, perpendicular pe axa optică principală, la distanța *d* în stânga lentilei. Aflați distanța x_2 și mărirea liniară β.
Aplicație: $f = 25$ cm; $d = 30$ cm. **R:** $x_2 = 1{,}5$ m; $\beta = -5$.

* Problemele notate cu * sunt facultative.

Problema 1.25. O lentilă divergentă având distanța focală f realizează, pentru un tub luminos așezat perpendicular pe axa optică, o imagine virtuală de n ori mai mică decât obiectul. Aflați coordonatele x_1 și x_2 ale obiectului și, respectiv, imaginii.
Aplicație: $f = -28$ cm; $n = 4$.

R: $x_1 = -84$ cm, $x_2 = -21$ cm.

Problema 1.26. O lentilă convergentă cu distanța focală f=15 cm este așezată între un obiect luminos liniar și un ecran. Valoarea distanței dintre obiect și ecran pentru care se obține pe ecran o imagine reală și egală cu obiectul este:

a) 30 cm b) 60 cm c) 45 cm d) 75 cm e) 22 cm

Problema 1.27. Pe o lentilă biconvexă cade un fascicul paralel de lumină albă. Razele de curbură ale lentilei sunt $|R_1|$ și $|R_2|$. Aflați distanța, d, care separă focarul razelor roșii pentru care indicele de refracție este n_r de focarul razelor violete pentru care indicele de refracție este n_v.
Aplicație: $|R_1| = 50$ cm; $|R_2| = 100$ cm; $n_r = 1{,}510$; $n_v = 1{,}525$.

R: $d = 18{,}7$ mm.

Problema 1.28. Imaginea reală a unui obiect cu înălțimea y_0 trebuie să se formeze pe un ecran situat la distanța D de obiect. Se folosește o lentilă subțire plan-convexă, având raza de curbură a feței convexe $|R_1|$. Există două poziții posibile ale lentilei, distanța dintre ele fiind d. Aflați: a) mărimile y_1 și y_2 ale celor două imagini; b) distanța focală a lentilei, f; c) indicele de refracție, n, al materialului lentilei.
Aplicație: $y_0 = 30$ mm; $D = 100$ cm; $|R_1| = 10$ cm; $d = 50$ cm.

R: $y_1 = 10$ mm; $y_2 = -90$ mm; $f = 187$ mm; $n = 1{,}533$.

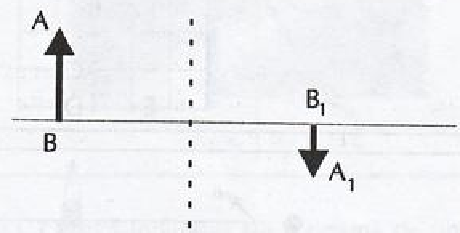


Fig. P 1.29

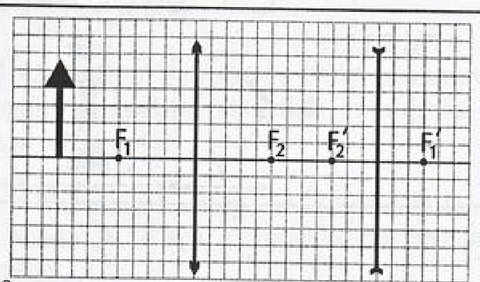


Fig. P 1.30

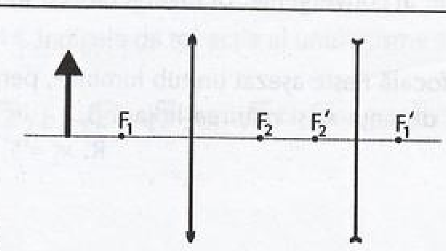


Fig. P 1.31

Problema 1.29. Indicați elementul optic utilizat pentru obținerea imaginii A_1B_1 a obiectului AB, din figura P 1.29. Desenați focarul(focarele) elementului optic utilizat.

Problema 1.30. Caracterizați imaginea obținută cu sistemul de lentile reprezentat în diagrama din figura P 1.30. Utilizați ca unitați de măsură pentru distanțele focale și pentru distanțele obiect-lentilă și lentilă-imagine laturile pătrățelelor. Calculați poziția și dimensiunea imaginii obiectului.

Problema 1.31. Obiectul reprezentat în diagrama din figura P 1.31 are înalțimea de 1 cm și se află la o distanță de 30 cm de lentila convergentă cu distanța focală de 20 cm.

a) Trasați razele de lumină necesare pentru a forma imaginea finală a obiectului atunci când lentilei convergente i se asociază o lentilă divergentă cu distanța focală de 30 cm, centrată pe același ax optic, la distanța de 50 cm.

b) Calculați poziția și înălțimea imaginii obiectului în prima lentilă

c) Calculați poziția și înălțimea imaginii finale a obiectului.

Test de evaluare**

1. Suprafața mată este aceea care:
a) difractă lumina; b) difuzează lumina în toate direcțiile; c) reflectă lumina monocromatică într-o singură direcție; d) refractă lumina monocromatică; e) dispersează lumina.

2*. Rotind cu 30° un obiect în fața unei oglinzi plane, imaginea se rotește cu :
a) 30°; b) 60°; c) 45°;
d) 15°; e) 90°.

3*. Dacă o oglindă plană se rotește cu un unghi α în jurul unei axe perpendiculare pe planul de incidență, raza reflectată corespunzătoare unui unghi de incidență oarecare se rotește în jurul aceleiași axe și în același sens cu unghiul β dat de:
a) $\beta = \alpha$; b) $\beta = 2\alpha$; c) $\beta = \alpha/2$;
d) $\beta = 3\alpha$; e) $\beta = 3\alpha/2$.

4*. În cazul unei oglinzi se obține o imagine dreaptă, virtuală și mai mare decât obiectul, dacă:
a) oglinda este concavă, iar obiectul este situat în fața centrului de curbură; b) oglinda este concavă, iar obiectul este situat între centru și focar; c) oglinda este concavă, iar obiectul este situat între focar și oglindă; d) oglinda este convexă, iar obiectul este situat între centru și focar; e) oglinda este convexă, iar obiectul este situat între focar și oglindă.

5*. O oglindă concavă, cu distanța focală *f*, formează o imagine reală, răsturnată și mărită a unui obiect real. În acest caz, obiectul se află la o distanță:
a) mai mare decât 2*f*; b) egală cu 2*f*; c) cuprinsă între *f* și 2*f*; d) egală cu *f*; e) mai mică decât *f*.

6. Pe fundul unui lac este înfipt vertical un țăruș. Privit de la mal, el pare: a) mai lung; b) mai scurt; c) de dimensiune reală; d) înclinat spre observator; e) înclinat în direcție opusă observatorului.

7. Un om privește o piatră aflată pe fundul unui bazin plin cu apă. Adâncimea bazinului este h = 1 m. Cu cât pare ridicată piatra față de fundul bazinului când este privită sub incidența normală? Se dau n_{aer} =1 și $n_{apă}$ = 4/3.
a) 0,18 m; b) 0,12 m; c) 0,25 m;
d) 0,13 m; e) 0,5 m.

8. Calculați unghiul limită pentru o interfață sticlă-apă, dacă indicele de refracție al sticlei este 1,5 iar al apei 4/3.
a) arcsin(0,888); b) arcsin(0,998);
c) arcsin(0,667); d) 48°;
e) arcsin(0,337).

9. Dioptria este convergența unei lentile cu distanță focală de:
a) 10 m; b) 1/10 m; c) 100 mm;
d) 100 cm; e) 1 mm.

10. Care este convergența unei lentile menisc divergent din sticlă cu indicele de refracție n = 1,5 și ale cărei raze de curbură sunt de 25 cm și 50 cm?
a) 2 m^{-1}; b) –1m^{-1}; c) –0,25 m^{-1};
d) –2,5 m^{-1}; e) 1,72 m^{-1}.

11. Distanța focală a obiectivului unui aparat fotografic este f = 5 cm. Imaginea unei case înalte de 6 m este de 24 mm. De la ce distanță a fost fotografiată clădirea?
a) 10 m; b) 15 m; c) 12,5 m;
d) 11,5 m; e) 7,2 m.

12. La ce distanță față de o lentilă convergentă, cu distanța focală de 40 cm, trebuie așezat un obiect luminos liniar, perpendicular pe axa optică, pentru a se obține o imagine reală de patru ori mai mare ca obiectul:
a) 40 cm; b) 50 cm; c) 60 cm;
d) 80 cm; e) 10 cm.

13. Un obiect real se află în fața unei lentile divergente, între focar și dublul distanței focale. Imaginea sa este:
a) virtuală; b) mai mare decât obiectul; c) situată dincolo de dublul distanței focale; d) mai mică decât obiectul; e) reală și răsturnată.

14. Un obiect liniar luminos se află la o distanță fixă în fața unui ecran. Între obiect și ecran se află o lentilă biconvexă care, în două poziții diferite, formează pe ecran două imagini ale obiectului, de mărimi y_2 = 6 cm și y_2' = 1,5 cm. Să se afle distanța focală a lentilei

** Soluțiile corecte se pot afla din „Caietul elevului".

1

cunoscând distanța $d = 90$ cm între obiect și ecran.
a) 0,2 m; b) 0,5 m; c) 1 m;
d) 1,5 m; e) 2 m.

15. Fie o lentilă convergentă și un obiect real. Ce informație maximă corectă vă oferă valoarea $\beta = +4$? **a)** imagine virtuală, mărită de patru ori; **b)** imagine reală și mărită de patru ori; **c)** imagine răsturnată și mărită de patru ori; **d)** imagine virtuală, dreaptă și mărită de patru ori; **e)** imagine virtuală, răstunată și mărită de patru ori.

16. O lentilă formează imaginea unui obiect luminos, aflat la 0,4 m de ea, la distanța de 80 cm de lentilă și de aceeași parte cu obiectul. Să se indice răspunsul corect: **a)** lentilă divergentă cu $f = 50$ cm, imagine virtuală, dreaptă, de două ori mai mare decât obiectul; **b)** lentilă convergentă cu $f = 40$ cm, imagine reală, dreaptă, de trei ori mai mică decât obiectul; **c)** lentilă convergentă cu $f = 50$ cm, imagine reală, răsturnată, de două ori mai mare decât obiectul; **d)** lentilă convergentă cu $f = 0{,}8$ m, imagine virtuală, dreaptă, de două ori mai mare decât obiectul; **e)** lentilă divergentă cu $f = 40$ cm, imagine virtuală, dreaptă, de trei ori mai mare decât obiectul.

17. O lentilă convergentă cu distanța focală de 0,5 m formează o imagine răsturnată de 3 ori mai mare decât obiectul. Să se indice pozițiile obiectului, imaginii și natura imaginii: **a)** obiect real la 1 m de lentilă, imagine reală la 3 m de lentilă; **b)** obiect luminos la 2 m de lentilă, imagine virtuală la 66 cm de lentilă; **c)** obiect luminos la 0,66 m de lentilă, imagine reală la 2 m de lentilă; **d)** obiect luminos la 0,5 m de lentilă, imaginea se formează la infinit; **e)** obiect luminos la 0,75 m de lentilă, imagine virtuală la 150 cm de lentilă.

18. Puterea lupei este o mărime exprimată în:
a) m; b) m/rad; c) adimensională;
d) rad/m; e) m^{-1}.

19. La ce distanță trebuie să se afle două lentile, una convergentă, cu distanța focală f_1, cealaltă divergentă, cu distanța focală f_2 ($f_1 > f_2$) pentru ca un fascicul de raze paralele cu axa optică principală să părăsească sistemul tot paralel cu axa optică principală?
a) $f_1 - f_2$; b) $f_1 + f_2$; c) $(f_1 + f_2)/2$;
d) $1/(1/f_1 - 1/f_2)$; e) $1/(1/f_1 + 1/f_2)$.

Sinteză

• În aer sau în vid lumina se propagă rectiliniu, cu viteza $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. În alte medii transparente, viteza de propagare a luminii are valori mai mici, de exemplu în sticlă $2{,}2 \cdot 10^8$ m/s. **Indicele de refracție absolut al unui mediu** măsoară raportul dintre viteza de propagare a luminii în aer sau în vid și viteza de propagare a luminii în mediul respectiv: **$n = c/v$** Indicele de refracție absolut al unui mediu este adimensional și are întotdeauna valori supraunitare.

• **Reflexia și refracția luminii** sunt fenomene de schimbare a direcției de propagare a luminii atunci când întâlnește suprafața de separație dintre două medii cu indici de refracție diferiți. Reflexia presupune întoarcerea fasciculului luminos în primul mediu, iar refracția necesită traversarea suprafeței de separație a mediilor.

Legile reflexiei luminii

1. *Raza incidentă, normala la suprafața de reflexie și raza reflectată sunt coplanare.*
2. *Unghiul de incidență și unghiul de reflexie sunt egale:* ***i = r***

Legile refracției luminii

1. *Raza incidentă, normala la suprafața de refracție și raza refractată sunt coplanare.*
2. *Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este egal cu indicele de refracție relativ al celui de-al doilea mediu față de primul:* $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$

• **Reflexia totală** apare la trecerea luminii dintr-un mediu cu indice de refracție mai mic într-un mediu cu indice de refracție mai mare, atunci când unghiul de incidență pe suprafața de separație este mai mare decât unghiul limită. ($\sin l = n_2/n_1$)

• **Lentilele** sunt medii transparente limitate de două suprafețe sferice sau o suprafață sferică și una plană. Formulele lentilelor subțiri sunt:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f},\ \frac{1}{f_2} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),\ \beta = \frac{x_2}{x_1}.$$

• **Oglinzile** sunt suprafețe foarte netede (plane sau sferice), care reflectă aproape în totalitate lumina. Formulele oglinzilor sferice sunt: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R}$, $\beta = -\frac{x_2}{x_1}$.

• **Ochiul omenesc** este un sistem optic centrat format din patru medii transparente: corneea, umoarea apoasă, cristalinul și umoarea vitroasă, medii cu indici de refracție diferiți. Formarea unei imagini clare presupune focalizarea fasciculului luminos care pătrunde prin pupilă pe cristalin. Aceasta se realizează prin variația distanței focale a cristalinului datorită modificării razei sale de curbură sub acțiunea mușchilor ciliari.

• **Instrumentele optice** sunt constituite din lentile, oglinzi și diafragme centrate pe același ax optic. Ele pot forma imagini reale ale obiectului studiat (aparatul fotografic, ochiul) sau virtuale (lupa, luneta, microscopul). Mărimile care caracterizează performanțele instrumentelor optice sunt:

Puterea *unui instrument optic:* $P = \frac{\operatorname{tg}\alpha'}{y_1}$,

Grosismentul *unui instrument optic:* $G = \frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha}$,

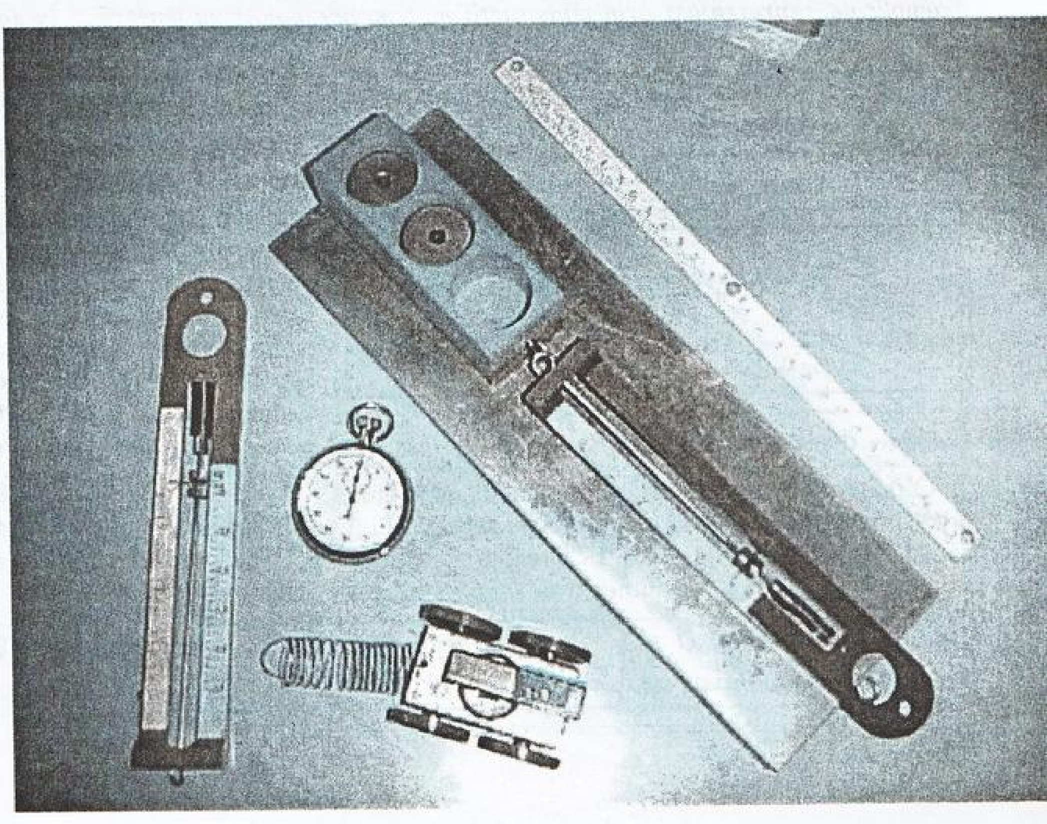
Capitolul 2

Principii și legi în mecanica newtoniană

Obiective

În acest capitol veți studia:

- **Mișcarea și repausul în cazul corpurilor modelabile prin puncte materiale**
- **Proprietăți ale corpurilor ca inerția și interacțiunea**
- **Principiile mecanicii newtoniene- descoperirea și aplicarea lor în situații practice**
- **Legea lui Hooke. Forța elastică. Tensiunea în fire.**
- **Forțele de frecare la alunecare. Legile frecării la alunecare**
- **Legea atracției universale. Câmpul gravitațional**



A.1. Aprofundare. Noțiuni de calcul vectorial*

A.1.1. Mărimi scalare și mărimi vectoriale*

Definiție: Se numește *mărime scalară* o mărime care este complet determinată de o valoare numerică reală și o unitate de măsură.

Exemple: temperatura, masa, timpul etc.

Observație: Mărimile scalare pot fi pozitive sau negative.

În fizică se întâlnesc și altfel de mărimi. Fie un cerc de centru C și rază r ca în figura A2.1.1. Să presupunem că un corp se mișcă plecând din C și că parcurge distanța r. Simpla precizare a distanței parcurse nu este suficientă pentru a caracteriza complet deplasarea corpului. În adevăr, în condițiile date, corpul poate ajunge în orice punct de pe cercul considerat. Pentru a caracteriza deplasarea sa este deci necesar să precizăm și *direcția* deplasării (de exemplu, CA în figura A2.1.1). În plus, este necesar să precizăm sensul deplasării: de la C la A. Într-adevăr, un alt corp s-ar putea mișca pe direcția CA, pe distanța r, dar *de la A la C* și deplasarea sa ar fi diferită. Suntem astfel conduși la necesitatea de a considera, pe lângă mărimile scalare, un tip nou de mărimi fizice, caracterizate de o valoare numerică, de direcție și sens, numite mărimi vectoriale.

2

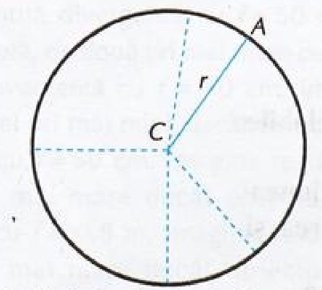


Fig. A2.1.1. **Traiectorie circulară**

*Noțiunea de **vector** a fost introdusă de **Simon Stevin** (1548 – 1620) cu privire la forțe. El a descoperit legea de compunere a forțelor deci, în general, a vectorilor: **regula paralelogramului**. Cuvântul „vector" vine din limba latină și înseamnă purtător. Teoria matematică a vectorilor a fost dezvoltată la sfârșitul secolului XIX de **Josiah Willard Gibbs** și de **Oliver Heaviside**. În fizică se folosesc și alte tipuri de mărimi, și mai complicate, reprezentate prin construcții matematice cum sunt **tensorii** și **spinorii**.*

Definiție: Se numește *mărime vectorială* o mărime care este complet determinată de următoarele elemente:
- *valoare numerică și unitate de măsură;*
- *direcție;*
- *sens.*

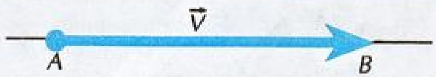


Fig. A 2.1.2.
Vectorul – reprezentare geometrică

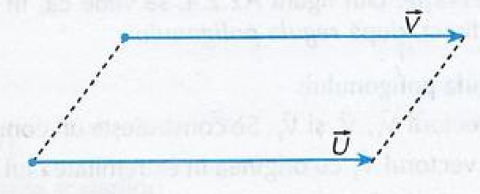
Exemple: deplasarea, viteza, forța etc.

O mărime fizică vectorială se reprezintă geometric printr-un segment orientat, cu un vârf de săgeată la un capăt, numit vector (fig. A2.1.2). Dreapta care trece prin punctele A și B se numește *dreapta suport a vectorului*. Ea indică *direcția vectorului. Sensul vectorului* este de la A la B și este indicat prin vârful de săgeată din punctul B, punct numit *extremitatea vectorului*. Punctul A se numește *originea vectorului* sau punctul de aplicație al acestuia. Lungimea segmentului AB se ia *direct proporțională* cu valoarea numerică a mărimii fizice. Vectorul din figură se notează $\overrightarrow{AB}$ (prima literă indică originea vectorului, iar a doua extremitatea acestuia) sau, simplu, cu o singură literă, $\vec{V}$. Modulul vectorului $\vec{V}$ se notează $|\vec{V}|$ sau, simplu, V (fără săgeată deasupra).

Definiție: Doi vectori $\vec{U}$ și $\vec{V}$ care au aceeași direcție, același sens și modulele egale ($V = U$) se numesc *vectori egali*: $\vec{V} = \vec{U}$.

Practic, aceasta înseamnă că cei doi vectori sunt egali dacă pot fi suprapuşi translatând unul dintre vectori (fig. A2.1.3).

Doi vectori ale căror drepte suport sunt paralele se numesc ***vectori paraleli***. Doi vectori ale căror drepte suport sunt concurente se numesc ***vectori concurenţi***. Vectorii cuprinşi în acelaşi plan se numesc ***vectori coplanari***. Vectorii care au aceeaşi dreaptă suport se numesc ***vectori coliniari***.



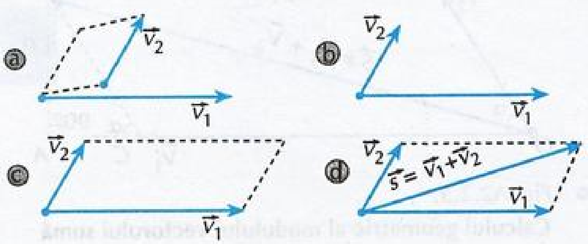
● Fig. A2.1.3. **Vectori paraleli**

A.1.2. Adunarea vectorilor*

Pentru a aduna doi vectori $\vec{V}_1$ şi $\vec{V}_2$ se deplasează unul din vectori paralel cu el însuşi până când originile celor doi vectori coincid (fig. A2.2.1-a, b). Apoi se foloseşte regula paralelogramului.

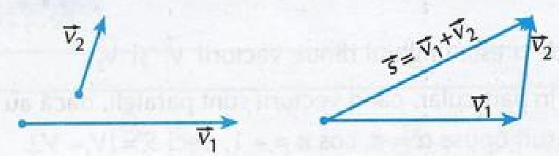
- **Regula paralelogramului:**

Se construieşte un paralelogram având vectorii de adunat $\vec{V}_1$ şi $\vec{V}_2$ ca laturi (fig. 2.2.1-c). Prin definiţie, vectorul $\vec{S} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, sumă a vectorilor $\vec{V}_1$ şi $\vec{V}_2$, este reprezentat de acea diagonală orientată a paralelogramului, care are originea în originea comună a celor doi vectori (fig. A2.2.1-d).



● Fig. A2.2.1. **Regula paralelogramului**

Observaţie: Se pot aduna numai vectori care reprezintă mărimi având aceeaşi natură fizică, de exemplu două sau mai multe forţe. A aduna mărimi care au naturi fizice diferite, de exemplu o forţă cu o viteză, *nu are sens*. Aşa cum se observă din figura A2.2.1, pentru a aduna doi vectori se poate folosi şi regula triunghiului (fig. A2.2.2).



● Fig. A2.2.2. **Regula triunghiului**

- **Regula triunghiului:**

Se translatează vectorul $\vec{V}_2$ cu originea în extremitatea vectorului $\vec{V}_1$.

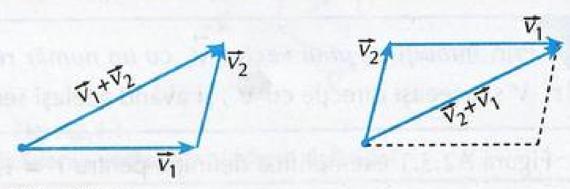
Vectorul $\vec{S} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, sumă a vectorilor $\vec{V}_1$ şi $\vec{V}_2$, este reprezentat de segmentul orientat având originea în originea primului vector şi extremitatea în extremitatea celui de-al doilea vector.

Proprietăţi:

1) Adunarea vectorilor este comutativă:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{V}_1,$$

aşa cum se observă din figura A2.2.3.

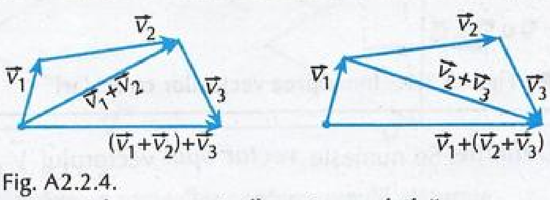


● Fig. A2.2.3. **Adunarea vectorilor este *comutativă***

2) Adunarea vectorilor este asociativă:

$$\left(\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right) + \vec{V}_3 = \vec{V}_1 + \left(\vec{V}_2 + \vec{V}_3\right),$$

aşa cum se observă din fig. A2.2.4.



● Fig. A2.2.4. **Adunarea vectorilor este *asociativă***

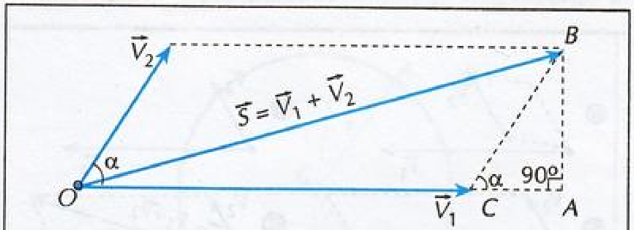
Observație: Din figura A2.2.4. se vede că, în cazul a 3 sau mai multor vectori, adunarea acestora se poate face și direct, după *regula poligonului.*

- **Regula poligonului:**

Fie vectorii $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ și $\vec{V}_3$. Se construiește un contur poligonal translatând vectorul $\vec{V}_2$ cu originea în extremitatea lui $\vec{V}_1$ și vectorul $\vec{V}_3$ cu originea în extremitatea lui $\vec{V}_2$. Vectorul sumă $\vec{S}=\vec{V}_1+\vec{V}_2+\vec{V}_3$ este reprezentat de segmentul orientat având originea în originea primului vector și extremitatea în extremitatea ultimului vector.

Observații:

1. Regula poligonului este o simplă generalizare a regulii triunghiului.
2. Regula poligonului a fost enunțată mai sus pentru cazul a trei vectori. Generalizarea enunțului la cazul a patru sau mai mulți vectori este evidentă.



- Fig. A2.2.5.
Calculul geometric al modulului vectorului sumă $\vec{S}=\vec{V}_1+\vec{V}_2$

Pentru a afla modulul vectorului sumă vom considera triunghiurile dreptunghice *OAB* și *CAB* din figura A2.2.5. Aplicând teorema lui Pitagora obținem:

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = (OC + CA)^2 + AB^2 =$$
$$= OC^2 + 2OC \cdot CA + CA^2 + AB^2 =$$
$$= OC^2 + 2OC \cdot CA + CB^2.$$

Dar $CA = CB \cdot \cos\alpha = V_2 \cdot \cos\alpha$. Deci

$$OB^2 = V_1^2 + 2V_1 \cdot (V_2 \cos\alpha) + V_2^2 .$$

Prin urmare, modulul vectorului sumă este dat de relația:

$$S = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cdot \cos\alpha} ,$$

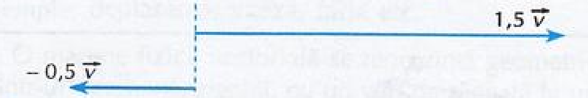
unde α este unghiul dintre vectorii $\vec{V}_1$ și $\vec{V}_2$.

În particular, când vectorii sunt paraleli, dacă au același sens, $\alpha = 0$, $\cos 0 = +1$, deci $S = V_1 + V_2$, iar dacă au sensuri opuse $\alpha = \pi$, $\cos\pi = -1$, deci $S = |V_1 - V_2|$.

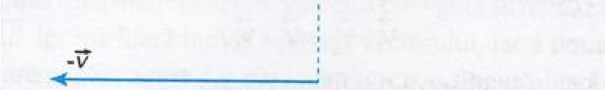
A.1.3. Înmulțirea vectorilor cu scalari*

Prin ***înmulțirea unui vector*** $\vec{V}$ ***cu un număr real*** *r* se obține un vector, notat $r\cdot\vec{V} = \vec{V}\cdot r$, având modulul $|r|\cdot V$ și aceeași direcție cu $\vec{V}$, și având același sens cu $\vec{V}$ dacă $r>0$, și sens opus lui $\vec{V}$, dacă $r<0$.

Figura A2.3.1 exemplifică definiția pentru $r = 1{,}5$ și pentru $r = -0{,}5$.



- Fig. A2.3.1. **Înmulțirea vectorilor cu scalari**



- Fig. A2.3.2. **Opusul unui vector**

Definiție: Se numește ***vector opus*** vectorului $\vec{V}$ vectorul notat $-\vec{V}$, definit de relația:

$$-\vec{V} = (-1)\cdot\vec{V}$$

Reprezentarea vectorului opus este dată în figura A2.3.2.

Proprietăţi:

1) Înmulţirea vectorilor cu scalari este *asociativă:*

$$(r_1 \cdot r_2)\vec{V} = r_1\left(r_2\,\vec{V}\right).$$

2) Înmulţirea vectorilor cu scalari este *distributivă* faţă de adunarea scalarilor:

$$(r_1 + r_2)\vec{V} = r_1\vec{V} + r_2\vec{V}\,.$$

3) Înmulţirea vectorilor cu scalari este *distributivă* faţă de adunarea vectorilor:

$$r\left(\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right) = r\,\vec{V}_1 + r\,\vec{V}_2\,.$$

A împărţi un vector $\vec{V}$ la un număr real $r \neq 0$ înseamnă a înmulţi vectorul $\vec{V}$ cu numărul $1/r$:

$$\frac{\vec{V}}{r} = \frac{1}{r}\cdot\vec{V},\ r \neq 0.$$

A.1.4. Scăderea vectorilor*

A scădea un vector $\vec{V}$ dintr-un vector $\vec{U}$ înseamnă a aduna la $\vec{U}$ vectorul $-\vec{V}$:

$$\vec{D} = \vec{U} - \vec{V} = \vec{U} + (-\vec{V}).$$

Rezultă că pentru a se obţine vectorul diferenţă $\vec{D}$ se efectuează următoarele operaţii (fig. A2.4.1):

a) se translatează vectorul $\vec{V}$ cu originea în originea vectorulu $\vec{U}$ (fig. A2.4.1-a);

b) se construieşte vectorul $-\vec{V}$ (fig. A2.4.1-b);

c) se adună vectorii $\vec{U}$ şi $-\vec{V}$ conform regulii paralelogramului (fig. A2.4.1-c).

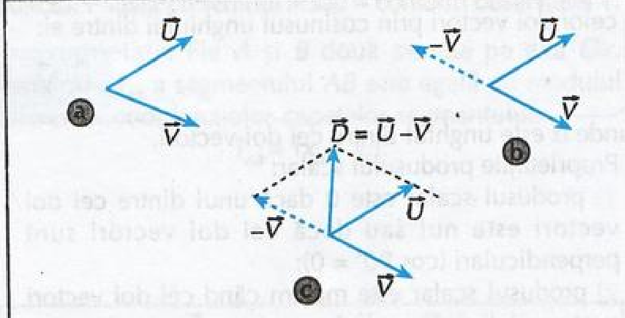


Fig. A2.4.1.
Scăderea vectorilor conform definiţiei

Din figura 2.4.2 se constată că scăderea vectorilor poate fi efectuată şi folosind următoarea regulă:

Regulă

Vectorul $\vec{D} = \vec{U} - \vec{V}$, diferenţă a vectorilor $\vec{U}$ şi $\vec{V}$, având originea comună, este reprezentat de segmentul orientat având originea în extremitatea scăzătorului $\vec{V}$ şi extremitatea în extremitatea descăzutului $\vec{U}$.

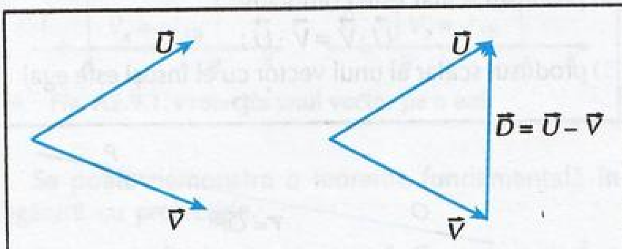


Fig. A2.4.2.
Scăderea vectorilor conform regulii alăturate

Modulul vectorului $\vec{D} = \vec{U} - \vec{V}$, diferenţă a vectorilor $\vec{U}$ şi $\vec{V}$, este dat de relaţia

$$D = \sqrt{U^2 + V^2 - 2UV\cdot\cos\alpha}\,,$$

unde α este unghiul dintre vectorii $\vec{U}$ şi $\vec{V}$.

A.1.5. Descompunerea unui vector*

A descompune un vector $\vec{V}$ după două direcții concurente D_1 și D_2, înseamnă a găsi doi vectori $\vec{V_1}$ și $\vec{V_2}$, orientați după direcțiile D_1 și, respectiv, D_2, astfel încât să fie satisfăcută relația $\vec{V_1} + \vec{V_2} = \vec{V}$.

Descompunerea lui $\vec{V}$ după direcțiile D_1 și D_2 se face după regula de mai jos.

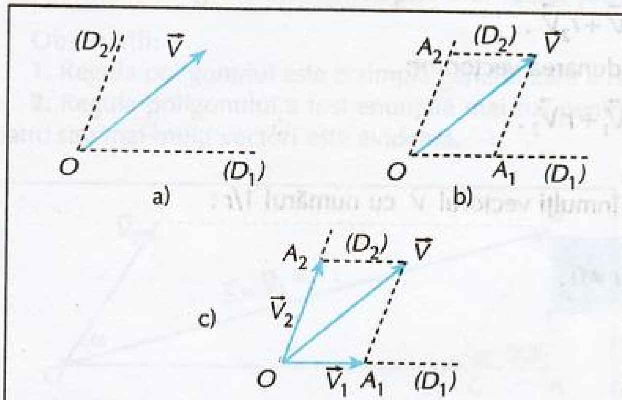


Fig. A2.5.1.
Descompunerea unui vector

Regulă

a) se translatează vectorul $\vec{V}$ cu originea în punctul O de intersecție a dreptelor D_1 și D_2 (fig. A2.5.1-a);

b) prin extremitatea lui $\vec{V}$ se duc paralele la dreptele D_1 și D_2 pe care le intersectează în punctele A_1 și, respectiv, A_2 (fig. A2.5.1-b);

c) se obțin segmentele orientate

$$\overrightarrow{OA_1} = \vec{V_1} \text{ și } \overrightarrow{OA_2} = \vec{V_2},$$

având direcțiile dreptelor D_1 și, respectiv, D_2 și care satisfac relația $\vec{V_1} + \vec{V_2} = \vec{V}$, conform regulii paralelogramului (fig. A2.5.1-c).

Vectorii $\vec{V_1}$ și $\vec{V_2}$ se numesc *componentele* vectorului $\vec{V}$ după direcțiile D_1, respectiv, D_2.

Observație: Descompunerea unui vector, în plan, după două direcții concurente este o operație inversă adunării a doi vectori concurenți.

A.1.6. Produsul scalar a doi vectori*

Definiție: Se numește *produs scalar* al vectorilor $\vec{U}$ și $\vec{V}$ numărul real, notat $\vec{U}\cdot\vec{V}$, egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin cosinusul unghiului dintre ei:

$$\vec{U}\cdot\vec{V} = U\cdot V\cdot\cos\alpha,$$

unde α este unghiul dintre cei doi vectori.

Proprietățile produsului scalar:

1) produsul scalar este 0 dacă unul dintre cei doi vectori este nul sau dacă cei doi vectori sunt perpendiculari ($\cos 90° = 0$);

2) produsul scalar este maxim când cei doi vectori sunt paraleli și au același sens;

3) produsul scalar este minim când cei doi vectori sunt paraleli și au sensuri opuse;

4) produsul scalar este comutativ:

$$\vec{U}\cdot\vec{V} = \vec{V}\cdot\vec{U};$$

5) produsul scalar al unui vector cu el însuși este egal cu pătratul modulului său: $\vec{V}\cdot\vec{V} = V^2$;

6) a înmulți produsul scalar cu numărul real r înseamnă a înmulți cu r unul dintre cei doi vectori din produsul scalar:

$$r\left(\vec{U}\cdot\vec{V}\right) = \left(r\vec{U}\right)\cdot\vec{V} = \vec{U}\cdot\left(r\vec{V}\right);$$

7) produsul scalar este distributiv față de adunarea vectorilor:

$$\vec{U}\cdot\left(\vec{V_1}+\vec{V_2}\right) = \vec{U}\cdot\vec{V_1} + \vec{U}\cdot\vec{V_2}.$$

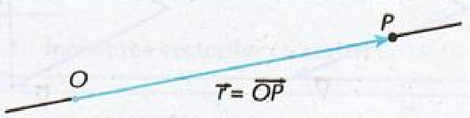


Fig. A2.7.1.
Vectorul de poziție față de O al unui punct P

A.1.7. Vector de poziție*

Definiție: Se numește *vector de poziție al unui punct* P față de un punct O vectorul $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$.

A.1.8. Axă*

Definiţie: Se numeşte *axă* o dreaptă pe care s-au ales, în mod convenţional, un punct ca origine a axei, un sens pozitiv al axei şi un segment ca unitate de lungime pe axă.

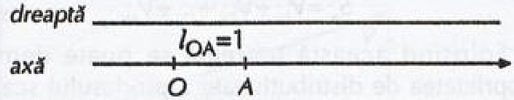


Fig. A2.8.1.

Observaţie: Sensul axei se indică printr-o săgeată (fig. A2.8.1).

Definiţie: Se numeşte *versor* al unei axe un vector având direcţia şi sensul axei şi modulul egal cu unitatea de lungime pe axă.

Exemplificarea versorului este dată în figura A2.8.2.

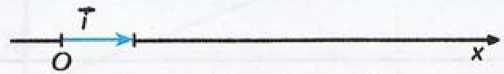


Fig. A2.8.2. **Versor**

Proprietate: Orice vector situat pe o axă de versor $\vec{i}$ se poate scrie în forma

$$\vec{V} = \pm V \cdot \vec{i}$$

Definiţie: Se numeşte *coordonată* a unui punct P situat pe o axă de origine O şi versor $\vec{i}$ numărul real, notat x_P, definit de relaţia:

$$x_P = \overrightarrow{OP} \cdot \vec{i} = \pm OP.$$

Observaţii:

1) Semnul + corespunde punctelor P situate pe semiaxa pozitivă, iar semnul – corespunde punctelor P situate pe semiaxa negativă.

2) O axă pe care s-a definit coordonata x_P a fiecărui punct P se numeşte *axă de coordonate*. Se notează Ox (O = originea, x = litera cu care se notează coordonatele).

3) *Semnificaţia geometrică a coordonatei*: coordonata x_P a punctului P este distanţa de la originea O a axei la punctul P luată cu semnul + sau – conform observaţiei 1.

Proprietate: Fie A şi B două puncte pe axa Ox. Lungimea l_{AB} a segmentului AB este egală cu modulul diferenţei coordonatelor capetelor segmentului:

$$l_{AB} = |x_B - x_A|.$$

A.1.9. Proiecţia unui vector pe o axă*

Definiţie: Se numeşte *proiecţie* a vectorului $\vec{V}$ pe axa Ox de versor $\vec{i}$ numărul real V_x definit de relaţia:

$$V_x = \vec{V} \cdot \vec{i} = V \cdot \cos\alpha,$$

unde α este unghiul făcut de vectorul $\vec{V}$ cu axa Ox (fig. A2.9.1).

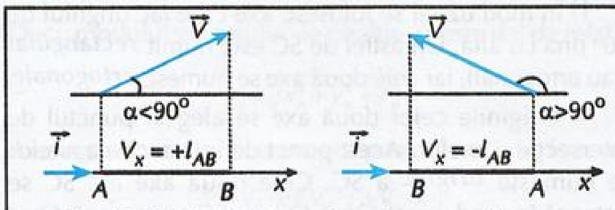


Fig. A2.9.1. **Proiecţia unui vector pe o axă**

Din figura A2.9.1 se vede că:

- pentru $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$, $\cos\alpha>0$, aşadar proiecţia este *pozitivă*: $V_x>0$;
- pentru $\pi/2 < \alpha < 3\pi/2$ $\cos\alpha<0$, aşadar proiecţia este *negativă*: $V_x<0$.

Se poate demonstra o teoremă fundamentală în legătură cu proiecţiile.

Teoremă: Proiecţia pe o axă Ox a sumei $\vec{S}$ a vectorilor $\vec{V}_1, \vec{V}_2, ..., \vec{V}_n$ este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe axa Ox ale vectorilor $\vec{V}_1, \vec{V}_2, ..., \vec{V}_n$:

$$S_x = V_{1x} + V_{2x} + ... + V_{nx}.$$

Folosind această teoremă se poate demonstra proprietatea de distributivitate a produsului scalar față de adunarea vectorilor.

Proprietate: Produsul scalar este distributiv față de adunarea vectorilor:

$$\vec{U} \cdot (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = \vec{U} \cdot \vec{V}_1 + \vec{U} \cdot \vec{V}_2.$$

Într-adevăr, conform teoremei precedente, proiecția sumei $\vec{S} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ pe direcția vectorului $\vec{U}$ este $S_U = V_{1U} + V_{2U}$. Atunci:

$$\vec{U} \cdot (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = \vec{U} \cdot \vec{S} = U \cdot S_U = U \cdot (V_{1U} + V_{2U}).$$

Deoarece U, V_{1U} și V_{2U} sunt numere reale rezultă că

$$U \cdot (V_{1U} + V_{2U}) = U \cdot V_{1U} + U \cdot V_{2U};$$

în final găsim:

$$\vec{U} \cdot (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = U \cdot V_{1U} + U \cdot V_{2U} = \vec{U} \cdot \vec{V}_1 + \vec{U} \cdot \vec{V}_2.$$

A.1.10. Sistem de coordonate*

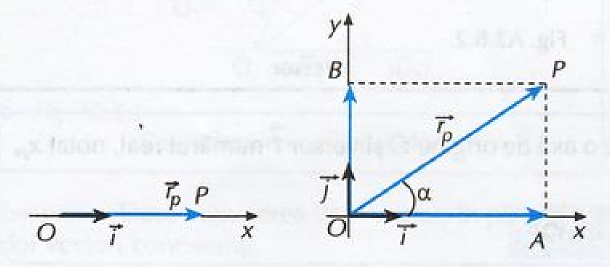


Fig. A2.10.1-a

Fig. A2.10.1-b

Poziția unui punct P situat pe o axă Ox este determinată de vectorul său de poziție față de originea O a axei Ox: $\vec{r}_P = \overrightarrow{OP}$ (fig. A2.10.1-a).

Conform § 2.8 avem: $\vec{r}_P = x_P \cdot \vec{i}$, unde x_P este coordonata lui P, iar $\vec{i}$ este versorul axei Ox.

În plan, sistemul de coordonate se introduce ca ansamblul format de două axe concurente (fig. A2.10.1-b).

Observații:

1) În mod uzual se folosesc axe care fac unghiul de 90° una cu alta. Un astfel de SC este numit ***rectangular*** (sau ortogonal), iar cele două axe se numesc ***ortogonale***.

2) Originile celor două axe se aleg în punctul de intersecție a axelor. Acest punct de intersecție a axelor se numește ***origine*** a SC. Cele două axe ale SC se notează în mod uzual Ox și Oy, iar SC se notează Oxy.

3) Versorii axelor Ox și Oy se notează cu $\vec{i}$ și, respectiv, cu $\vec{j}$. Dacă SC este rectangular, atunci $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$.

4) $\vec{i} \cdot \vec{i} = i^2 = 1$;

$\vec{j} \cdot \vec{j} = j^2 = 1$.

Poziția unui corp este *relativă* în sensul că ea se determină numai în raport cu (relativ la) alte corpuri, numite corpuri de referință. Trebuie observat că, în general, ea se schimbă în funcție de corpul de referință considerat.

Din punct de vedere experimental (practic) prin sistem de coordonate (SC) înțelegem ansamblul format dintr-un corp de referință (ales ca origine de la care se măsoară distanțele) și un sistem de rigle (pentru determinarea distanțelor).

Poziția unui punct P situat în planul axelor unui sistem de coordonate rectangular Oxy este determinată de vectorul său de poziție față de originea sistemului de coordonate: $\vec{r}_P = \overrightarrow{OP}$ (figura A2.10.1-b).

Conform § 2.5 vectorul $\vec{r}_P$ se poate descompune după direcțiile axelor Ox și Oy, deci se poate scrie în forma:

$$\vec{r}_P = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}.$$

Putem scrie atunci $\overrightarrow{OA} = x_P \cdot \vec{i}$ și $\overrightarrow{OB} = y_P \cdot \vec{j}$. Mărimile $x_P = OA = OP \cdot \cos\alpha$ și $y_P = OB = OP \cdot \sin\alpha$ se numesc ***coordonatele lui P*** în SC Oxy. Atunci $\vec{r}_P = x_P \cdot \vec{i} + y_P \cdot \vec{j}$.

Această exprimare a vectorului de poziție $\vec{r}_P$ în funcție de versorii $\vec{i}$ și $\vec{j}$ ai axelor Ox și Oy poate fi generalizată la cazul unui vector $\vec{V}$ oarecare.

Într-adevăr, în § A2.5 am studiat descompunerea unui vector $\vec{V}$ după două direcții concurente, coplanare cu vectorul $\vec{V}$. S-au obținut doi vectori $\vec{V}_1$ și $\vec{V}_2$, orientați după cele două direcții, și care satisfac relația $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ (fig. A2.5.1, pag. 58).

Alegând cele două direcții ca fiind ortogonale (fig. A2.10.2-a), construim un SC ortogonal având axele pe cele două direcții (fig. A2.10.2-b).

Vectorii $\vec{V}_1$ și $\vec{V}_2$, componente ale lui $\vec{V}$, sunt vectori de poziție ai punctelor A_1 și, respectiv, A_2 deci $\vec{V}_1 = V_x \cdot \vec{i}$ și $\vec{V}_2 = V_y \cdot \vec{j}$, unde V_x și V_y sunt coordonatele punctelor A_1 și, respectiv A_2 și reprezintă proiecțiile vectorului $\vec{V}$ pe cele două axe de coordonate. Corespunzător, se poate scrie:

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j}.$$

Această relație este numită ***expresie analitică a vectorului*** $\vec{V}$. Din figura A2.10.2-b se vede că modulul vectorului $\vec{V}$ este dat, conform teoremei lui Pitagora, de relația

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

În spațiu, sistemul de coordonate se introduce ca un ansamblu format din trei axe necoplanare, ortogonale și concurente toate trei în același punct (fig. A2.10.3).

Observații:

1) În mod uzual se folosesc axe care fac, două câte două, unghiuri de 90°. Un astfel de SC este numit ***rectangular*** (sau ortogonal).

2) Originile celor trei axe se aleg în punctul comun de intersecție a axelor. Acest punct, *O* în figura A2.10.3, se numește origine a SC. Cele trei axe ale SC se notează în mod uzual *Ox*, *Oy* și *Oz*, iar SC se notează *Oxyz*.

3) Versorii axelor *Ox*, *Oy* și *Oz* se notează, respectiv cu $\vec{i}$, $\vec{j}$ și $\vec{k}$. Dacă SC este rectangular, atunci

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \cos 90^o = 0.$$

4) $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = \cos 0^o = 1.$

Poziția unui punct *P* în raport cu SC *Oxyz* este determinată de vectorul său de poziție față de originea sistemului de coordonate: $\vec{r}_p = \overrightarrow{OP}$ (fig. A2.10.3).

Raționând analog cazului plan se arată că

$$\vec{r}_p = x_p \cdot \vec{i} + y_p \cdot \vec{j} + z_p \cdot \vec{k},$$

unde coordonatele $x_p = OA$, $y_p = OB$ și $z_p = OD$ sunt proiecțiile vectorului $\vec{r}_p$ pe axele de coordonate *Ox*, *Oy* și, respectiv, *Oz*.

Din figura A2.10.3 se vede că

$$OC^2 = OA^2 + OB^2 = x_p^2 + y_p^2$$

și că

$$OP^2 = r_p^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + z_p^2 = (x_p^2 + y_p^2) + z_p^2.$$

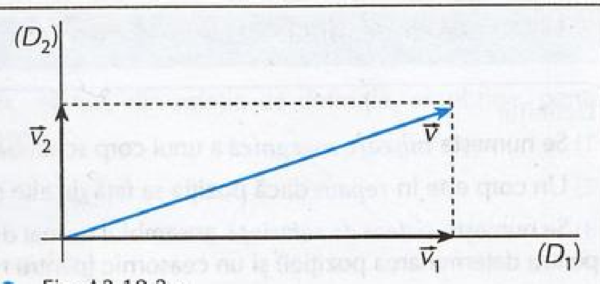


Fig. A2.10.2-a

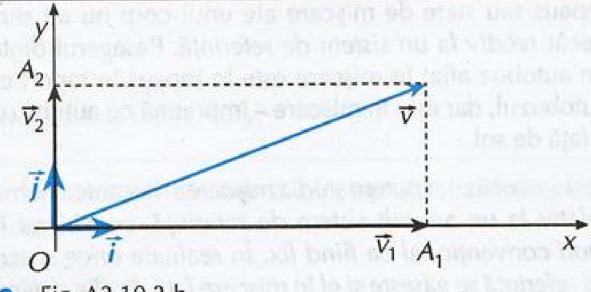


Fig. A2.10.2-b

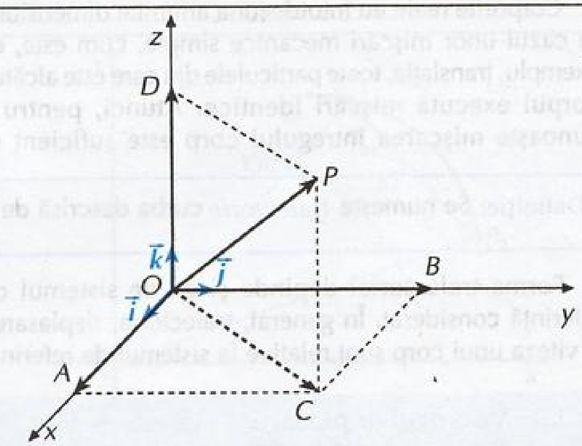


Fig A2.10.3

Deci: modulul vectorului de poziție $\vec{r}_p$ este dat de relația

$$r_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}.$$

Analog, un vector $\vec{V}$ oarecare poate fi scris în forma

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j} + V_z \cdot \vec{k},$$

unde V_x, V_y și V_z sunt proiecțiile vectorului $\vec{V}$ pe cele trei axe de coordonate. Modulul vectorului $\vec{V}$ este dat de relația

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

2

ALT

2.1. Mişcare mecanică. Repaus

Definiţii:
1) Se numeşte *mişcare mecanică* a unui corp schimbarea în timp a poziţiei sale faţă de alte corpuri.
2) Un corp este în *repaus* dacă poziţia sa faţă de alte corpuri nu se schimbă în timp.
3) Se numeşte *sistem de referinţă* ansamblul format dintr-un sistem de coordonate (un corp de referinţă şi o riglă pentru determinarea poziţiei) şi un ceasornic (pentru măsurarea timpului).

2

Conform definiţiilor de mai sus, noţiunile de stare de repaus sau stare de mişcare ale unui corp nu au sens decât *relativ la un sistem de referinţă*. Pasagerul dintr-un autobuz aflat în mişcare este în repaus în raport cu autobuzul, dar este în mişcare – împreună cu autobuzul – faţă de sol.

În concluzie: *putem studia mişcarea mecanică numai relativ la un anumit sistem de referinţă, considerat în mod convenţional ca fiind fix. În realitate orice sistem de referinţă se găseşte şi el în mişcare faţă de alte sisteme de referinţă.*

Corpurile reale au întotdeauna anumite dimensiuni. În cazul unor mişcări mecanice simple, cum este, de exemplu, translaţia, toate particulele din care este alcătuit corpul execută mişcări identice. Atunci, pentru a cunoaşte mişcarea întregului corp este suficient să studiem mişcarea unui singur punct al acestuia. Într-un astfel de caz dimensiunile corpului nu sunt relevante. Se poate considera corpul redus la un punct. Suntem astfel conduşi la a introduce noţiunea de punct material.

Punctul material este un model teoretic pentru corpurile reale, aplicabil numai în unele situaţii (când dimensiunile sale nu sunt relevante pentru problema studiată: de exemplu, în mişcarea de translaţie, când toate punctele unui corp se mişcă identic, mişcarea unui singur punct al corpului descrie complet mişcarea acestuia).

Punctul material este deci un model teoretic prin care corpul real este reprezentat printr-un punct geometric (fără dimensiuni) caracterizat numai de masa m a corpului real studiat.

Definiţie: Se numeşte *traiectorie* curba descrisă de un punct material în timpul mişcării sale.

Forma traiectoriei depinde şi ea de sistemul de referinţă considerat. În general, traiectoria, deplasarea şi viteza unui corp sunt relative la sistemul de referinţă utilizat, astfel încât, alegând un alt sistem de referinţă se modifică forma traiectoriei, mărimea şi orientarea deplasării, mărimea şi orientarea vitezei etc.

2.1.1. Vectorul deplasare

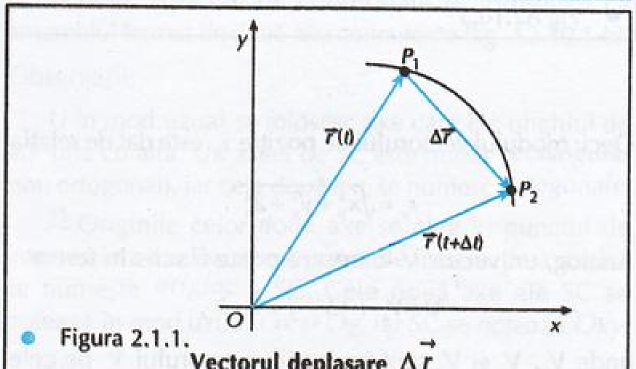


Figura 2.1.1. **Vectorul deplasare $\Delta\vec{r}$**

Definiţie: Se numeşte *vector deplasare* al punctului material în intervalul de timp Δt, în raport cu sistemul de referinţă considerat, vectorul

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t),$$

unde:

– $\vec{r}(t)$ este vectorul de poziţie al punctului material la momentul t, $[r]_{SI} = $ m;

– $\vec{r}(t+\Delta t)$ este vectorul său de poziţie la momentul $t+\Delta t$.

Observaţii:

1) Vectorul deplasare este determinat *relativ la* un anumit interval de timp. Luând un alt interval de timp se obţine, în general, un alt vector deplasare.

2) Vectorul deplasare este determinat *relativ la* un anumit sistem de referinţă (SR). Luând un alt SR, în general în mişcare faţă de primul, se obţine, de obicei, un alt vector deplasare.

3) Din figura 2.1.1 se vede că vectorul deplasare este, în general, *secant* la traiectorie. În mişcarea rectilinie el are permanent direcţia traiectoriei.

Fie un punct material în mişcare rectilinie pe axa Ox. Atunci, din relaţia de definiţie, se obţine, pentru deplasarea punctului material în intervalul de timp Δt, expresia:

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t),$$

unde:

– $x(t)$ este coordonata punctului material la momentul t;

– $x(t+\Delta t)$ este coordonata punctului material la momentul $t+\Delta t$.

2.1.2. Viteza

Fie un punct material în mişcare pe o traiectorie oarecare în raport cu un SC Oxy.

Definiţie: Se numeşte *viteză medie* a punctului material în intervalul de timp Δt, în raport cu sistemul de referinţă considerat, mărimea vectorială $\vec{v}_m$ definită de relaţia:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t},$$

unde:

– $\vec{r}(t)$ este vectorul de poziţie al punctului material la momentul t;

– $\vec{r}(t+\Delta t)$ este vectorul său de poziţie la momentul $t + \Delta t$.

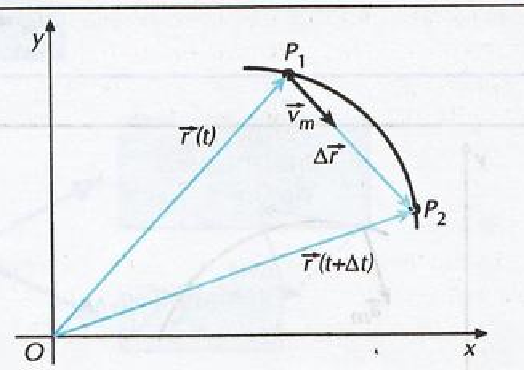


Fig. 2.1.2.

Vectorul viteză medie $\vec{v}_m$

Observaţii:

1) Viteza medie este determinată *relativ* la un anumit interval de timp. Luând un alt interval de timp se obţine, în general, o altă viteză medie.

2) Viteza medie este determinată *relativ* la un anumit SR. Luând un alt SR, în mişcare faţă de primul, se obţine, în general, o altă viteză medie.

3) Conform formulei de definiţie, vectorul viteză medie are direcţia şi sensul vectorului deplasare. Este deci, în general, secant la traiectorie (fig. 2.1.2).

Viteza medie caracterizează global mişcarea punctului material în intervalul de timp Δt. Ea nu spune nimic despre ce se întâmplă în interiorul intervalului de timp Δt. Pentru aceasta se introduce noţiunea de viteză momentană.

Definiţie: Se numeşte *viteză momentană* (sau instantanee) a punctului material la momentul t, în raport cu sistemul de referinţă considerat, mărimea vectorială $\vec{v}(t)$, definită de relaţia:

$$\vec{v}(t) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}, \text{ pentru } \Delta t \text{ foarte mic,}$$

unde:

– $\vec{r}(t)$ este vectorul de poziţie al punctului material la momentul t;

– $\vec{r}(t+\Delta t)$ este vectorul său de poziţie la momentul $t + \Delta t$.

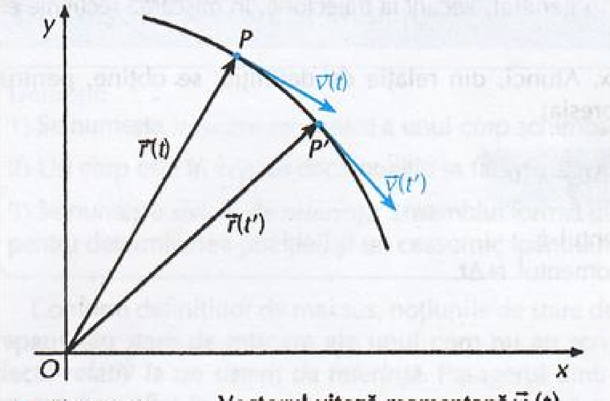


Fig. 2.1.3. **Vectorul viteză momentană $\vec{v}(t)$**

Observaţii:

1) Vectorul viteză momentană este determinat relativ la un anumit moment de timp. Luând un alt moment de timp se obţine, în general, o altă viteză momentană.

2) Vectorul viteză momentană este determinat relativ la un anumit SR. Luând un alt SR, aflat în mişcare faţă de primul, se obţine, în general, o altă viteză momentană.

3) Vectorul viteză momentană este în orice moment tangent la traiectorie, în punctul geometric în care se află punctul material (fig. 2.1.3.).

4) Unitatea de măsură a vitezei este: $[v]_{SI} = m/s$.

2

2.1.3. Acceleraţia

Definiţie: Se numeşte *acceleraţie medie* a punctului material în intervalul de timp Δt mărimea vectorială $\vec{a}_m$ definită de relaţia

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t},$$

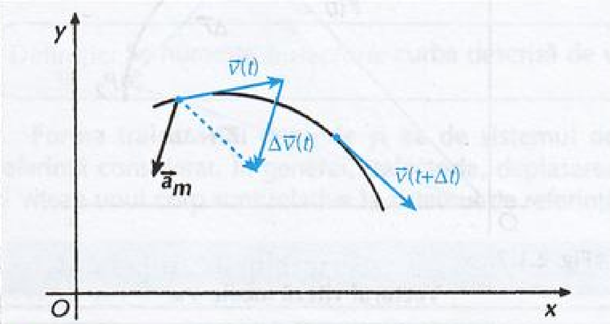


Fig. 2.1.4. **Vectorul acceleraţie medie $\vec{a}_m$**

unde:

– $\vec{v}(t)$ este vectorul viteză al punctului material la momentul t;

– $\vec{v}(t+\Delta t)$ este vectorul său viteză la momentul $t + \Delta t$.

Observaţie: Conform definiţiei, vectorul $\Delta\vec{v}$ şi vectorul acceleraţie medie $\vec{a}_m$, sunt întotdeauna orientaţi spre „interiorul" traiectoriei, adică spre partea ei concavă (fig. 2.1.4.). Excepţie: în mişcarea rectilinie vectorul $\Delta\vec{v}$ şi vectorul acceleraţie medie $\vec{a}_m$ au direcţia traiectoriei.

Acceleraţia medie caracterizează *global* variaţia vitezei în intervalul de timp Δt. Ea nu spune nimic despre modul în care variază viteza la un moment dat. Pentru aceasta se introduce noţiunea de acceleraţie momentană.

Definiţie: Se numeşte *acceleraţie momentană* a punctului material la momentul t mărimea vectorială $\vec{a}(t)$ definită de relaţia:

$$\vec{a}(t) = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}, \text{ pentru } \Delta t \text{ foarte mic,}$$

unde:

– $\vec{v}(t)$ este vectorul viteză al punctului material la momentul t;

– $\vec{v}(t+\Delta t)$ este vectorul său viteză la momentul $t + \Delta t$.

Observații:

1) Accelerația momentană este orientată spre partea concavă a traiectoriei.
2) Unitatea de măsură a accelerației este: $[a]_{SI} = \mathrm{m/s^2}$.

Exercițiul 2.1.4. Fie un punct material în mișcare față de un sistem de referință *Oxy* astfel încât viteza sa depinde de timp după legea $\vec{v}(t) = (4t+7)\vec{i} + 3t\,\vec{j}$ (m/s). Aflați accelerația $\vec{a}$ a punctului material.

Soluție:

$$\vec{v}(t+\Delta t) = [4(t+\Delta t)+7]\vec{i} + 3(t+\Delta t)\vec{j}.$$

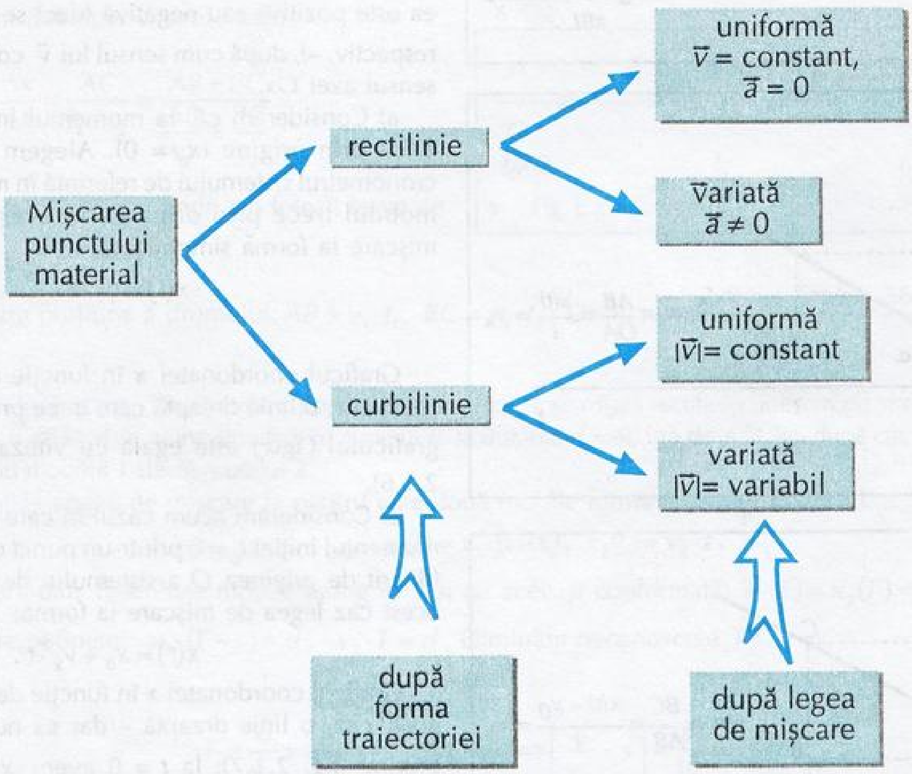
Atunci

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t) = (4t+4\,\Delta t+7)\vec{i} + 3(t+\Delta t)\vec{j} - (4t+7)\vec{i} - 3t\,\vec{j} = 4\,\Delta t\cdot\vec{i} + 3\,\Delta t\,\vec{j} = \text{constant}.$$ Deci:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t) = (4t+4\,\Delta t+7)\vec{i} + 3(t+\Delta t)\vec{j} - (4t+7)\vec{i} - 3t\,\vec{j} = 4\,\Delta t\cdot\vec{i} + 3\,\Delta t\,\vec{j} = \text{constant};$$

$$a_x = 4\,\mathrm{m/s^2},\; a_y = 3\,\mathrm{m/s^2} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{m/s^2}.$$

Clasificarea mișcărilor punctului material



2

2.1.4. Mişcarea rectilinie uniformă

Definiţie: Se numeşte *mişcare rectilinie uniformă* mişcarea punctului material pe o traiectorie rectilinie cu viteză constantă.

Fie un punct material în mişcare rectilinie uniformă. Alegem axa Ox a sistemului de coordonate de-a lungul traiectoriei (fig. 2.1.5).

În acest caz, vectorii de poziţie ai punctului material şi viteza acestuia au componente nenule numai pe axa Ox. Astfel, din relaţia de definiţie a vitezei medii (§1.14) se obţine:

2

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_0)}{t - t_0},$$

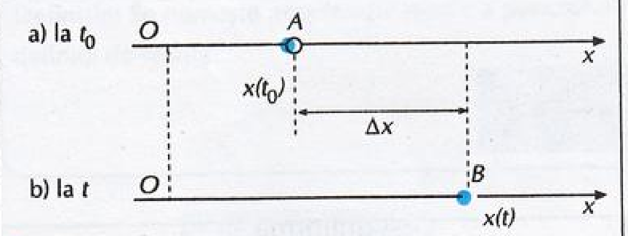


Fig. 2.1.5.

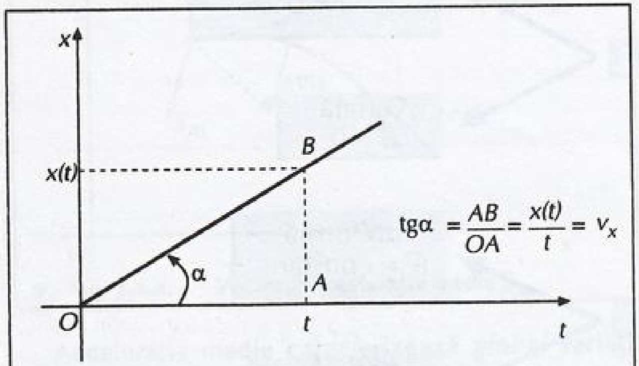


Fig. 2.1.6.

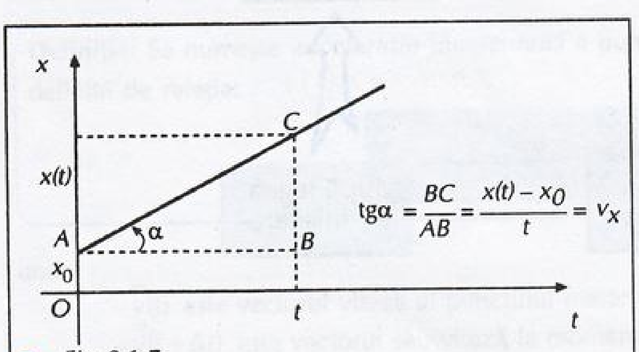


Fig. 2.1.7.

unde:

- $x(t)$ este coordonata mobilului la momentul t, $[x]_{SI}$ = m;
- $x(t_0)$ este coordonata mobilului la momentul iniţial t_0;
- v_x este proiecţia pe axa Ox a vitezei mobilului, $[v_x]_{SI}$= m/s (deoarece este constantă, viteza momentană coincide cu cea medie).

Din expresia vitezei obţinem pentru deplasarea $x(t) - x(t_0)$ relaţia:

$$x(t) - x(t_0) = v_x \cdot (t - t_0).$$

Atunci *legea de mişcare* a mişcării rectilinii uniforme este dată de relaţia

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot (t - t_0),$$

unde:

– $x_0 = x(t_0)$ este coordonata punctului material la momentul iniţial t_0;

– v_x este proiecţia vitezei $\vec{v}$ pe axa Ox, $[v]_{SI}$ = m/s; ea este pozitivă sau negativă (deci se ia cu semnul +, respectiv, –), după cum sensul lui $\vec{v}$ coincide sau nu cu sensul axei Ox.

a) Considerăm că, la momentul iniţial, t_0, mobilul trece prin origine (x_0 = 0). Alegem t_0 = 0 (pornim cronometrul sistemului de referinţă în momentul în care mobilul trece prin origine). În acest caz, legea de mişcare ia forma simplificată:

$$x(t) = v_x \cdot t.$$

Graficul coordonatei x în funcţie de timp este, în acest caz, o linie dreaptă care trece prin origine. Panta graficului ($\text{tg}\alpha$) este egală cu viteza mobilului (fig. 2.1.6).

b) Considerăm acum cazul în care mobilul trece la momentul iniţial $t_0 = 0$ printr-un punct de coordonată x_0 (diferit de originea O a sistemului de coordonate). În acest caz legea de mişcare ia forma:

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t.$$

Graficul coordonatei x în funcţie de timp este, şi în acest caz, o linie dreaptă – dar ea nu mai trece prin origine (fig. 2.1.7): la t = 0 avem $x(t=0) = x_0 \neq 0$. Mobilul trece la momentul $t_0 = 0$ prin punctul A situat la distanţa x_0 de origine.

c) Considerăm cazul în care mobilul trece prin origine, $x_0 = 0$, la momentul inițial $t_0 \neq 0$. În acest caz legea de mișcare ia forma:

$$x(t) = v_x \cdot (t - t_0)$$

Graficul coordonatei x în funcție de timp este, și în acest ultim caz, o linie dreaptă (fig. 2.1.4). În acest caz mișcarea începe la momentul $t_0 \neq 0$.

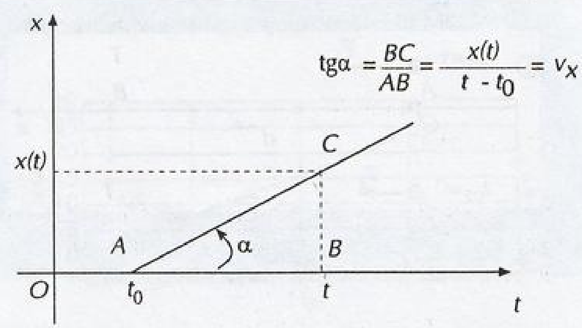


Fig. 2.1.8.

Observație: În toate cele trei cazuri particulare prezentate mai sus s-au făcut ilustrații grafice (fig. 2.1.2, 2.1.3, 2.1.4) în ipoteza că viteza $\vec{v}$ este orientată în sensul axei Ox, deci că proiecția v_x este pozitivă, $v_x = v$. În cazul în care mișcarea se face în sens opus axei Ox proiecția v_x este negativă ($v_x = -v$), iar graficul coordonatei x în funcție de timp se reprezintă, de exemplu, ca în figura 2.1.5.

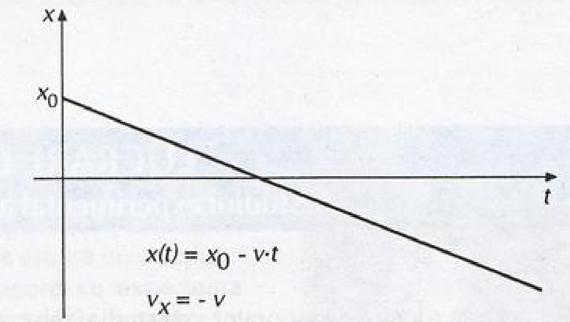


Fig. 2.1.9.

Exercițiul 2.1.1. Fie pe o dreaptă punctele succesive A, B, C, astfel încât $AB = BC$. Un mobil se mișcă din A până în B cu viteza $v_1 = 9$ m/s și, apoi, din B până în C cu viteza $v_2 = 6$ m/s. Aflați viteza medie v_m a mobilului pe drumul AC.

Soluție: Conform definiției vitezei medii

avem: $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{AC}{t_1 + t_2} = \dfrac{AB + BC}{\dfrac{AB}{v_1} + \dfrac{BC}{v_2}} =$

$= \dfrac{2AB}{AB\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right)} = \dfrac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$, unde am folosit legea de mișcare pe fiecare porțiune a drumului: $AB = v_1 \cdot t_1$, $BC = v_2 \cdot t_2$. Deci: $v_m = \dfrac{2 \cdot 9\text{m/s} \cdot 6\text{m/s}}{15\text{ m/s}} = \dfrac{36\text{m/s}}{5} = 7{,}2\text{ m/s}$.

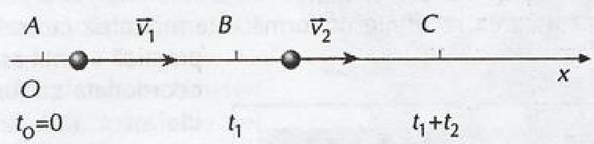


Fig. E 2.1.1.

Exercițiul 2.1.2. Două mobile pornesc din punctul A, se mișcă rectiliniu uniform cu vitezele $v_1 = 80$ km/h și $v_2 = 48$ km/h și ajung simultan în punctul B, la distanța $d = 40$ km de A. Aflați după cât timp τ pleacă mai târziu mobilul 1 decât mobilul 2.

Soluție: Legea de mișcare ia pentru cele două mobile forma (vezi fig. E. 2.1.2):

$$x_1(t) = v_1 \cdot (t - \tau), \; x_2(t) = v_2 \cdot t.$$

La un moment dat, T, ambele mobile ajung în B și au aceeași coordonată: $x_1(T) = x_2(T) = d$. Folosind aici legile de mișcare obținem: $v_1 \cdot (T - \tau) = d$, $v_2 \cdot T = d$. Eliminăm necunoscuta T:

$$T = \frac{d}{v_2} \Rightarrow v_1 = \left(\frac{d}{v_2} - \tau\right) = d \Rightarrow \left(\frac{d}{v_2} - \tau\right) = \frac{d}{v_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} \Rightarrow \tau = d \cdot \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right)$$

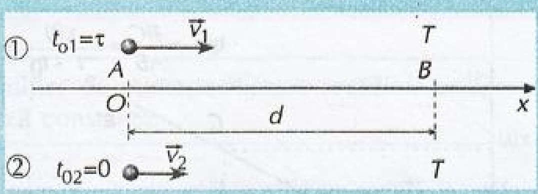


Fig. E 2.1.2.

Dar:

$$v_1 = 80\frac{\text{km}}{\text{h}} = 80\cdot\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 80\cdot\frac{5}{18}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{200}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_2 = 48\frac{\text{km}}{\text{h}} = 48\cdot\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = 48\cdot\frac{5}{18}\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{40}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Atunci:

$$\tau = 40\cdot 10^3\text{m}\left(\frac{1}{\frac{40}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}} - \frac{1}{\frac{200}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = 4\cdot 10^4\cdot\left(\frac{3}{40}-\frac{9}{200}\right)\text{s} =$$

$$= 4\cdot 10^4\cdot\frac{15-9}{200}\text{s} = 2\cdot 10^2\cdot 6\text{ s} = 1200\text{ s} = 20\text{ min}.$$

2

LUCRARE DE LABORATOR

Studiul experimental al mişcării rectilinii uniforme*

În această lucrare de laborator veţi studia mişcarea rectilinie şi uniformă. Veţi trasa dependenţa coordonatei mobilului ca funcţie de timp şi veţi determina valoarea vitezei sale.

Procedeu experimental

Mişcarea rectilinie uniformă este mişcarea cu traiectoria o linie dreaptă şi cu viteza constantă. Realizarea practică a unei astfel de mişcări este dificilă. Mobilul căruia îi veţi înregistra coordonata ca funcţie de timp va fi o picătură de cerneală care cade prin ulei.

- Utilizaţi un cilindru gradat plin cu ulei de floarea-soarelui, în care vor cădea picăturile de cerneală.
- Trasaţi cu un marker repere pe cilindru din cm în cm, ca în fig. AE 2.1.1.
- Utilizaţi o seringă cu ac pentru a forma picături de cerneală la suprafaţa uleiului. Împingeţi uşor picăturile pentru a se desprinde de stratul superficial pentru a cădea prin ulei. Asupra picăturii acţionează greutatea G, forţa arhimedică F_A şi o forţa de rezistenţă la înaintarea prin apă F_R (forţa Stokes despre care veţi învăţa mai târziu). Rezultanta celor trei forţe se poate considera nulă astfel încât mişcarea picăturii de cerneală poate fi apreciată ca fiind rectilinie şi uniformă.
- Măsuraţi intervalele de timp necesare picăturii pentru a străbate distanţele dintre repere succesive. Formaţi o echipă cu 7-8 colegi echipaţi cu cronometre. Fiecare îşi va alege un anumit reper de pe cilindrul gradat. Veţi porni toţi cronometrele când bila se află în dreptul reperului cu numărul 0 şi fiecare îl va opri atunci când bila ajunge în dreptul reperului care poartă numărul ales de el.
- Înregistraţi coordonatele şi timpul deplasării picăturii într-un tabel de forma indicată în continuare:

x(cm)	t(s)	v (m/s)	v_{med} (m/s)

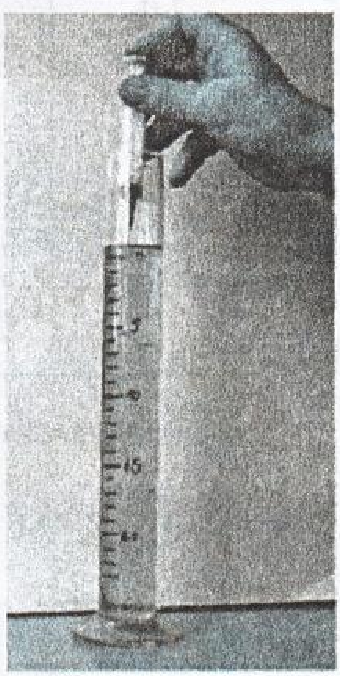


Fig. AE 2.1.1.

- Reprezentaţi grafic dependenţa de timp a coordonatei picăturii
- Calculaţi viteza bilei.

Concluzii

- Indicaţi sursele de erori care afectează acest experiment.
- În mişcarea rectilinie uniformă coordonata mobilului depinde liniar de timp
- Viteza mobilului este egală cu panta graficului $x = x(t)$

Aprofundări

Utilizaţi două picături de cerneală şi reprezentaţi coordonatele lor ca funcţie de timp pe acelaşi grafic. Comparaţi vitezele din cele două situaţii şi observaţi dispunerea lor.

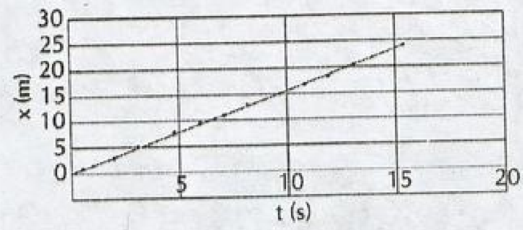


Fig. AE 2.1.2.

2

2.2. Principiul I al mecanicii. Inerţia.
Introducere

Filozoful grec *Aristotel* (secolul IV î. Hr.) considera că, pentru a menţine un corp în mişcare rectilinie uniformă, este necesar să se exercite asupra lui o acţiune permanentă. Această concepţie, care pare logică şi în acord cu experienţa cotidiană, a fost unanim acceptată şi nediscutată până în timpul Renaşterii.

Galileo Galilei (1564 - 1642) a efectuat o serie de experimente pe baza cărora a criticat concepţia aristoteliană şi a formulat o serie de consideraţii compatibile cu principiul inerţiei. Galileo Galilei este fondatorul metodei experimentale în ştiinţă. În onoarea sa sistemele de referinţă inerţiale, în care este valabil principiul inerţiei, sunt numite şi *referenţiale galileene*.

Bazele mecanicii clasice au fost completate de fizicianul englez Isaac Newton (1642-1727) care a formulat clar şi explicit, pentru prima dată, toate cele trei principii ale mecanicii. Ele sunt conţinute în lucrarea sa *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principiile matematice ale filozofiei naturale), publicată în anul 1687.

Galileo Galilei

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ
Evidenţierea inerţiei corpurilor

a) Utilizaţi un pahar transparent, rezistent (cu pereţii suficient de groşi), o coală de hârtie şi o monedă (de preferat mai grea, nu din aluminiu). Aşezaţi moneda pe coala de hârtie aflată pe gura paharului ca în fig. AE 2.1.3.Trageţi brusc coala de hârtie pe direcţie orizontală. Atenţie la comportamentul monedei!

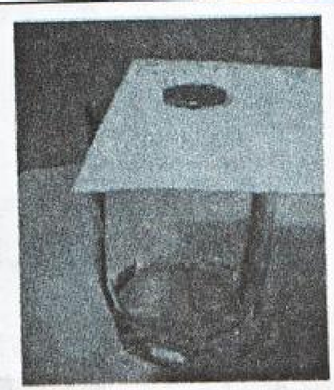


Fig. AE 2.1.3.

Observaţii:

- moneda se opune modificării stării sale de repaus pe care o are faţă de pahar, până în momentul în care se trage brusc de hârtie. Ea se opune trecerii în stare de mişcare faţă de pahar (odată cu foaia!) prin căderea sa în interiorul lui!
- paharul ar putea fi înlocuit cu o masă, coala de hârtie cu o faţă de masă, iar moneda cu câteva farfurii şi pahare grele!

Fig. AE 2.1.4.

b) Așezați câteva cărți groase pe capul unei colege și rugați-o să le țină. Utilizați cărtile ca suport pentru o scândură în care veți bate un cui cu ajutorul unui ciocan (fig. AE 2.1.4). Colega nu va simți bătăile ciocanului!

Observații:

• Cărțile se opun modificării stării de repaus pe care o au față de capul colegei atunci când ciocanul lovește cuiul cu putere.Cu cât un corp este mai mare, el are inerția mai mare!

Atenție! Nu efectuați acest experiment decât sub supravegherea profesorului sau a părinților dacă lucrați acasă!

c) Utilizați un cărucior pe care atașați un corp (de exemplu un magnet) pentru a-l face mai greu. Puneți căruciorul astfel echipat în mișcare rectilinie pe o platformă de lemn (fig. AE 2.1.5), care se mișcă față de masă, în același sens cu căruciorul. Atunci când platforma se ciocnește de altă platformă (fig. AE 2.1.6), căruciorul va continua să se miște pe a doua platformă.

Observație:

Căruciorul se opune modificării stării de mișcare pe care o are față de masă atunci când prima platformă se oprește datorită ciocnirii cu cea de-a doua platformă.El își continuă mișcarea deoarece are inerție!

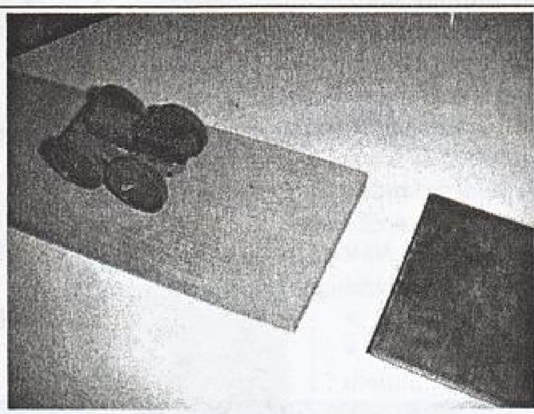


Fig. AE 2.1.5.

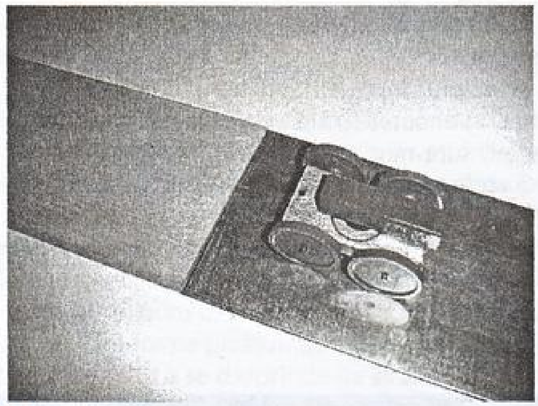


Fig. AE 2.1.6.

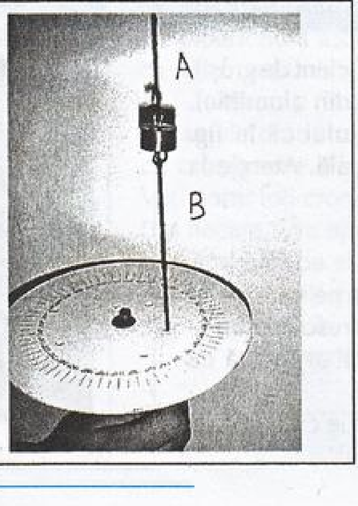


Fig. AE 2.1.7.

d) Suspendați un corp metalic, cu ajutorul unui fir *A*, ca în figura AE 2.1.7. În partea de jos a corpului legați un fir identic *B*. Trageți lent de firul *B* cu o forță din ce în ce mai mare. Observați ce se întâmplă.

Reluați experimentul dar, de data aceasta, trageți tare și brusc de firul *B*. Observați ce se întâmplă. Analizați observațiile făcute și interpretați rezultatele obținute.

Atenție:

Corpul folosit la realizarea experimentului vă poate accidenta. Luați măsurile de precauție necesare!

Treceți firul *B* printr-un orificiu al discului gradat din trusa de fizică pentru a vă proteja mâna de impactul cu corpul utilizat.

Ca urmare a generalizării experienţelor anterioare se poate formula:

Enunţ: Orice corp îşi menţine starea de repaus sau de mişcare rectilinie uniformă atât timp cât asupra sa nu acţionează alte corpuri care să-i schimbe această stare.

*O afirmaţie care poate fi verificată experimental în mod direct este numită **lege fizică**. Principiul I al mecanicii nu poate fi verificat experimental în mod direct deoarece este practic imposibil să se realizeze un sistem fizic izolat, adică un corp sau un sistem de corpuri asupra căruia să nu se exercite nici o acţiune din exterior. O astfel de afirmaţie, sugerată de experienţă, admisă ca adevărată, care nu poate fi verificată experimental în mod direct, dar ale cărei consecinţe sunt toate verificate de experienţă, este numită **principiu fizic**.*

Definiţie: Se numeşte *inerţie*proprietatea unui corp de a-şi menţine starea de repaus sau de mişcare rectilinie uniformă în absenţa acţiunilor exterioare, respectiv, de a se opune la orice schimbare a stării sale de repaus sau de mişcare rectilinie uniformă în prezenţa acţiunilor exterioare.

Principiul I al mecanicii este numit şi *principiul inerţiei*, deoarece afirmă existenţa inerţiei ca proprietate generală a materiei.

Măsura inerţiei este *masa*corpului. În această situaţie masa se numeşte *masă inerţială* Masa este o mărime fizică scalară. În SI unitatea de măsură pentru masă este, aşa cum am văzut, kilogramul.

Definiţie: Se numeşte *densitate*a unui corp omogen mărimea fizică scalară ρ definită de relaţia:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

unde:
- ρ este densitatea corpului, $[\rho]_{SI} = kg/m^3$;
- m este masa corpului, $[m]_{SI} = kg$;
- V este volumul corpului, $[V]_{SI} = m^3$.

Exerciţiul 2.2.1. Într-un vas se amestecă 1,6 kg de alcool şi 2 kg de apă. Densitatea alcoolului este de 0,8 g/cm³, iar densitatea apei este de 1 g/cm³. Aflaţi densitatea ρ a amestecului.

Soluţie: Din relaţia de definiţie a densităţii $\rho = \frac{m}{V}$, obţinem: $V = \frac{m}{\rho}$.

Alcool: $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{1{,}6\ \text{kg}}{800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$.   **Apă**: $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{2\ \text{kg}}{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$.

Amestecul are:

a) masa $m = m_1 + m_2 = 1{,}6\ \text{kg} + 2\text{kg} = 3{,}6\ \text{kg}$;

b) volumul $V = V_1 + V_2 = 3\cdot 10^{-3}\text{m}^3 + 3\cdot 10^{-3}\text{m}^3 = 4\cdot 10^{-3}\text{m}^3$.

Densitatea amestecului va fi: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{3{,}6\text{kg}}{4\cdot 10^{-3}\text{m}^3} = 900\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Primul principiu al mecanicii defineşte, prin consecinţele sale, noţiunea de sistem de referinţă inerţial.

Am văzut că deplasarea unui corp, viteza acestuia şi, în general, mişcarea mecanică au semnificaţie şi pot fi studiate numai relativ la alte corpuri. De aceea am introdus noţiunea de sistem de referinţă. Mişcarea unui corp relativ la un sistem de referinţă poate fi diferită de mişcarea acelui corp relativ la un alt sistem de referinţă. De exemplu, un călător dintr-un tren aflat în mişcare este în mişcare faţă de sol, dar poate fi în repaus faţă de tren.

Definiţie: Se numeşte ***sistem de referinţă inerţial*** orice sistem de referinţă în care este valabil principiul inerţiei.

Să considerăm acum un călător aflat într-un avion care decolează. Călătorul rămâne în repaus faţă de avion, dar se mişcă accelerat, din ce în ce mai repede, faţă de sol. În timpul decolării călătorul simte cum spătarul fotoliului său îl împinge înainte, deşi el rămâne în repaus faţă de avion. Principiul întâi al mecanicii nu descrie corect situaţia în sistemul de referinţă legat de avion. **Un sistem de referinţă care nu este inerţial se numeşte neinerţial**. *Principiul I al mecanicii nu este valabil într-un sistem de referinţă neinerţial.* Sistemul de referinţă legat de avionul care decolează, din exemplul de mai sus, este un sistem de referinţă neinerţial.

Un sistem de referinţă care se mişcă rectiliniu uniform faţă de un sistem de referinţă inerţial este, la rândul său, un sistem de referinţă inerţial. Sistemele de referinţă inerţiale se mişcă toate rectiliniu uniform unele faţă de altele. Principiile mecanicii newtoniene sunt valabile, aşa cum am precizat, numai în sistemele de referinţă inerţiale.

2

Observaţie:
Deoarece corpurile reale interacţionează între ele nu există un sistem de referinţă perfect inerţial. Există însă sisteme de referinţă care pot fi considerate, cu o bună aproximaţie, ca fiind inerţiale. Aşa sunt, de exemplu, sistemele de referinţă legate de stele. În multe probleme, în care rotaţia Pământului nu este importantă, un sistem de referinţă legat de Pământ poate fi şi el considerat ca fiind inerţial.

2.3. Principiul al II-lea al mecanicii

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ
Efectul interacţiunilor asupra stării mecanice a corpurilor

a) Aşezaţi un corp paralelipipedic cu cârlig pe suprafaţa mesei. Tractaţi corpul prin intermediul unui dinamometru.

Observaţie: corpul paralelipipedic trece din stare de repaus în stare de mişcare faţă de masă, datorită forţei elastice care apare în resortul alungit al dinamometrului.

b) Lansaţi o bilă de fier pe o traiectorie rectilinie pe suprafaţa mesei. Aduceţi un magnet în vecinătatea sa şi observaţi ce se întâmplă (fig. AE 2.3.2).

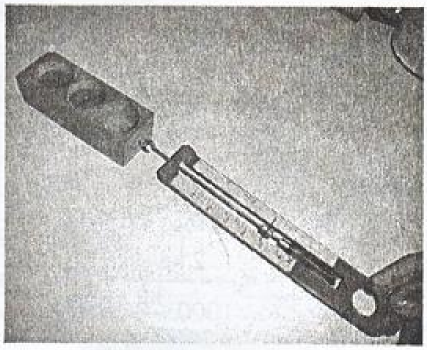


Fig. AE 2.3.1.

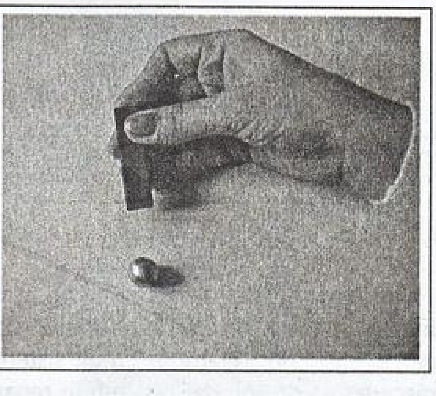


Fig. AE 2.3.2.

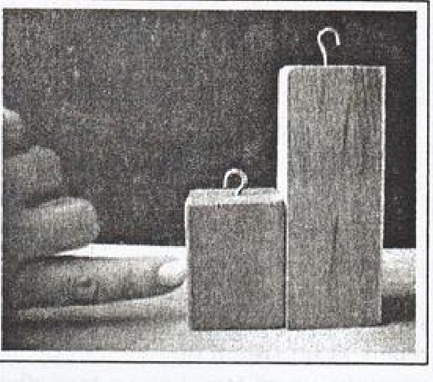


Fig. AE 2.3.3.

Observaţie: forma traiectoriei se modifică sub acţiunea forţei magnetice exercitate asupra bilei. Se poate modifica şi viteza bilei!

c) Cele două paralelipipede din fig. AE 2.3.2 se află iniţial în stare de repaus faţă de masă. Atunci când paralelipipedul mic este împins cu o forţă orizontală ambele corpuri se vor mişca pe direcţia şi în sensul forţei De ce?

Observaţie: la contactul corpurilor apare o forţă care va împinge paralelipipedul mare pe aceeaşi direcţie şi în acelaşi sens cu forţa aplicată corpului mic. Această forţă de contact are ca efect modificarea stării mecanice a celui de-al doilea paralelipiped.

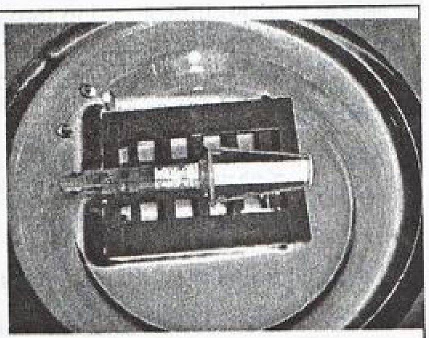


Fig. AE 2.3.4.

d) Utilizaţi o seringă plină cu apă pentru a realiza propulsia unei mici plute pe suprafaţa apei dintr-un vas (fig. AE2.3.4). După ce aspiraţi apa în seringă legaţi pistonul de corpul seringii cu ajutorul unui elastic alungit (tensionat). Forţa elastică va impinge treptat pistonul care va elibera apa prin orificiul seringii. Drept urmare pluta va înainta pe aceeaşi direcţie şi în sens contrar jetului de apă. Explicaţi de ce!

Ca urmare a generalizării experienţelor anterioare s-a formulat:

Enunţ: Acceleraţia imprimată unui corp este direct proporţională cu forţa care acţionează asupra corpului, invers proporţională cu masa corpului şi are direcţia şi sensul forţei aplicate:

$$\vec{a} \sim \frac{\vec{F}}{m}.$$

Simbolul ~ înseamnă „este proporţional cu". Această relaţie poate fi rescrisă în forma

$$\vec{F} = \text{constantă} \cdot m\vec{a},$$

unde:
- $\vec{F}$ este forţa cu care se acţionează asupra corpului;
- m este masa corpului, $[m]_{SI}$ = kg;
- $\vec{a}$ este acceleraţia imprimată corpului, $[a]_{SI} = m/s^2$.

Deoarece în Sistemul Internaţional de Unităţi unitatea de măsură pentru masă este fixată, kilogramul, ca şi cea pentru acceleraţie, m/s^2, se alege unitatea de forţă astfel încât constanta de proporţionalitate să fie egală cu 1. Atunci ecuaţia principiului II ia forma

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

De aici se obţine şi unitatea de măsură a forţei:

$$[F]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [a]_{SI} = 1\text{kg} \cdot 1\frac{m}{s^2} = 1\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{s^2} = 1\,\text{N}.$$

Definiţie: 1 *newton* este egal cu mărimea acelei forţe care, aplicată unui corp cu masa de 1 kg, îi imprimă o acceleraţie de 1 m/s^2.

Exerciţiul 2.3.1. O forţă de 10 N este aplicată unui corp având masa 5 kg. Aflaţi acceleraţia *a* imprimată corpului.

Soluţie: Din ecuaţia principiului II al mecanicii, $F = m \cdot a$, obţinem:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10N}{5kg} = 2\frac{m}{s^2}.$$

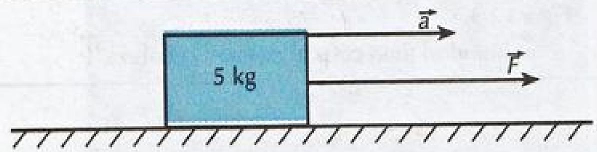


Figura E. 2.3.1.

Exercițiul 2.3.2. Un tren, având 40 de vagoane de masă $m = 12$ tone fiecare, pornește din repaus în mișcare rectilinie accelerată sub acțiunea unei forțe de tracțiune necunoscute, F. Trenul atinge viteza de 54 km/h după un timp de 120 secunde. Aflați forța F.

Soluție: Din definiția accelerației obținem: $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{v-0}{\Delta t}=\dfrac{54\dfrac{\text{km}}{\text{h}}}{120\text{s}}=\dfrac{15\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{120\text{s}}=\dfrac{15}{120}\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}=\dfrac{1}{8}\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Folosim apoi principiul II al mecanicii pentru a calcula forța F: $F=(40\cdot m)\cdot a=40\cdot 12\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\dfrac{1}{8}\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}=60\cdot 10^3\text{N}=60\text{ kN}$.

Exercițiul 2.3.3. Două paralelipipede de mase $m_1 = 10$ kg și $m_2 = 20$ kg sunt așezate unul lângă altul, pe un plan orizontal fără frecări. Corpul de masă m_1 este împins cu forța orizontală $F_1 = 150$ N. Aflați forța F_2 cu care corpul m_1 împinge corpul m_2.

Soluție: Sub acțiunea forței F_1 cele două corpuri se mișcă împreună, solidar, cu accelerația

$$a=\frac{F_1}{m_1+m_2},$$

conform principiului II al mecanicii. Atunci, conform aceluiași principiu II, forța F_2 exercitată de corpul m_1 asupra corpului m_2 este

$$F_2=m_2\cdot a=\frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot F_1=\frac{20\text{kg}}{10\text{kg}+20\text{kg}}\cdot 150\text{N}=\frac{2}{3}\cdot 150\text{N}=100\text{ N}.$$

În unele cazuri vectorul forță variază în timp. De aceea este util să se introducă noțiunea de *forță medie*.

Definiție: Se numește ***forță medie*** în intervalul de timp Δt o forță constantă care produce aceeași accelerație medie în intervalul de timp Δt ca și forța variabilă dată.

Din ecuația principiului II al mecanicii, obținem pentru valori medii :

$$\vec{F}_m = m\vec{a}_m = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{v} = \vec{F}_m\cdot\frac{\Delta t}{m}.$$

Proprietate: Variația vitezei are direcția și sensul forței (medii) aplicate.

2.3.1. Impulsul

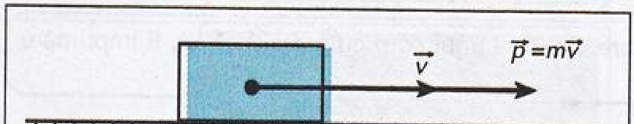


Figura 2.3.1.

Impulsul unui corp în mișcare cu viteza $\vec{v}$

Definiție: Se numește ***impuls*** al unui corp mărimea fizică vectorială $\vec{p}$ definită de relația

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Unitatea de măsură pentru impuls se obține din formula sa de definiție:

$$[p]_{SI}=[m]_{SI}\,[v]_{SI}=1\,\text{kg}\cdot 1\frac{\text{m}}{\text{s}}=1\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}.$$

Definiție: 1 kg·m/s este impulsul unui corp cu masa de 1 kg care se află în mișcare cu viteza de 1 m/s.

Din ecuația principiului II al mecanicii obținem, pentru valori momentane:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t},\ \text{pentru } \Delta t \text{ foarte mic.}$$

Proprietate: Forța este egală cu variația impulsului raportată la intervalul de timp în care are loc această variație:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t},\ \text{pentru } \Delta t \text{ foarte mic}.$$

Observație: Aceasta este o altă formulare, mai generală, a principiului II al mecanicii.

Exercițiul 2.3.4. Un automobil aflat în mișcare rectilinie uniformă are impulsul $p_0 = 5000\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Sub acțiunea unei forțe necunoscute *F*, în timp de 20 s impulsul său se dublează. Aflați forța *F*.

Soluție:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p - p_0}{\Delta t} = \frac{2p_0 - p_0}{\Delta t} = \frac{p_0}{\Delta t} = \frac{5000\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}}{20\,\text{s}} = 250\,\text{N}.$$

2

2.4. Principiul al III-lea al mecanicii

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ

Evidențierea caracteristicilor perechilor de forțe

a) Cei doi elevi echipați cu role și skate-board (fig. AE 2.4.1) trag de firul pe care au fost inserate două dinamometre.Indiferent care dintre ei trage mai tare, se vor întâlni de fiecare dată în același loc și dinamometrele vor indica aceeași valoare.

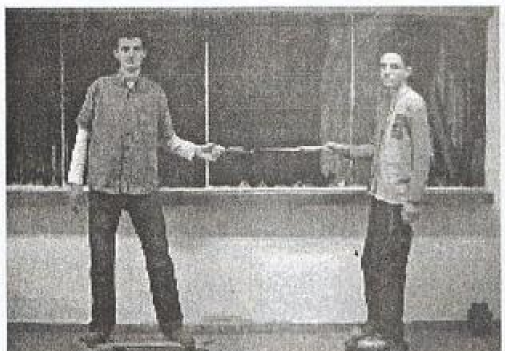


Fig. AE 2.4.1.

Observație: elevii exercită fiecare asupra celuilalt forțe egale în modul și de sens contrar, prin intermediul sforii.

b) Utilizați două cărucioare din trusa de fizică, pe care fixați doi magneți bară. Atașați fiecărui cărucior câte un dinamometru și lasați magneții să interacționeze cu polii opuși.Țineți dinamometrele în poziție orizontală ca în fig. AE.2.4.2 și urmăriți indicațiile lor.

Observație: cei doi magneți exercită fiecare asupra celuilalt forțe egale în modul și de sens contrar.

c) Cuplați două cărucioare (fig. AE 2.4.3) prin intermediul unui resort comprimat, legat cu ajutorul unui fir de ață. Ardeți firul pentru a provoca destinderea resortului și urmăriți comportamentul cărucioarelor

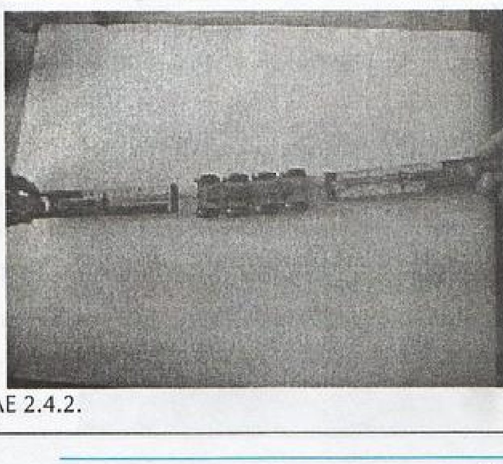


Fig. AE 2.4.2.

Observație: cele două cărucioare se vor depărta unul de altul sub acțiunea unor forțe egale în modul și de sens contrar. Este acțiunea forței elastice care readuce resortul la lungimea inițială.

d) Utilizați un scripete fix, două corpuri metalice identice, cu cârlig, un fir de ață și două dinamometre. Realizați montajul din fig. AE 2.4.4.Dinamometrele indică valoarea tensiunii în firul în care sunt inserate. Tensiunea în fir este egală totodată cu greutatea fiecăruia dintre corpuri.

Observaţie: cele două corpuri identice interacţionează cu forţe egale în modul şi de sens contrar exercitate prin intermediul firului.

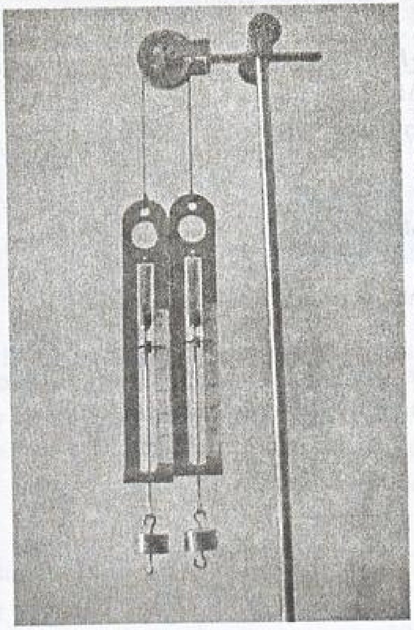


Fig. AE 2.4.4.

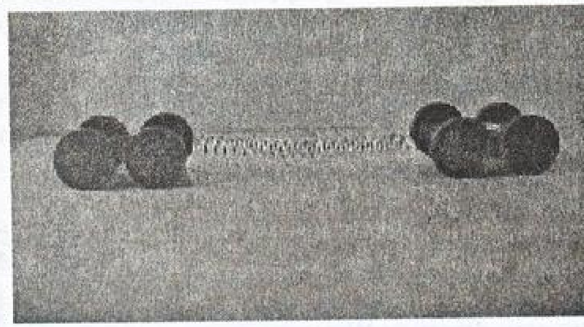


Fig. AE 2.4.3.

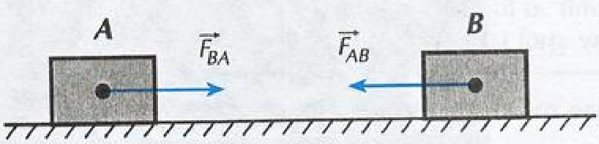


Fig. 2.4.1

Acţiunea şi reacţiunea

Forţa cu care un corp acţionează asupra altui corp reprezintă numai un aspect al interacţiunii a două corpuri. Toată experienţa noastră arată că întotdeauna când un corp acţionează asupra altui corp cu o forţă, cel de-al doilea corp acţionează şi el asupra primului cu o forţă de aceeaşi mărime, având aceeaşi dreaptă suport, dar având sens opus.

Acest principiu este numit şi ***principiul acţiunii şi reacţiunii***.

Ca urmare a evidenţierii caracteristicilor perechilor de forţe, se poate formula enunţul principiului acţiunii şi reacţiunii:

Enunţ: Dacă un corp *A* acţionează asupra altui corp *B* cu o forţă $\vec{F}_{AB}$, numită acţiune, cel de al doilea corp acţionează asupra primului cu o forţă $\vec{F}_{BA}$ egală în modul şi opusă ca sens, numită reacţiune:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}.$$

Observaţii:

1) Acţiunea şi reacţiunea se aplică unor corpuri diferite:
– *acţiunea* este exercitată de primul corp şi este aplicată celui de al doilea;
– *reacţiunea* este exercitată de al doilea corp şi este aplicată primului.

2) Reţineţi notaţia folosită: F_{AB} este forţa exercitată de corpul *A* asupra corpului *B* (cauză-efect).

3) Care dintre cele două forţe este numită *acţiune* şi care *reacţiune*, este numai o problemă de convenţie.

2.4.1. Greutatea

Greutatea $\vec{G}$ a unui corp este forța cu care acesta este atras de Pământ. Conform principiului II al mecanicii ea se poate exprima prin relația:

$$\boxed{\vec{G} = m \cdot \vec{g},}$$

unde:

- G este greutatea corpului, $[G]_{SI} = N$;
- m este masa corpului, $[m]_{SI} = kg$;
- g este accelerația gravitațională, $[g]_{SI} = m/s^2$.

Ea are direcția razei terestre din acel loc și este îndreptată spre centrul Pământului (fig. 2.4.2).

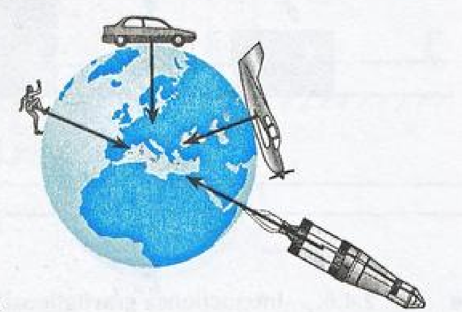


Fig. 2.4.2.

Accelerația gravitațională $\vec{g}$ într-un anumit loc pe Pământ este aceeași pentru toate corpurile. Accelerația gravitațională standard este considerată ca fiind $g = 9{,}80665\ m/s^2$. În mod uzual, dacă nu se specifică altfel, în rezolvarea problemelor se folosește valoarea $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Să considerăm un corp de greutate G așezat pe un plan orizontal, ca în figura 3.6.2. Corpul este atras de Pământ cu o forță care este chiar greutatea $\vec{G}$ a corpului. Ca urmare, corpul apasă pe un plan cu o *forță de apăsare normală* $\vec{N}_1$ (fig. 2.4.3), $N_1 = G$. Conform principiului III al mecanicii, planul reacționează asupra corpului cu o forță egală ca mărime și opusă ca sens, $\vec{N} = -\vec{N}_1$, $N = N_1 = G$, *numită forță de reacțiune normală*.

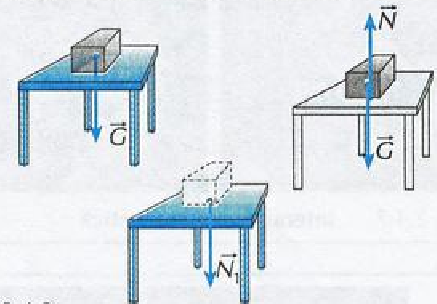


Fig. 2.4.3

2.4.2. Forța de tensiune elastică

În orice *secțiune* a unui fir (cablu, bară etc.) întins de o forță acționează două forțe egale în modul dar opuse ca sens, acțiunea și reacțiunea, cu care o parte a firului acționează asupra celeilalte părți. Oricare din aceste forțe se numește ***tensiune elastică*** în fir. **Dacă greutatea proprie a firului este *neglijabilă*, tensiunea din fir *va fi aceeași* în orice secțiune a firului.**

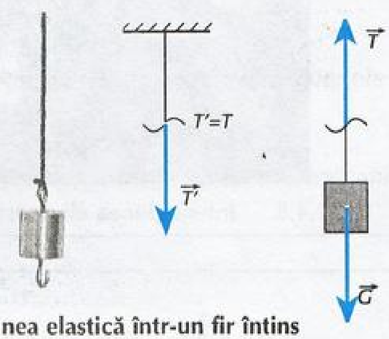


Fig. 2.4.4

Tensiunea elastică într-un fir întins

2.4.3. Forțe de contact

Paralelipipedul 2 din fig. 2.4.5 este împins de paralelipipedul 1 cu forța de contact $\vec{f'}$. Asupra paralelipipedului 1 acționează forța aplicată $\vec{F}$ și reacțiunea forței de contact $\vec{f}$.

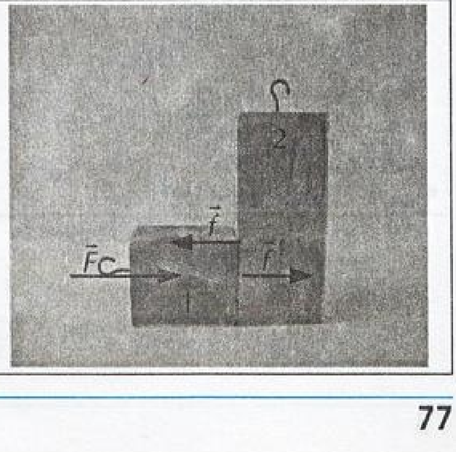


Fig. 2.4.5.

Observație: La contactul corpurilor apar în acest caz forțe egale în modul și de sens contrar, de tip acțiune și reacțiune, exercitate asupra fiecăruia dintre ele.

Observație: Forța de tensiune elastică (fig. 2.4.4.), forța de apăsare normală și forța de reacțiune normală (fig. 2.4.6.) sunt exemple de ***forțe de contact***, adică forțe

Fig. 2.4.6. **Interacţiunea gravitaţională**

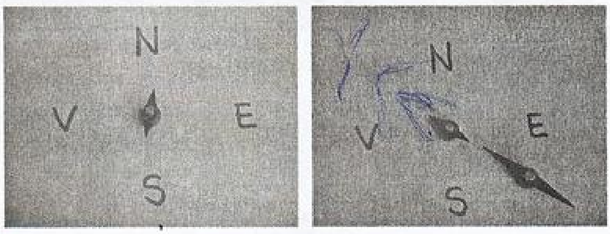


Fig. 2.4.7. **Interacţiunea magnetică**

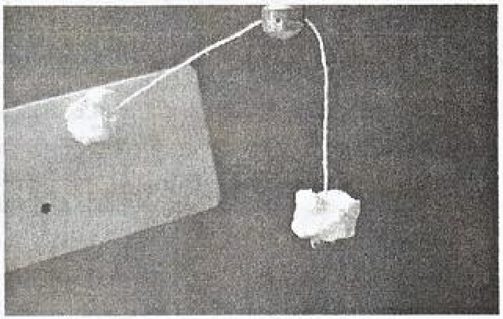


Fig. 2.4.8. **Interacţiunea electrostatică**

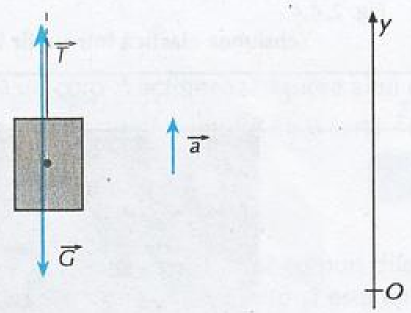


Fig. E 2.4.1.

care se exercită între corpuri care sunt în contact direct. Alte exemple: forţa de frecare şi forţa elastică sunt şi ele forţe de contact.

2.4.4. Interacţiuni la distanţă

Corpurile pot însă să interacţioneze şi când sunt situate la distanţă unul de altul. În acest caz interacţiunea se face prin intermediul unui câmp: câmpul gravitaţional, câmpul electric, câmpul magnetic şi altele.

Exemple

1. În cazul interacţiunii dintre un măr şi Pământ (figura 2.4.6), forţa cu care mărul este atras de Pământ este greutatea mărului. La rândul său mărul atrage Pământul cu o forţă egală în modul şi de sens contrar greutăţii sale. Masa Pământului fiind foarte mare (desenul nu este reprezentat la scară), comparativ cu forţa exercitată de măr, efectele acestei forţe nu vor fi vizibile.

2. Doi magneţi pot interacţiona de la distanţă, fără a se afla în contact direct. Fiecare exercită asupra celuilalt o forţă de atracţie sau de respingere, în funcţie de orientarea polilor. Acele magnetice din figura 2.4.7 deviază de la direcţia N-S geografică atunci când se apropie la câţiva centrimetri unul de altul sub acţiunea unor forţe egale în modul şi de sens contrar, exercitate de fiecare asupra celuilalt.

3. O baghetă de plastic electrizată poate interacţiona de la o distanţă de câţiva centrimetri cu bobiţa unui pendul electrostatic. Dacă au sarcini electrice de semne diferite se atrag, iar dacă au acelaşi semn se resping cu forţe egale în modul şi cu sensuri diferite. În această situaţie efectul exercitat de forţa cu care bobiţa atrage sau respinge bagheta rămâne practic fără efect vizibil din cauza masei mult mai mari a baghetei (figura 2.4.8).

Exerciţiul 2.4.1. Aflaţi acceleraţia a cu care este ridicat vertical un corp tras de un fir ideal (= fir inextensibil de masă neglijabilă), dacă tensiunea din fir este de 3 ori mai mare decât greutatea corpului (fig. E 2.4.1).

Soluţie: Conform principiului II al mecanicii avem:

$$\vec{T}+\vec{G}=m\vec{a}.$$

Proiectând această relaţie vectorială pe axa Oy, obţinem:

$$T-G=ma.$$

Dar $T=3\,G$ şi $m=\dfrac{G}{g}$. Atunci: $3G-G=\dfrac{G}{g}\cdot a \Rightarrow 2G=\dfrac{G}{g}\cdot a \Rightarrow a=2g=2\cdot 9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}=19{,}6\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

Exercițiul 3.7.2. Două corpuri având masele $m_1 = 15$ kg și $m_2 = 5$ kg sunt așezate pe un plan orizontal fără frecări și legate printr-un fir ideal (fig. E 2.4.2-a). De corpul al doilea se trage cu o forță orizontală de 40 N. Calculați tensiunea T din fir.

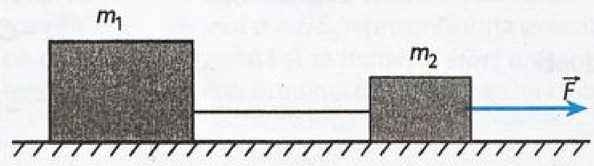


Fig. E 2.4.2-a.

Soluție: Se scrie ecuația principiului II al mecanicii pentru fiecare corp:

$$\vec{F}+\vec{T}=m_2\vec{a}$$

$$\vec{T}'=m_1\vec{a}\,,$$

deoarece fiind legate printr-un fir inextensibil, cele două corpuri au aceeași accelerație (fig. E 2.4.2-b). Proiectând aceste relații vectoriale pe axa Ox și observând că $T' = T$, obținem: $F - T = m_2a$, $T = m_1a$. Eliminăm accelerația a și găsim tensiunea T:

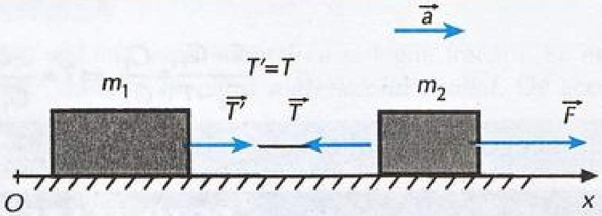


Fig. E 2.4.2-b.

$$a=\frac{T}{m_1}\Rightarrow m_2\cdot\frac{T}{m_1}=F-T\Rightarrow T=F\cdot\frac{m_1}{m_1+m_2}\Rightarrow T=40\text{N}\cdot\frac{15\text{kg}}{15\text{kg}+5\text{kg}}=30\text{N}\,.$$

2.4.5. Principiul suprapunerii forțelor

Enunț: Dacă mai multe forțe acționează în același timp asupra unui corp, fiecare forță produce propria sa accelerație în mod independent de prezența celorlalte forțe, accelerația rezultantă fiind suma vectorială a accelerațiilor individuale.

Semnificație:

Principiul suprapunerii forțelor arată că forțele și accelerațiile produse de ele sunt *mărimi vectoriale;* ele se compun, deci, după regula paralelogramului.

În cazul în care asupra unui corp acționează mai multe forțe, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$, ecuația principiului II al mecanicii se scrie în forma:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+...+\vec{F}_n=m\vec{a}.$$

Exercițiul 2.4.3. Două corpuri de greutăți $G_1 = 30$ N și $G_2 = 70$ N sunt legate printr-un fir ideal (= inextensibil și de masă ne-glijabilă) trecut peste un scripete ideal (= de masă neglijabilă) ca în figura E. 2.4.3. Calculați accelerația a a sistemului și tensiunea T din fir. Se va lua $g = 10$ m/s².

Soluție: Conform principiului II al mecanicii avem:

$$\vec{G}_1+\vec{T}=m\vec{a}_1,\ \ \vec{G}_2+\vec{T}=m_2\vec{a}_2\,.$$

vectorial este

Proiectând aceste relații pe axa Oz obținem ecuațiile:

$$T-G_1=m_1a \quad \text{și} \quad T-G_2=m_2a.$$

Dar $$G_1=m_1g \quad \text{și} \quad G_2=m_2g.$$

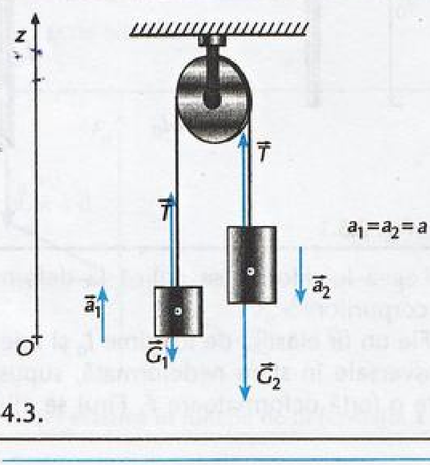


Fig. E 2.4.3.

Atunci
$$\begin{cases} T-G_1=G_1\cdot\dfrac{a}{g} \\ G_2-T=G_2\cdot\dfrac{a}{g}. \end{cases}$$

Adunând aceste ecuații membru cu membru obținem pe *a*, iar împărțindu-le membru cu membru obținem tensiunea *T*:

$$G_2-G_1=(G_1+G_2)\cdot\frac{a}{g}\Rightarrow a=g\cdot\frac{G_2-G_1}{G_2+G_1}=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{70\text{N}-30\text{N}}{70\text{N}+30\text{N}}=4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{T-G_1}{G_2-T}=\frac{G_1}{G_2}\Rightarrow T=\frac{2\cdot G_1\cdot G_2}{G_1+G_2}=\frac{2\cdot 30\text{N}\cdot 70\text{N}}{30\text{N}+70\text{N}}=42\text{N}.$$

2.5. Legea lui Hooke

2

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ

Descoperiți dependența alungirii corpurilor de forța deformatoare, în domeniul elastic.

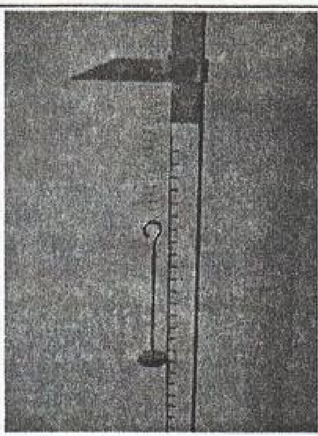


Fig. AE 2.5.1

Utilizați un resort metalic fixat în poziție verticală cu ajutorul unui postament cu tijă. Alungirea resortului produsă de tija cu discuri crestate va fi măsurată pe scala de hârtie milimetrică. (figura AE 2.5.1.). Atașați câte un disc crestat pe tijă și citiți valorile alungirii resortului. Discurile mici au masa de 5 grame, iar cele mari au 10 grame ca și tija. Calculați valorile forței deformatoare ca greutate a discurilor cu tot cu tijă, considerând valoarea accelerației gravitaționale de 10m/s².

Observații:

1. Nu trageți prea tare de resort și nu utilizați forțe deformatoare prea mari care i-ar putea produce deformări plastice! În timpul experimentului el trebuie să „sufere" numai deformări elastice!

2. Alungirea resortului crește odată cu valoarea greutății discurilor crestate (a forței deformatoare)

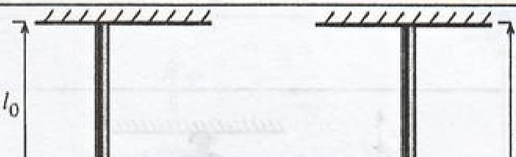


Fig. 2.5.1

Legea lui Hooke se aplică la deformările *elastice* ale corpurilor.

Fie un fir elastic, de lungime l_0 și arie S_0 a secțiunii transversale în stare nedeformată, supus întinderii de către o forță deformatoare *F*. Firul se alungește, lungimea sa devenind *l* în starea deformată. Mărimea $\Delta l=l-l_0$ se numește ***alungire absolută*** (fig. 3.13.1).

Experimental se constată că alungirea absolută Δl este:

– direct proporțională cu forța deformatoare *F*;
– direct proporțională cu lungimea l_0 în starea nedeformată;
– invers proporțională cu aria S_0 a secțiunii transversale în starea nedeformată.

Deci: $$\Delta l\sim\frac{F\cdot l_0}{S_0}.$$

Constanta de proporționalitate se notează cu 1/*E*, unde ***E*** este o constantă de material, numită ***modulul lui Young*** sau ***modul de elasticitate longitudinală***, $[E]_{SI}$ = N/m².

Atunci,
$$\Delta l=\frac{1}{E}\cdot\frac{F\cdot l_0}{S_0}.$$

Această relaţie poate fi rescrisă în forma

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S_0}.$$

Raportul $\varepsilon = \Delta l / l_0$ reprezintă alungirea unităţii de lungime şi se numeşte ***alungire relativă*** (sau deformaţie specifică), iar raportul $\sigma = F/S_0$ reprezintă forţa exercitată pe unitatea de suprafaţă şi se numeşte ***efort unitar*** (sau tensiune unitară). Putem atunci formula legea lui Hooke:

Enunţ: Eforturile unitare $\sigma = F/S_0$ sunt proporţionale cu alungirile relative $\varepsilon = \Delta l / l_0$ pentru un material dat:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{E}\sigma.$$

Observaţie: Legea lui Hooke este o lege empirică. Ea este stabilită experimental ca şi legile frecării. Ea este valabilă *numai până la o anumită valoare a efortului unitar,* ***valoare specifică materialului studiat***. De aceea ***legea lui Hooke*** este considerată ca fiind o ***lege de material***.

2.5.1. Forţa elastică

Expresia matematică a legii lui Hooke poate fi rescrisă astfel:

$$F = \frac{E \cdot S_0}{l_0} \cdot \Delta l.$$

Sub acţiunea forţei deformatoare F corpul considerat (un fir, un resort etc.) suferă o deformare (alungire sau comprimare) Δl.

Atunci, conform principiului acţiunii şi reacţiunii, în corpul studiat apare o forţă de reacţiune proporţională cu deformarea şi care se opune acesteia. *Această forţă de reacţiune este forţa elastică* (fig. 3.14.1). Ea se opune deformării şi are tendinţa de a readuce corpul la forma sa nedeformată.

Definiţie: Se numeşte ***forţă elastică***, $\vec{F}_e$, forţa proporţională cu valoarea deformaţiei $x = \Delta l$ şi orientată în sens opus creşterii deformaţiei:

$$\vec{F}_e = -k\vec{x},$$

unde: $-\vec{F}_e$ este forţa elastică, $[F_e]_{SI} = N$;

– raportul $k = \dfrac{E \cdot S_0}{l_0}$

este o constantă numită ***constantă de elasticitate***, caracteristică unui sistem fizic dat (un fir, un resort etc.), $[k]_{SI} = N/m$;

- $x = \Delta l$ este deformarea elastică (alungirea sau comprimarea), $[x]_{SI} = m$.

În figura 3.14.2 este prezentat graficul forţei elastice în funcţie de deformaţia x (forţa elastică $\vec{F}_e$ are proiecţie diferită de zero numai pe axa Ox: de aceea în loc de F_{ex} s-a scris simplu F_e).

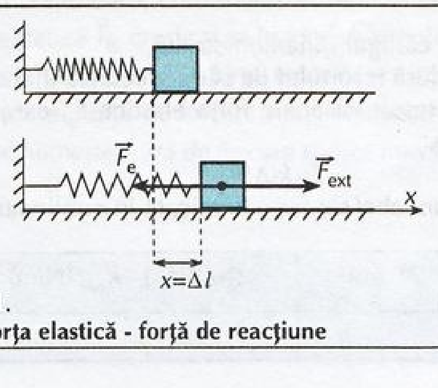


Fig. 3.14.1.
Forţa elastică - forţă de reacţiune

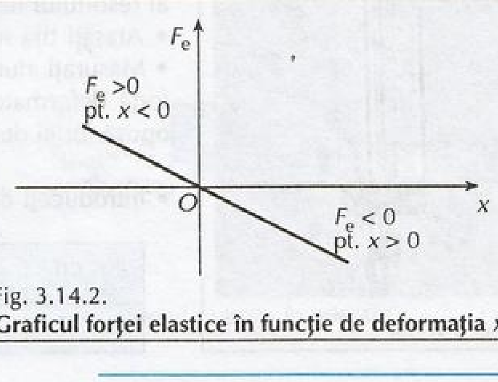


Fig. 3.14.2.
Graficul forţei elastice în funcţie de deformaţia *x*

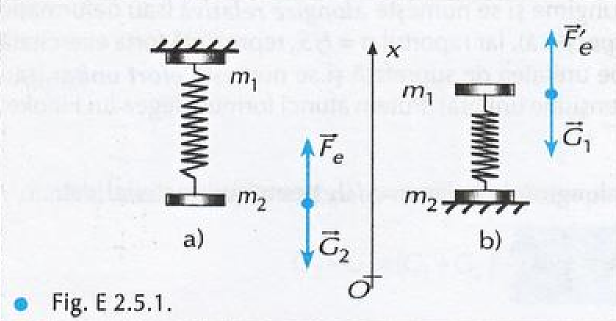


Fig. E 2.5.1.

Exercițiul 2.5.1. Două discuri de mase $m_1 = 0{,}1$ kg și $m_2 = 0{,}3$ kg sunt legate între ele printr-un resort elastic. Suspendând sistemul de discul 1, resortul are lungimea $L_1 = 40$ cm. Așezând sistemul pe discul 2, resortul are lungimea $L_2 = 20$ cm. Calculați lungimea L_0 a resortului în stare nedeformată.

Soluție:

În cazul a) resortul este alungit (fig. E 3.14.1-a) și forța elastică are modulul $F_e = k(L_1 - L_0)$. Discul 2 este în echilibru, $\vec{G}_2 + \vec{F}_e = 0$ conform principiului II al mecanicii. Proiectând această relație vectorială pe axa Ox obținem:

$$F_e - G_2 = 0 \Rightarrow F_e = G_2 \Rightarrow k(L_1 - L_0) = m_2 g.$$

În cazul b) resortul este comprimat (fig. E 3.14.1-b) și forța elastică are modulul $F'_e = k(L_0 - L_2)$. Discul 1 este în echilibru, deci, conform principiului II al mecanicii, $\vec{F}'_e + \vec{G}_1 = 0$. Proiectând această relație vectorială pe axa Ox obținem:

$$F'_e - G_1 = 0 \Rightarrow F'_e = G_1 \Rightarrow k(L_0 - L_2) = m_1 g.$$

Din relațiile $k(L_1 - L_0) = m_2 g$ și $k(L_0 - L_2) = m_1 g$ obținem prin împărțire:

$$\frac{L_1 - L_0}{L_0 - L_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow (L_1 - L_0)\cdot m_1 = (L_0 - L_2)m_2 \Rightarrow L_1 m_1 - L_0 m_1 = L_0 m_2 - L_2 m_2 \Rightarrow$$

$$L_1 m_1 + L_2 m_2 = L_0(m_1 + m_2) \Rightarrow L_0 = \frac{L_1 m_1 + L_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Deci: $L_0 = \dfrac{0{,}4\text{m}\cdot 0{,}1\text{kg} + 0{,}2\text{m}\cdot 0{,}3\text{kg}}{0{,}1\text{kg} + 0{,}3\text{kg}} = \dfrac{0{,}04 + 0{,}06}{0{,}4}\text{m} = \dfrac{0{,}1}{0{,}4}\text{m} = \dfrac{1}{4}\text{m} = 0{,}25\text{m};\ L_0 = 25\,\text{cm}.$

Lucrare de laborator

Determinarea constantei elastice a unui resort

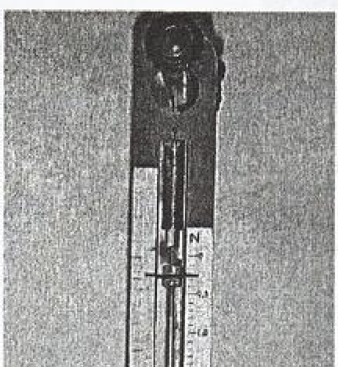


Fig. E 2.1.3.

Veți măsura și veți reprezenta grafic alungirea resorturilor dinamometrelor din dotarea laboratorului în funcție de forța deformatoare aplicată. Apoi veți determina constantele lor de elasticitate.

Procedeu experimental

Materialele din trusa de fizică necesare realizării experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: dinamometre de 1N, respectiv 2,5N cu scale suplimentare de hârtie milimetrică, tijă cu discuri crestate, postament cu tijă(sau trepied).

- Suspendați dinamometrul în poziție verticală ca în figura E 2.1.3.
- Notați pe hârtia milimetrică un reper corespunzător poziției capătului liber al resortului nedeformat.
- Atașați tija metalică în cârligul dinamometrului.
- Măsurați alungirea produsă resortului de către greutatea tijei care are rol de forță deformatoare F. În resort va apare forța elastică F_e, care are orientare opusă forței deformatoare.

$$F = k\cdot\Delta l$$

- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	F(N)	Δl (m)	k(N/m)	k_{med} (N/m)

- Atașați pe rând discuri crestate pe tija suspendată de dinamometru.
- Înregistrați valorile forței deformatoare și ale alungirii în tabelul de date experimentale pentru ambele dinamometre.
- Reprezentați grafic dependența alungirii resorturilor celor două dinamometre în funcție de forțele deformatoare aplicate.

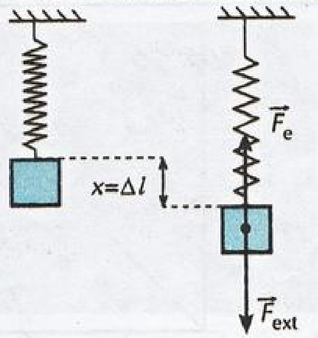


Fig. E 2.1.3.

Întrebări și concluzii

- Alungirea resortului este direct proporțională cu forța deformatoare, constanta de proporționalitate fiind inversa constantei de elasticitate a resortului.
- Identificați principalele surse de erori și propuneți soluții pentru micșorarea lor.
- Determinați constanta elastică a fiecărui dinamometru din panta graficului pe care l-ați trasat. Există diferențe între rezultatele obținute pentru valorile lui k?

Aprofundări

Construcția unui dinamometru

Piesa fundamentală din construcția dinamometrului (figura 2.1.3.) o constituie resortul. Atunci când se suspendă de cârligul acestuia un corp resortul se alungește proporțional cu valoarea greutății corpului suspendat. Încercați să construiți un dinamometru utilizând un resort metalic, niște cârlige de sârmă, un tub de plastic.

Atașați-i o scală din hârtie milimetrică și propuneți o soluție pentru etalonarea lui.

2.6. Forțe de frecare

Considerăm un corp așezat pe un plan orizontal. Trăgând de corp cu o forță orizontală $\vec{F}$ foarte mică, se constată că acesta rămâne în repaus. Conform principiului II al mecanicii rezultă că asupra corpului se mai exercită o forță, egală și opusă lui $\vec{F}$, $\vec{F}_{fs} = -\vec{F}$ (fig. 2.6.1-a). Se numește ***forță de frecare statică*** și este datorată întrepătrunderii asperităților și neregularităților microscopice ale suprafețelor aflate în contact ale celor două corpuri.

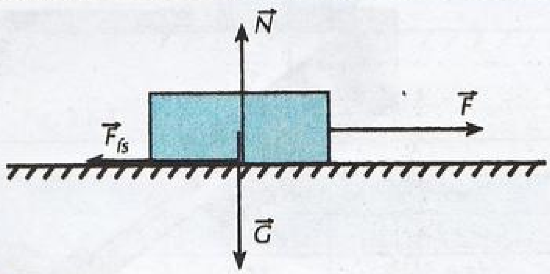


Fig. 2.6.1-a.
Corpul rămâne în repaus.

Mărind treptat forța exterioară orizontală $\vec{F}$ se constată că, în continuare, corpul este în repaus, deci forța de frecare statică $\vec{F}_{fs}$ crește și ea în modul, simultan cu $\vec{F}$. La o anumită valoare F_0 a forței exterioare corpul se pune în mișcare. Forța de frecare statică respectivă, $\vec{F}_{fsmax} = -\vec{F}_0$, se numește ***forță de frecare statică maximă*** (fig. 2.6.1-b).

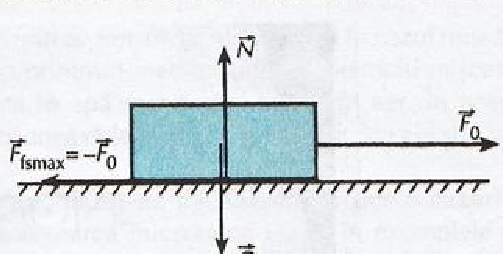
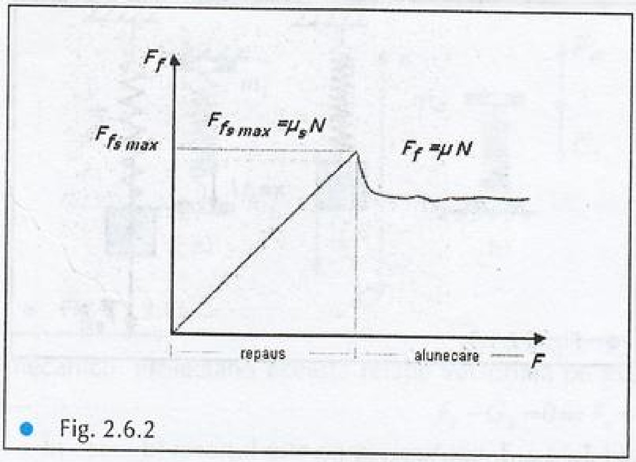


Fig. 2.6.1-b.
Corpul se pune în mișcare

Concluzie:

Forța de frecare statică crește de la zero la o valoare maximă odată cu creșterea forței exterioare de tracțiune exercitată asupra corpului. Astfel: $F_{fs} \le \mu_s \cdot N$.



• Fig. 2.6.2

După începerea mişcării, dacă se menţine în continuare acţiunea forţei $\vec{F}_0$ asupra corpului, acesta se mişcă accelerat, deoarece, datorită mişcării de alunecare, asperităţile şi neregularităţile suprafeţelor în contact nu mai au timp să se întrepătrundă la fel de bine ca în repaus pentru a se opune mişcării. Forţa de frecare care se manifestă în timpul mişcării, numită ***forţă de frecare la alunecare***, $\vec{F}_f$, este mai mică în modul decât forţa maximă de frecare statică $\vec{F}_{fsmax}$ (fig. 2.6.2).

Concluzii:

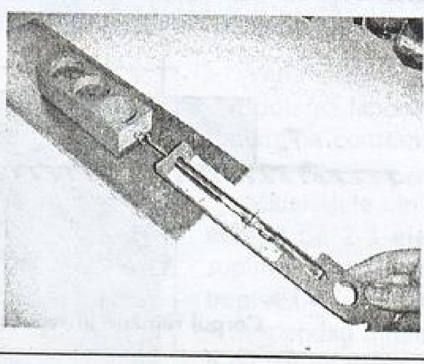
1. în planul de contact dintre două corpuri în repaus relativ unul faţă de altul apar forţe de frecare statică (sau *de aderenţă*) $\vec{F}_{fs}$ având modulul cuprins între zero şi o valoare maximă în funcţie de tracţiunile exercitate asupra corpurilor;

2. în planul de contact dintre două corpuri care alunecă unul peste altul apar forţe de frecare la alunecare $\vec{F}_f$;

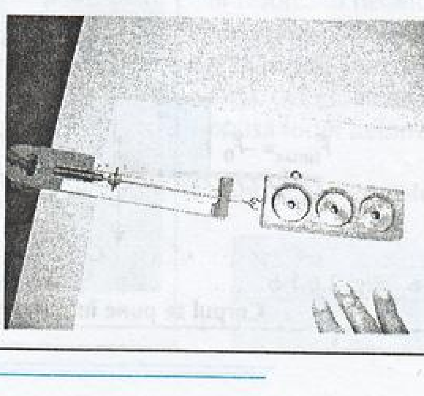
3. forţele de frecare, conţinute în planul de contact dintre cele două corpuri, au direcţia mişcării sau tendinţei de mişcare relativă a celor două corpuri şi sunt orientate în sens opus mişcării;

4. în planul de contact dintre cele două corpuri se manifestă întotdeauna *două* forţe de frecare (acţiunea şi reacţiunea), egale în modul şi opuse ca sens, una acţionând asupra unui corp, cealaltă asupra celui de al doilea corp.

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ
Descoperiţi legile frecării la alunecare între două corpuri!



• Fig. AE 2.6.1.



• Fig. AE 2.6.2.

Tractaţi corpul paralelipipedic cu cârlige şi corpuri adiţionale (fig. AE 2.6.1) prin intermediul unui dinamometru. Incercaţi să obţineţi o deplasare rectilinie cu viteză constantă a paralelipipedului. Puteţi obţine mai uşor deplasarea cu viteză constantă dacă fixaţi dinamometrul la marginea mesei cu ajutorul unei menghine şi a unei tije şi trageţi o coală de hârtie pe sub corp. Indicaţia dinamometrului reprezintă atât valoarea forţei de tracţiune cât şi a forţei de frecare la alunecare între lemn şi hârtie.

- Aşezaţi iniţial paralelipipedul pe suprafaţă maximă de contact cu hârtia (suprafeţele în contact sunt lemn şi hârtie) şi executaţi tractarea cu viteza constantă de două-trei ori.
- Aşezaţi apoi paralelipipedul pe suprafaţă minimă de contact cu hârtia (suprafeţele în contact sunt, de exemplu lemn şi melamină) şi executaţi tractarea cu viteză constantă de două-trei ori.

Observaţie: aria suprafeţei de contact dintre corp şi hârtie nu influenţează valoarea forţei de frecare la alunecare.

- Ataşaţi pe rând tălpi de metal şi de plastic paralelipipedului şi reluaţi operaţiile anterioare.

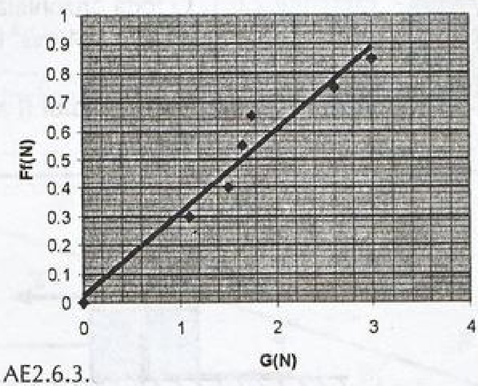
Observaţie: gradul de şlefuire a suprafeţelor (reflectat în natura materialelor) influenţează valoarea forței de frecare la alunecare. Când suprafețele în contact sunt mai puțin șlefuite forța de frecare la alunecare are valori mai mari.

• Așezați paralelipipedul fără talpă pe suprafața maximă de contact cu planul orizontal și atașați pe rând una, două, trei mase adiționale, de la o tractare la alta, pentru a vedea cum depinde F_f de forța de apăsare normală pe plan.

Observație: forța de frecare la alunecare dintre corpurile în contact crește odată cu forța de apăsare normală pe plan.

Reprezentați grafic dependența forței de frecare la alunecare de forța de apăsare normală pe plan (greutatea corpului).

Ce semnificație are panta graficului?



• Fig. AE2.6.3.

2

2.6.1. Legile frecării

Legea I: Forța de frecare la alunecare F_f între două corpuri nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.

Legea II: Forța de frecare la alunecare F_f este proporțională cu forța de apăsare normală N exercitată pe suprafața de contact:

$$F_f = \mu \cdot N,$$

unde coeficientul de proporționalitate μ se numește ***coeficient de frecare la alunecare.***

Observație:

Forța de frecare la alunecare este caracterizată de următoarele elemente (fig. 2.6.1):

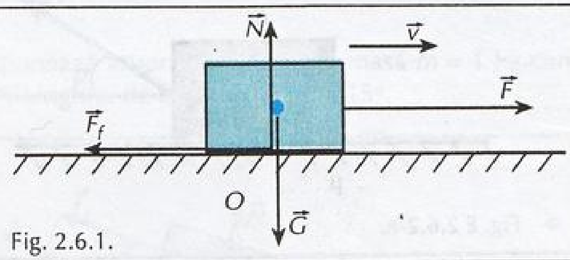
a) modulul - dat de relația $F_f = \mu \cdot N$;

b) direcția - în planul de contact dintre corpuri, tangentă la traiectorie;

c) sensul - opus mișcării (vitezei);

d) originea - în centrul suprafeței de contact dintre corpuri.

Experimental se constată că: μ este practic independent de viteza relativă de alunecare a corpurilor, dar depinde de natura corpurilor și de gradul de prelucrare a suprafețelor în contact.



• Fig. 2.6.1.

Materialele	Coeficientul de frecare	
	Static μ_s	Cinetic μ
Oțel pe oțel	0,74	0,57
Cupru pe oțel	0,53	0,36
Cupru pe fier	1,05	0,29
Teflon pe oțel	0,04	0,04

Legile frecării sunt legi stabilite experimental. Ele au implicații și aplicații foarte importante dar nu au caracterul fundamental al celor trei principii formulate de Newton.

Observații:

1. Acea parte a fizicii care studiază frecarea se numește ***tribometrie***.

3. Frecarea se manifestă și în mișcarea de rostogolire (a unui cilindru pe un plan, de exemplu) dar, în acest caz, forța de frecare este mult mai mică. Așa se explică utilizarea tehnică a rulmenților.

3. Pentru a se micșora frecarea la alunecarea unui corp peste altul se folosesc uleiuri sau unsori, numite lubrifianți. Aceștia formează o peliculă subțire care acoperă asperitățile suprafețelor în contact.

4. Fenomenul de frecare se manifestă și în cazul mișcării unui corp printr-un mediu fluid, de exemplu mișcarea unui pește în apă sau a unei păsări în aer. În aceste cazuri acționează legi specifice diferite de cele studiate mai sus.

5. Frecarea are efecte dăunătoare în unele cazuri și atunci se încearcă micșorarea ei, ca în exemplele de mai sus. Ea are însă și efecte utile făcând posibile mersul ființelor pe sol, mersul vehiculelor cu roți, frânarea și oprirea vehiculelor etc.

Exercițiul 2.6.1. O forță orizontală $F = 10$ N imprimă unui corp de masă $m = 2$ kg, așezat pe un plan orizontal o accelerație $a = 4$ m/s^2 (fig. E 2.6.1). Calculați coeficientul de frecare (se va lua $g = 10$ m/s^2).

Soluție: Conform principiului II al mecanicii avem: $\vec{F}+\vec{G}+\vec{N}+\vec{F}_f=m\vec{a}$.

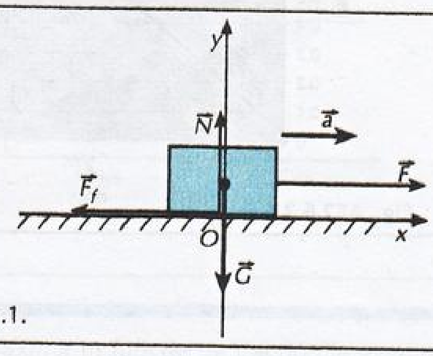


Fig. E 2.6.1.

Alegem axele sistemului de coordonate ca în figura E. 2.6.1 și proiectăm această relație vectorială pe cele două axe:

Ox: $F - F_f = ma$; Oy: $- G + N = 0 \Rightarrow N = G$.

Dar, conform legilor frecării $F_f = \mu N$ și deci $F_f = \mu G$. Atunci

$$F-\mu G = ma \Rightarrow F - ma = \mu G \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} - \frac{a}{g}.$$

Deci: $\mu = \dfrac{10\text{N}}{2\text{kg}\cdot 10\text{m/s}^2} - \dfrac{4\text{m/s}^2}{10\text{m/s}^2} = 0{,}1$; $\mu = 0{,}1$.

Exercițiul 2.6.2. O forță necunoscută F aplicată pe o direcție care face unghiul $\alpha = 30°$ cu orizontala, unui corp de masă $m = 4$ kg, așezat pe un plan orizontal, ca în figura E 2.6.2, îi imprimă acestuia o mișcare rectilinie uniformă. Coeficientul de frecare la alunecare corp-plan este $\mu = 0{,}27$. Calculați forța F. Se va utiliza valoarea $g = 10$ m/s^2.

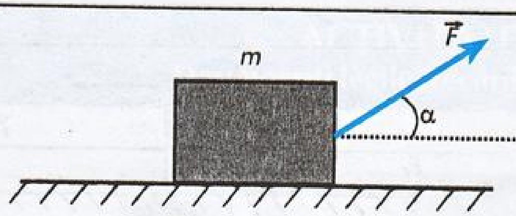


Fig. E 2.6.2-a.

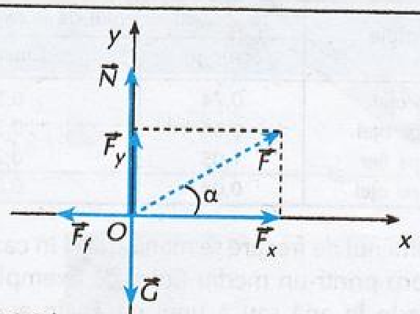


Fig. E 2.6.2-b.

Soluție: Conform principiului II al mecanicii:

$$\vec{F}+\vec{G}+\vec{N}+\vec{F}_f = m\cdot\vec{a} = m\cdot 0 = 0.$$

Alegem axele sistemului de coordonate ca în figura E 2.6.2-b. Proiectăm această relație vectorială pe cele două axe și obținem:

Ox: $F\cdot\cos\alpha - F_f = 0 \Rightarrow F\cdot\cos\alpha = F_f$.

Oy: $F\cdot\sin\alpha - G + N = 0 \Rightarrow N = mg - F\cdot\sin\alpha$.

Dar $F_f = \mu N \Rightarrow F_f = \mu(mg - F\sin\alpha)$.

Atunci:

$$F\cdot\cos\alpha = \mu(mg - F\cdot\sin\alpha) \Rightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

Deci:

$$F = \frac{0{,}27\cdot 4\text{kg}\cdot 10\text{m/s}^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}27\cdot\frac{1}{2}} = 10{,}8\text{N}.$$

2.6.2. Unghiul de frecare

Definiție: Se numește ***unghi de frecare*** unghiul φ al acelui plan înclinat pe care corpul alunecă *uniform* (cu viteză constantă).

Să considerăm un corp de masă *m* care alunecă uniform pe un plan înclinat de unghi φ (fig. 2.6.2-a).

Conform principiului II al mecanicii avem

$$\vec{G}+\vec{N}+\vec{F}_f=0.$$

Proiectând această relație vectorială pe axele sistemului de coordonate *Oxy* (fig. 2.6.2-b), obținem:

Ox: $G\cdot\sin\varphi - F_f = 0 \Rightarrow G\cdot\sin\varphi = F_f$;

Oy: $-G\cdot\cos\varphi + N = 0 \Rightarrow G\cdot\cos\varphi = N$.

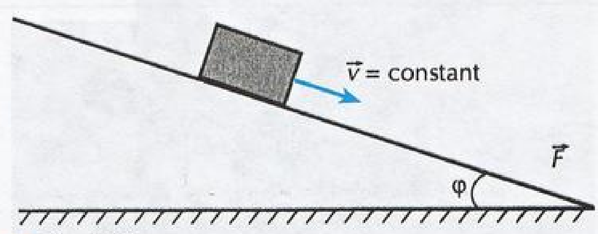


Fig. 2.6.2- a.
Unghiul de frecare

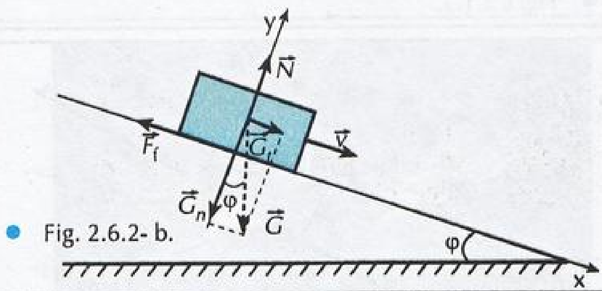


Fig. 2.6.2- b.

De aici, prin împărțire, găsim: $\text{tg}\,\varphi = F_f/N$.
Dar $F_f = \mu\cdot N$ și deci $\text{tg}\,\varphi = \mu$.

Putem acum formula o proprietate importantă.

Proprietate: Valoarea coeficientului de frecare μ este egală cu tangenta unghiului de frecare φ:

$$\mu = \text{tg}\,\varphi.$$

Exercițiul 2.6.3. Calculați ce forță orizontală *F* acționează asupra unui corp de masă $m = 1$ kg care urcă uniform pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$. Unghiul de frecare este $\varphi = 15°$.

Soluție: Conform principiului II al mecanicii avem:

$$\vec{G}+\vec{F}+\vec{N}+\vec{F}_f=m\cdot 0$$

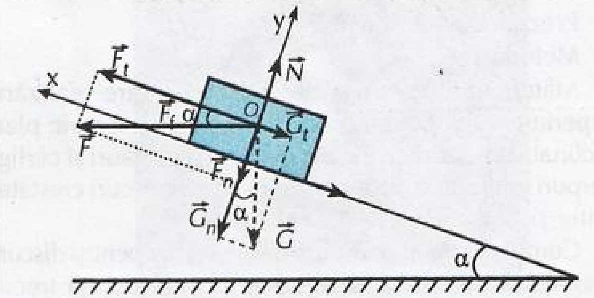


Fig. E 2.6.3.

Proiectând această relație vectorială pe axele sistemului de coordonate *Oxy* obținem ecuațiile:

$$Ox: F_t - G_t - F_f = 0$$

$$Oy: -G_n - F_n + N = 0$$

adică $F\cdot\cos\alpha - G\cdot\sin\alpha - F_f = 0$

și $-G\cdot\cos\alpha - F\cdot\sin\alpha + N = 0$.

Folosind în prima ecuație relația $F_f = \mu\cdot N$ obținem

$$\begin{cases} F\cdot\cos\alpha - mg\cdot\sin\alpha - \mu N = 0 \\ N = mg\cdot\cos\alpha + F\cdot\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$F\cdot\cos\alpha - mg\cdot\sin\alpha - \mu\, mg\cdot\cos\alpha - \mu\, F\cdot\sin\alpha = 0 \Rightarrow F\cdot(\cos\alpha - \text{tg}\varphi\cdot\sin\alpha) = mg\cdot(\sin\alpha + \text{tg}\varphi\cdot\cos\alpha) \Rightarrow$$

$$F\cdot(\cos\alpha\cdot\cos\varphi - \sin\alpha\cdot\sin\varphi) = mg\cdot(\sin\alpha\cdot\cos\varphi + \sin\varphi\cdot\cos\alpha) \Rightarrow F\cdot\cos(\alpha+\varphi) = mg\cdot\sin(\alpha+\varphi) \Rightarrow$$

$$F = mg\cdot\text{tg}(\alpha+\varphi) = 1\text{kg}\cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\text{tg}45° = 9{,}8\text{N}.$$

Lucrare de laborator
Determinarea coeficientului de frecare la alunecare

Veți determina valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre corpul paralelipipedic și suprafața planului înclinabil, precum și unghiul de frecare.

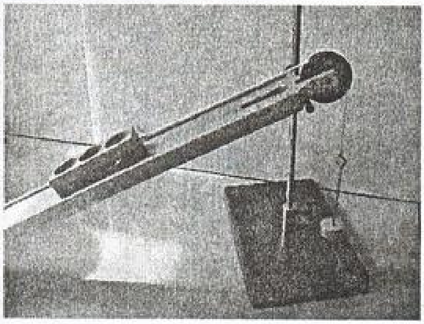


Fig. E 2.1.3.

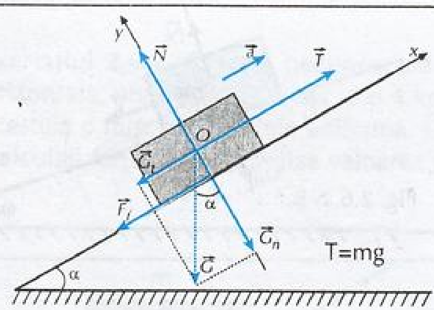


Fig. E 2.1.4.

Procedeu experimental
Metoda 1

Materialele din trusa de fizică necesare realizării experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: plan înclinabil cu scripete fix, paralelipiped cu găuri și cârlig, corpuri adiționale, fir ață, tijă cu cârlig și discuri crestate, stativ și tijă.

Corpul paralelipipedic cu masa M și tija pentru discuri crestate de masă m, sunt legate cu firul de ață trecut peste scripete și așezate ca în imaginea din figura E 2.1.3. Urcarea cu viteză constantă a lui M pe planul înclinat se face când greutatea tangențială și forța de frecare la alunecare dintre el și plan, sunt echilibrate de greutatea cârligului și a discurilor atașate unul câte unul.

$$mg = M \cdot g \cdot \sin\alpha + \mu \cdot M \cdot g \cdot \cos\alpha$$

Dacă se modifică unghiul de înclinare a planului și se măsoară valorile lui m atunci se poate determina coeficientul de frecare la alunecare:

$$\mu = \frac{m \cdot g - M \cdot g \cdot \sin\alpha}{M \cdot g \cdot \cos\alpha}$$

- Realizați urcarea uniformă a paralelipipedului pe planul înclinat cu ajutorul discurilor crestate atașate unul câte unul pe tija aflată la celălat capăt al firului.
- Măsurați masa discurilor crestate și a tijei.
- Modificați unghiul planului înclinat și reluați operațiile descrise.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	m (kg)	M (kg)	cos α	sin α	μ	μ_{med}

- Calculați valorile lui μ după formula indicată.

Metoda 2

Materialele din trusa de fizică necesare pentru realizarea experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: plan înclinabil, paralelipiped din lemn, riglă.

- Așezați corpul pe planul înclinat cu un unghi la care nu se produce alunecarea.
- Reglați unghiul de înclinare până când corpul începe să alunece în urma unor ciocănituri ușoare în plan. Alunecarea se face acum cu viteza aproximativ constantă, unghiul de înclinare a planului este unghiul de frecare φ și:

$$M \cdot g \cdot \sin\varphi = \mu \cdot M \cdot g \cdot \cos\varphi$$

$$\mu = \operatorname{tg}\varphi$$

- Măsurați cu rigla înălțimea planului h și lungimea proiecției sale pe masa pe care se sprijină, b.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	h(cm)	b(cm)	$\mu = \operatorname{tg}\varphi = h/b$	μ_{med}

- Calculați valorile lui μ după formula indicată.

Întrebări și concluzii

- Care sunt sursele de erori care afectează experimentul realizat?
- Coeficientul de frecare la alunecare are valori subunitare.

2.6.3. Efectele existenței forțelor de frecare în activitatea cotidiană și în tehnică

Multe dintre activitățile pe care le desfășurăm zilnic se datorează existenței forțelor de frecare.

1. Mersul oamenilor este posibil atunci când există aderență între tălpi și suprafața pe care se deplasează (gândiți-vă cum „se merge" pe gheață, unde aderența este foarte mică!). Practic piciorul aflat în spate împinge pământul înapoi, iar reacțiunea exercitată de pamânt asupra piciorului propulsează înainte pe direcția de mers (fig. 2.6.4). Piciorul din față preîntâmpină căderea înainte. Același mecanism se aplică și în cazul altor viețuitoare. Explicați cum înaintează o broscuță țestoasă.Care dintre cele cele patru lăbuțe are rol motor?

Fig. E 2.6.4.

2. Înaintarea autovehiculelor pe direcția de mers se face datorită interacțiunii dintre roțile motoare și sol. Roata motoare împinge solul în sens contrar mișcării, iar solul reacționează cu o forță egală în modul și de semn contrar care propulsează mașina inainte pe direcția de mers (fig. 2.6.6). Același principiu se aplică la înaintarea ambarcațiunilor cu vâsle.

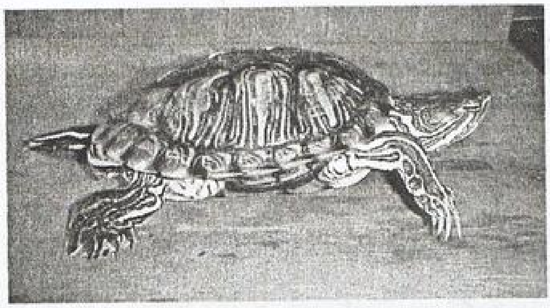


Fig. E 2.6.5.

3. Frânarea automobilelor pentru a se opri la timp este posibilă datorită forțelor de frecare la alunecare între roțile blocate(pentru a obține alunecarea în locul rostogolirii) și sol. Este unul dintre motivele pentru care cauciucurile autovehiculelor trebuie să se afle în bună stare, să nu fie tocite, pentru a asigura o valoare corespunzătoare a coeficientului de frecare.
4. În absența forțelor de frecare nu ar fi posibil scrisul pe hârtie sau pe tablă, nu am putea ține obiectele în mâini deoarece toate ar aluneca.
5. Roțile dințate și curelele utilizate pentru transmisia mișcării își au rostul datorită frecării.

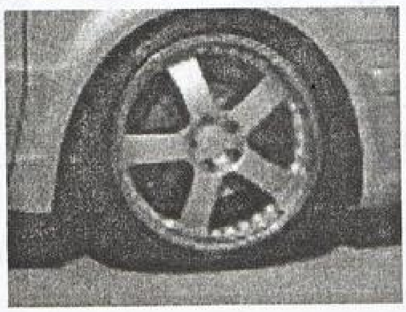


Fig. E 2.6.6.

Există însă și situații în care forțele de frecare au efecte negative. Este cazul frecărilor dintre piesele aflate în mișcare în motoare și angrenaje. Ele produc încălzirea și uzura componentelor. Pentru a îndeplini scopul propus se consumă cantități suplimentare de enegie, de combustibili. În lupta împotriva forțelor de frecare nedorite se utilizează rulmenții, piese la care alunecarea este înlocuită cu rostogolirea și substanțe speciale care au rolul de a diminua coeficientul de frecare, numite lubrifianți(uleiuri, vaselină, etc). O altă metodă de diminuare a forțelor de frecare este utilizarea suspensiilor cu pernă de aer sau a suspensiilor magnetice.

2.7. Legea atracției universale

Legea atracției gravitaționale a fost formulată de *Isaac Newton*. Ea a fost publicată în anul 1687.

Enunț: Între oricare două corpuri cu masele m_1 și m_2, considerate punctiforme față de distanța dintre ele, situate la distanța r unul de altul, se exercită o forță gravitațională de atracție care acționează de-a lungul dreptei ce unește corpurile și care are mărimea

$$F = K \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

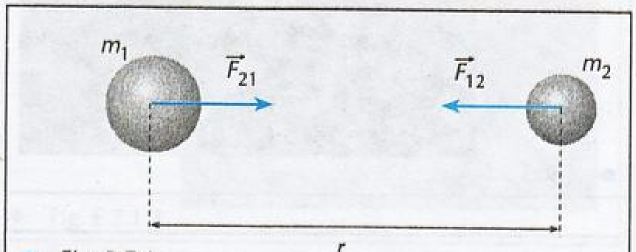


Fig. 2.7.1.

unde K este o constantă universală având *aceeași* valoare pentru orice pereche de corpuri din Univers (fig. 2.7.1). De aceea, constanta K este numită **constanta atracției universale**, iar legea atracției gravitaționale mai este numită și *legea atracției universale*.

Vectorial putem scrie

$$\vec{F}_{12} = -K \cdot \frac{m_1 m_2}{r^3} \cdot \vec{r}_{12}, \quad \vec{F}_{21} = -K \cdot \frac{m_1 m_2}{r^3} \cdot \vec{r}_{21} = -\vec{F}_{12},$$

unde $\vec{r}_{12}$ este vectorul de poziție al corpului 2 față de corpul 1, iar $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$, $|\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_{21}| = r$.

Observație: Forța gravitațională exercitată de o sferă omogenă are aceeași expresie ca în cazul în care toată masa sferei ar fi concentrată în punctul din centrul sferei.

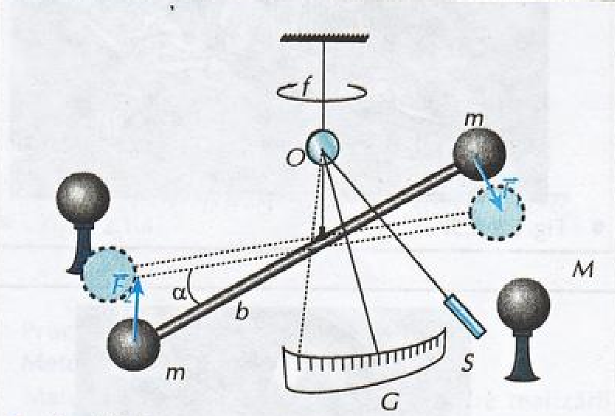


Fig. 2.7.2.

Din expresia forței de atracție universală rezultă:

$$K = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$$

Dacă se consideră $m_1 = m_2 = 1$ kg și $r = 1$ m, atunci K este numeric egală cu F.

Concluzie: *constanta atracției universale K este numeric egală cu forța, exprimată în Newtoni, care se exercită între două corpuri punctiforme având masa de* 1 kg *fiecare și fiind situate la distanța de* 1 m *unul de altul.*

Constanta atracției universale are valoarea

$$K = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}.$$

Valoarea constantei K a atracției universale a fost determinată experimental, pentru prima oară, în anul 1798, de Sir Henry Cavendish. El a folosit o balanță de torsiune (numită în prezent și balanță Cavendish).

Balanța de torsiune este constituită dintr-o bară subțire b (fig. 2.7.2) suspendată de un fir foarte subțire (de exemplu, un fir de cuarț) f. La capetele barei b sunt montate două mici sfere identice, de masă m fiecare. Un fascicul luminos, provenind de la o sursă S, este reflectat de o oglindă mică O fixată pe firul f și ajunge pe o scară gradată G. În vecinătatea sferelor mici se așază două sfere mari, identice, de masă M fiecare. Forțele de atracție gravitațională dintre sferele mari și cele mici, $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, conduc la rotirea sistemului cu un unghi α. Corespunzător, fasciculul luminos reflectat de oglinda O (care se rotește și ea cu ungiul α) este deviat cu un unghi 2α. Măsurând astfel unghiul α, folosind expresia legii atracției universale și caracteristicile constructive ale balanței, se poate determina valoarea lui K.

2.7.1. Câmp de forțe. Câmp gravitațional

Definiții: 1) Se numește ***câmp de forțe*** o regiune din spațiu, limitată sau nelimitată, unde în fiecare punct se face simțită acțiunea unei forțe determinate în modul, direcție și sens.
2) Se numește ***câmp gravitațional*** o regiune din spațiu, limitată sau nelimitată, unde în fiecare punct se face simțită acțiunea unei forțe gravitaționale de atracție determinate în modul, direcție și sens.

Observații:
1) Câmpurile de forțe în general (câmpul gravitațional în particular) sunt o formă de existență a materiei, deosebită de forma de substanță, care fac posibilă transmiterea din aproape în aproape a interacțiunilor dintre corpuri.
2) Corpul care generează câmpul gravitațional se numește ***sursă*** a câmpului.
3) Masa corpului, ca o măsură a capacității sale de a genera un câmp gravitațional sau de a suporta acțiunea unui câmp gravitațional se numește ***masă gravitațională*** sau ***masă grea***. Experimental s-a constatat că ea este numeric egală cu masa inertă.

2

2.7.2. Intensitatea câmpului gravitațional

Să considerăm un corp de probă de masă m situat într-un punct aflat la distanța r de corpul de masă M – sursă a câmpului gravitațional. Presupunând corpurile ca fiind mici comparativ cu distanța dintre ele, forța care se exercită asupra corpului de probă este dată de ***legea atracției universale***

$$F = K \cdot \frac{Mm}{r^2}.$$

Această relație nu este adecvată pentru descrierea câmpului gravitațional, deoarece ea depinde nu numai de proprietățile câmpului gravitațional generat de sursa de masă M ci și de masa m a corpului de probă. Observăm însă că raportul F/m nu depinde decât de proprietățile câmpului și poate fi deci folosit pentru caracterizarea acestuia.

Definiție: Se numește ***intensitate a câmpului gravitațional*** într-un punct mărimea fizică vectorială $\vec{\Gamma}$ definită de relația:

$$\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m},$$

unde:

– $\vec{F}$ este forța gravitațională exercitată asupra unui corp de probă situat în acel punct, $[F]_{SI} = \text{N}$;
– m este masa corpului de probă, $[m]_{SI} = \text{kg}$.

Din relația de definiție se obține unitatea de măsură pentru intensitatea câmpului gravitațional:

$$[\Gamma]_{SI} = \frac{[F]_{SI}}{[m]_{SI}} = \frac{1\,\text{N}}{1\,\text{kg}} = 1\ \text{N/kg}.$$

Definiție: 1 N/kg este intensitatea câmpului gravitațional într-un punct în care se exercită o forță de atracție gravitațională de 1 N asupra unui corp cu masa de 1 kg situat în acel punct.

Folosind expresia forței de atracție universale se obține, pentru intensitatea câmpului gravitațional într-un punct situat la distanța r de sursa punctiformă de masă M, expresia

$$\Gamma(r) = K \cdot \frac{M}{r^2},$$

sau, vectorial,
$$\vec{\Gamma}(\vec{r}) = -K \cdot \frac{M}{r^3} \cdot \vec{r}.$$

Pentru cazul în care sursa câmpului gravitațional este Pământul, a cărui masă o notăm cu M_p, relația de mai sus se dezvoltă astfel:

$$K\cdot\frac{M_P}{r^2}=\Gamma=\frac{F}{m}=\frac{G}{m}=\frac{mg}{m}=g\,.$$

Deci $$g(r)=K\cdot\frac{M_p}{r^2}=\Gamma(r)\,.$$

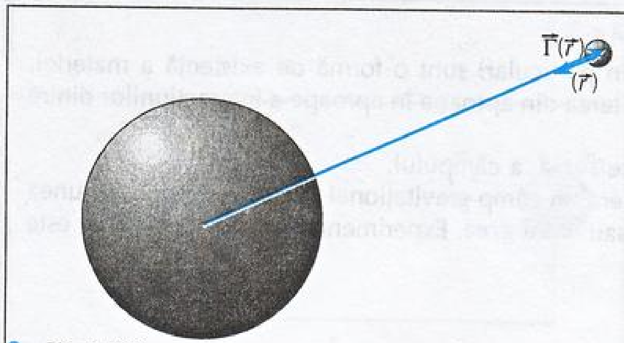


Fig. 2.7.3.

Observație: g și Γ au aceeași valoare numerică într-un punct din câmpul gravitațional, dar trebuie reținut că sunt mărimi fizice distincte, cu semnificații diferite. Γ reprezintă intensitatea câmpului gravitațional, iar g reprezintă accelerația imprimată de câmpul gravitațional unui corp lăsat liber în câmp.

Dacă $r = R_p + h$, unde R_p este raza Pământului, iar h înălțimea față de sol la care se află punctul în care se află corpul de probă de masă m, atunci:

$$g(h)=K\cdot\frac{M_P}{(R_p+h)^2}\,.$$

Deci: accelerația gravitațională g scade cu creșterea înălțimii.

Definiție: Se numește ***câmp gravitațional staționar*** un câmp gravitațional a cărui intensitate într-un punct oarecare *nu* variază în timp.

Exercițiul 2.7.1. Calculați la ce înălțime h față de suprafața Pământului greutatea unui corp este un sfert din greutatea sa de pe sol.

Soluție: Pe sol avem: $mg=K\frac{M_p\cdot m}{R_p^2}$, unde m este masa corpului, M_p este masa Pământului. La înălțimea

h: $\frac{1}{4}mg = K\cdot\frac{M_p\cdot m}{(R_p+h)^2}$.

Împărțind prima relație la a doua obținem:

$$4=\frac{(R_p+h)^2}{R_p^2};4R_p^2=(R_p+h)^2\Rightarrow 2R_p=R_p+h\Rightarrow h=R_p=6370\,\text{km}\,.$$

Exercițiul 2.7.2. Raza medie a Pământului este de 6370 km, iar densitatea sa medie este $\rho = 5{,}51$ g/cm^3. Calculați accelerația gravitațională g la suprafața Pământului.

Soluție: $\mathrm{M_p=\rho\cdot V=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R_p^3}$ și $\mathrm{g=K\frac{M_p}{R_p^2}}$

Atunci: $$g=K\cdot\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R_p^3}{R_p^2}\Rightarrow g=\frac{4}{3}\pi\cdot K\cdot\rho\cdot R_p$$

Deci: $$g=\frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot 5{,}51\cdot10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\cdot 637\cdot10^4\,\mathrm{m}=$$

$$=27{,}925\cdot5{,}51\cdot637\cdot10^{-4}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}=153{,}87\cdot637\cdot10^{-4}\,\frac{\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s^2}}}{\mathrm{kg}}=1{,}54\cdot6{,}37\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\approx 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\,.$$

LECTURĂ
Luna, Soarele și mareele

Existenţa fenomenului mareelor reprezintă o consecinţă remarcabilă a atracţiei universale.

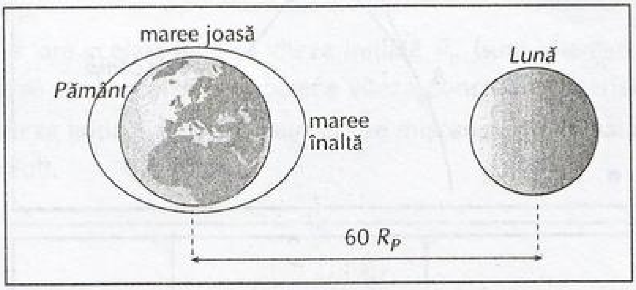
Raza Pământului (R_p) nu este neglijabilă în raport cu distanţa Pământ-Lună ($\approx 60\ R_p$). De aceea, forţa de atracţie universală exercitată de Lună asupra unui corp de pe Pământ va avea valori diferite, în funcţie de poziţia corpului faţă de satelit: va fi mai mare cu cât corpul va fi mai aproape de Lună.

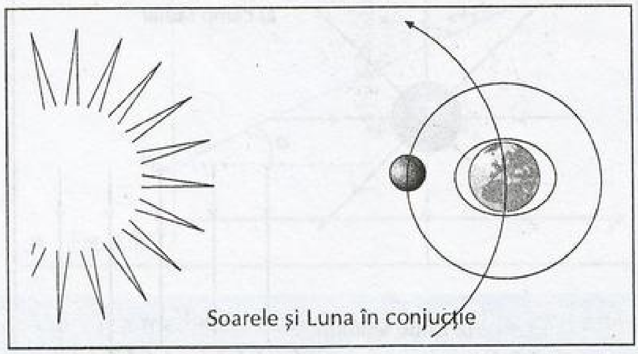
Să considerăm acum Pământul ca fiind o sferă acoperită de un strat de apă (mările şi oceanele acoperă aproximativ două treimi din suprafaţa Pământului). Atunci, partea din stratul de apă aflată pe suprafaţa Pământului orientată spre Lună este atrasă mai puternic decât este atras centrul Pământului. Partea de apă, aflată pe suprafaţa Pământului opusă Lunii, este atrasă de Lună cu o forţă mai mică decât forţa cu care Luna atrage centrul Pământului. Datorită acestei situaţii, stratul de apă se deformează ca în figura de sus, prezentând două regiuni de nivel ridicat (maree înalte) şi două regiuni de nivel coborât (maree joase).

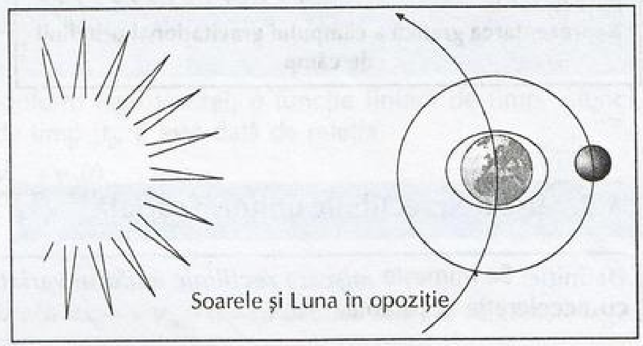
Aceste denivelări ale apelor mărilor şi oceanelor sunt fixe în raport cu Luna, dar ***se deplasează faţă de Pământ*** datorită rotaţiei Pământului. În timp de 24 de ore, cât durează efectuarea rotaţiei complete a Pământului în jurul axei sale, un punct de pe suprafaţa sa va înregistra două maree înalte şi două maree joase.

Luna nu este, numai ea singură, responsabilă de existenţa mareelor. Soarele are şi el o contribuţie semnifi-cativă, reprezentând aproximativ 45% din contribuţia Lunii.

Mareele înalte sunt mai puternice atunci când Soarele şi Luna sunt în conjuncţie (momentul de „Lună nouă", figura din mijloc) sau în opoziţie (momentul de „Lună plină", figura de jos).




Soarele şi Luna în conjucţie


Soarele şi Luna în opoziţie

2.7.3. Reprezentarea grafică a câmpului gravitaţional

Câmpul gravitaţional este un *câmp vectorial*, deoarece fiecărui punct din câmp i se asociază un vector determinat în modul, direcţie şi sens (intensitatea $\vec{\Gamma}$).

Câmpul gravitaţional se poate atunci reprezenta grafic cu ajutorul mulţimii vectorilor $\vec{\Gamma}$ asociaţi punctelor din jurul sursei gravitaţionale. În figura 2.7.4-a este prezentat exemplul câmpului gravitaţional *radial* generat de un corp sferic şi omogen.

Câmpul gravitaţional al Pământului este un câmp radial. Totuşi, în regiuni mici, câmpul gravitaţional terestru poate fi considerat ca fiind uniform, caz ilustrat în figura 2.7.4-b.

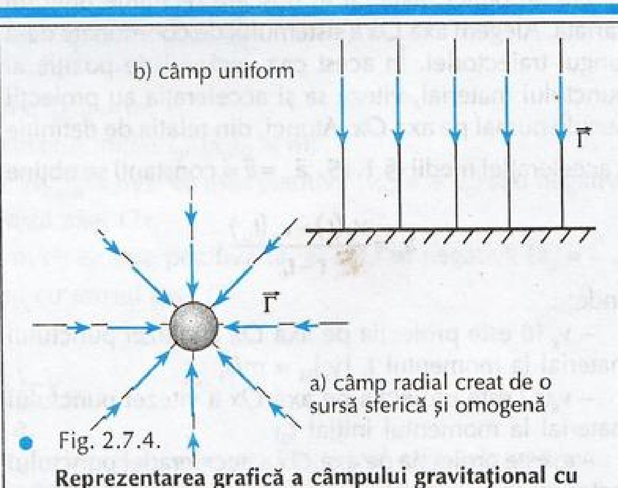


Fig. 2.7.4.
Reprezentarea grafică a câmpului gravitaţional cu ajutorul vectorului $\vec{\Gamma}(\vec{r})$

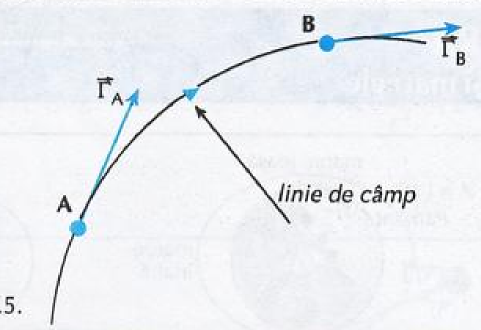


Fig. 2.7.5.

Definiție: Se numește ***câmp uniform*** acel câmp în care vectorul intensitate este același în toate punctele câmpului.

Definiție: Se numește ***linie de câmp*** linia imaginară a cărei tangentă coincide în fiecare punct cu direcția vectorului intensitate a câmpului.

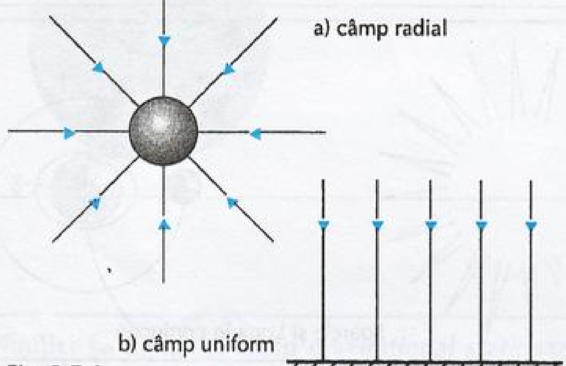


Fig. 2.7.6.
Reprezentarea grafică a câmpului gravitațional prin linii de câmp

Exemplificarea definiției este dată în figura 2.7.5.

Liniile de câmp sunt utilizate deoarece permit o reprezentare grafică sugestivă a diferitelor tipuri de câmpuri.

În figura 2.7.6 – a este dată reprezentarea grafică prin linii de câmp în cazul câmpului gravitațional radial generat de o sursă sferică și omogenă, iar în figura 2.7.6 – b este dată reprezentarea grafică a unui *câmp uniform* (linii de câmp paralele și echidistante).

A.2. Mișcarea rectilinie uniform variată

Definiție: Se numește ***mișcare rectilinie uniform variată*** mișcarea punctului material pe o traiectorie rectilinie cu accelerație constantă.

Fie un punct material în mișcare rectilinie uniform variată. Alegem axa *Ox* a sistemului de coordonate de-a lungul traiectoriei. În acest caz vectorul de poziție al punctului material, viteza sa și accelerația au proiecții nenule numai pe axa *Ox*. Atunci, din relația de definiție a accelerației medii (§ 1.15, $\vec{a}_m = \vec{a} =$ constant) se obține

$$a_x = \frac{v_x(t) - v_x(t_0)}{t - t_0},$$

unde:

– $v_x(t)$ este proiecția pe axa *Ox* a vitezei punctului material la momentul t, $[v_x]_{SI} = \mathrm{m/s}$;

– $v_x(t_0)$ este proiecția pe axa *Ox* a vitezei punctului material la momentul inițial t_0;

– a_x este proiecția pe axa *Ox* a accelerației punctului material, $[a_x]_{SI} = \mathrm{m/s^2}$.

Din expresia accelerației obținem

$$v_x(t) - v_x(t_0) = a_x \cdot (t - t_0),$$

de unde găsim ***legea vitezei*** în mișcarea rectilinie uniform accelerată:

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x \cdot (t - t_0),$$

unde:

– $v_{0x} = v_x(t_0)$ este proiecția pe axa *Ox* a vitezei inițiale $\vec{v}_0$ a punctului material; ea este pozitivă sau negativă (deci $v_{0x} = +v_0$, respectiv, $v_{0x} = -v_0$) după cum sensul lui $\vec{v}_0$ coincide sau nu cu sensul axei *Ox*.

– a_x este proiecția pe axa *Ox* a accelerației $\vec{a}$ a punctului material; ea este pozitivă sau negativă (deci $a_x = +a$ sau, respectiv, $a_x = -a$) după cum sensul vectorului accelerație $\vec{a}$ coincide sau nu cu sensul axei *Ox*.

Observaţii:

1) Legea vitezei arată că, *în mişcarea rectilinie uniform variată viteza punctului material este* ***funcţie liniară de timp***. Ea se reprezintă grafic ca în figura 2.7.7 unde, pentru simplitate s-a luat $t_0 = 0$.

2) Mişcarea rectilinie uniform variată este numită ***accelerată*** atunci când modulul vitezei creşte în timp şi ***frânată*** atunci când modulul vitezei se micşorează în timp.

3) Din legea vitezei se vede că atunci când acceleraţia $\vec{a}$ are acelaşi sens cu viteza iniţială $\vec{v}_0$ (sunt orientate *amândouă* fie în sensul axei *Ox*, fie în sens opus) mişcarea este accelerată deoarece viteza punctului material creşte în timp (în modul); atunci când acceleraţia $\vec{a}$ şi viteza iniţială $\vec{v}_0$ au sensuri opuse mişcarea este frânată deoarece viteza punctului material scade în timp (în modul).

În cazul unei mişcări rectilinii, din definiţia vitezei medii se obţine, datorită alegerii sistemului de coordonate, relaţia (§ 2.1).

$$v_{mx} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}.$$

De aici, notând $x_0 = x(t_0)$, găsim:

$$x(t) = x_0 + v_{mx} \cdot (t - t_0)$$

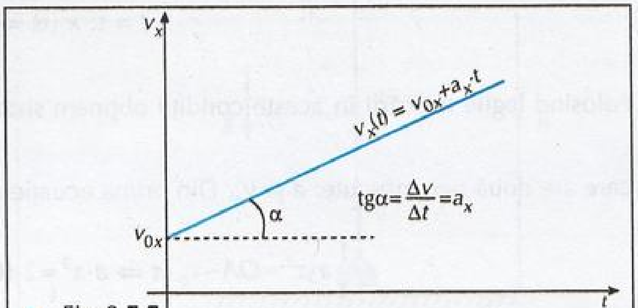


Fig. 2.7.7.

Regulă: Fie $f: R \to R$ o funcţie liniară $y = f(x) = a \cdot x + b$. Valoarea medie y_m a lui f pe un interval $[x_1, x_2]$ este dată de media aritmetică

$$y_m = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

În mişcarea rectilinie uniform variată viteza este, conform legii vitezei, o funcţie liniară de timp. Atunci, conform regulii precedente, viteza medie în intervalul de timp $[t_0, t]$ este dată de relaţia:

$$v_{mx} = \frac{v_{0x} + v_x(t)}{2}.$$

care poate fi rescrisă, folosind legea vitezei, în forma

Folosind această expresie a vitezei medii v_{mx} în relaţia $x(t) = x_0 + + v_{mx} \cdot (t - t_0)$ dedusă mai sus se găseşte ***legea de mişcare*** pentru mişcarea rectilinie uniform variată:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a_x \cdot (t - t_0)^2,$$

unde:

– $x(t)$ este coordonata punctului material la momentul t, $[x]_{SI} = m$;

– $x_0 = x(t_0)$ este coordonata punctului material la momentul iniţial t_0, $[x_0]_{SI} = m$;

– $v_{0x} = v_x(t_0)$ este proiecţia pe axa *Ox* a vitezei iniţiale, $[v_{0x}]_{SI} = m/s$; ea este pozitivă ($v_{0x} = + v_0$) sau negativă ($v_{0x} = - v_0$) după cum sensul lui $\vec{v}_0$ coincide sau nu cu sensul axei *Ox*;

– a_x este proiecţia pe axa *Ox* a acceleraţiei $\vec{a}$, $[a_x]_{SI} = m/s^2$; ea este pozitivă ($a_x = +a$) sau negativă ($a_x = - a$) după cum sensul vectorului acceleraţie $\vec{a}$ coincide sau nu cu sensul axei *Ox*.

Din legea vitezei obţinem:

$$t - t_0 = \frac{v_x(t) - v_{ox}}{a_x}.$$

Folosim această relaţie pentru a înlocui diferenţa $t - t_0$ în legea de mişcare. Efectuând calculele obţinem:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \cdot (x - x_0).$$

unde v_x este proiecția pe axa Ox a vitezei în momentul în care punctul material are coordonata x (nu s-au mai scris explicit dependențele lor de timp). Această relație este numită ***ecuația lui Galilei***.

Exercițiul 2.7.1. Din O pornește un mobil cu viteza inițială $v_0 = 2$ m/s în mișcare uniform accelerată pe axa Ox, în sensul pozitiv al axei. După timpul $\tau = 60$ s mobilul ajunge în punctul A, $OA = 300$ m. Calculați accelerația a a mobilului și viteza sa v_A în A.

Soluție: Legile generale ale mișcării rectilinii uniform variate iau în acest caz, conform figurii E 2.7.3, forma particulară următoare:

$$v_x(t)=v_0+a\cdot t;$$
$$x(t)=v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2.$$

Condiția problemei este că la momentul τ mobilul este în punctul A și are viteza v_A:

$$t=\tau:\ x(\tau)=OA,\ v_x(\tau)=v_A.$$

Folosind legile mișcării în aceste condiții obținem sistemul de ecuații: $\begin{cases} v_0\cdot\tau+\frac{1}{2}a\cdot\tau^2=OA \\ v_0+a\cdot\tau=v_A \end{cases}$

care are două necunoscute: a și v_A. Din prima ecuație obținem

$$\frac{1}{2}a\cdot\tau^2=OA-v_0\cdot\tau \Rightarrow a\cdot\tau^2=2\cdot(OA-v_0\cdot\tau)\Rightarrow a=\frac{2\cdot(OA-v_0\cdot\tau)}{\tau^2}=$$

$$=\frac{2\cdot\left(300\,\text{m}-2\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 60\,\text{s}\right)}{60^2\,\text{s}^2}=\frac{2\cdot(300-120)\text{m}}{3600\,\text{s}^2}=\frac{180}{1800}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=0{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

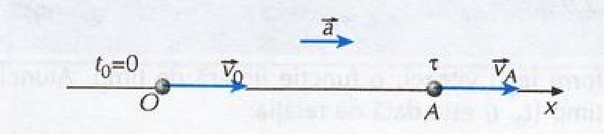


Fig. E 2.7.1.

Din cea de-a doua ecuație a sistemului găsim:

$$v_A=v_0+a\cdot\tau=v_0+\frac{2\cdot(OA-v_0\cdot\tau)}{\tau}=v_0+2\cdot\frac{OA}{\tau}-2v_0\Rightarrow$$

$$v_A=2\cdot\frac{OA}{\tau}-v_0=2\cdot\frac{300\,\text{m}}{60\,\text{s}}-2\frac{\text{m}}{\text{s}}=10\frac{\text{m}}{\text{s}}-2\frac{\text{m}}{\text{s}}=8\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A.3. Mișcări în câmp gravitațional

Pentru început considerăm cazul cel mai simplu: ***mișcarea pe verticală în câmpul gravitațional terestru***. Sunt posibile două cazuri: corpul se mișcă de sus în jos (lăsat liber sau aruncat vertical în jos) sau corpul se mișcă (inițial) de jos în sus (aruncat vertical în sus).

În aceste cazuri mișcarea este rectilinie (pe verticală) și se desfășoară numai sub acțiunea greutății corpului. Frecarea cu aerul se neglijează. Atunci, mișcarea pe verticală în câmpul gravitațional terestru este o mișcare rectilinie uniform variată, dacă se consideră o zonă limitată la suprafața Pământului în care accelerația gravitațională g este constantă. *Se aplică legile generale ale mișcării rectilinii uniform variate cu precizarea că* $a=g$.

Exercițiul 2.7.4. Un corp este aruncat de la sol, vertical în sus, cu viteza $v_0 = 20$ m/s. Aflați: a) înălțimea maximă h la care ajunge corpul; b) după ce timp T atinge corpul înălțimea h. Se va lua $g = 10$ m/s².

Soluție: În situația din problemă legile mișcării rectilinii uniform variate iau forma particulară:

$$\begin{cases} y(t)=v_0\cdot t-\frac{1}{2}g\cdot t^2 \\ v_y(t)=v_0-g\cdot t \end{cases}$$, unde s-a luat $t_0 = 0$, $y_0 = 0$ (fig. E 2.7.4).

Condiția din problemă este că, la momentul T corpul este în punctul A, la înălțimea maximă h unde are viteza $v_A = 0$:

$$t=T:\ y(T)=h,\ v_y(T)=0.$$

Folosind legile în condiții obținem: $\begin{cases} v_0 \cdot T - \frac{1}{2} g \cdot T^2 = h \\ v_0 - g \cdot T = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \Rightarrow \begin{cases} h = v_0 \cdot T - \frac{1}{2} g \cdot T^2 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\,\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\,\text{s}^2 = 20\,\text{m} \\ T = \frac{v_0}{g} = \frac{20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2\,\text{s} \end{cases}$

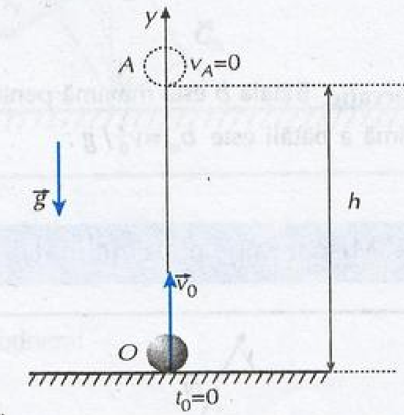


Fig. E2.7.4.

Un caz mult mai interesant de mișcare în câmp gravitațional (terestru) constant este cel al ***aruncării unui corp cu viteza inițială $\vec{v}_0$ sub un unghi α*** față de orizontală (fig. E2.7.4). Mișcarea se face în planul vertical determinat de viteza $\vec{v}_0$ și greutatea $\vec{G}$ a corpului. Descompunem viteza inițială $\vec{v}_0$ după axele sistemului de referință: $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$. Corespunzător, mișcarea corpului poate fi descompusă în două mișcări: a) o mișcare rectilinie uniformă pe orizontală cu viteza $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$; b) o mișcare rectilinie uniform variată pe verticală cu viteza inițială $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ sub acțiunea greutății $\vec{G}$ a corpului. Frecarea cu aerul se neglijează.

Corespunzător, pentru situația ilustrată în figura 2.7.4, legile de mișcare generale iau forma particulară următoare:

$$x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t,\ y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2,$$
$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t.$$

Folosind aceste relații putem stabili unele caracteristici ale mișcării.

a) *Ecuația traiectoriei.* Scoatem timpul t din prima ecuație:

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

și îl introducem în a doua ecuație. Obținem astfel ecuația traiectoriei mișcării

$$y = x \cdot \mathrm{tg}\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2.$$

Traiectoria are o ecuație de forma $y = ax^2 + bx + c$. Este deci o *parabolă*.

b) *Înălțimea maximă, timpul de urcare*. Notăm timpul de urcare cu t_u. Corpul se află la înălțimea maximă h_m la momentul $t = t_u$ când:

$$y(t_u) = h_m,\ v_y(t_u) = 0.$$

Folosind legile de mișcare în aceste condiții obținem:

$$v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_u - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_u^2 = h_m,\ v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t_u = 0,$$

deci

$$t_u = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g},\ h_m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}.$$

Abscisa x_m a punctului M în care corpul se află la înălțimea maximă h_m se obține folosind expresia timpului de urcare t_u în legea mișcării orizontale uniforme. Obținem:

$$x_m = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g}$$

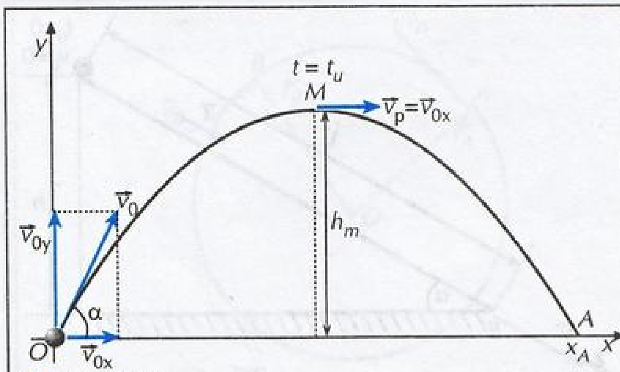


Fig. 2.7.4.

c) ***Bătaia.*** Este numită **bătaie** distanţa maximă parcursă de corp pe orizontală: $b = x_A$.

Punctul A de coordonate x_A şi $y_A = 0$ se află pe traiectorie, deci coordonatele sale trebuie să satisfacă ecuaţia traiectoriei

$$0 = x_A \cdot \text{tg}\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x_A^2 .$$

De aici se obţine:

$$\boxed{b = x_A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = 2 \cdot x_m .}$$

Observaţie. Bătaia b este maximă pentru acel unghi α_0 pentru care $\sin 2\alpha_0 = 1$, deci pentru $\alpha_0 = 45°$. Valoarea maximă a bătăii este $b_m = v_0^2 / g$.

A.4. Mişcarea pe plan înclinat

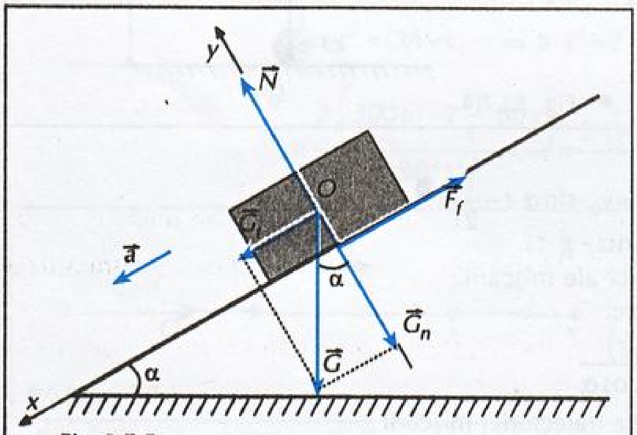


Fig. 2.7.5.

Vom studia mişcarea unui corp de masă m aşezat pe un plan înclinat de unghi α. Vom considera separat două cazuri: coborârea şi, respectiv, urcarea corpului pe planul înclinat.

a) **Considerăm mai întâi coborârea corpului pe planul înclinat** (fig. 2.7.5). Asupra corpului acţionează greutatea sa $\vec{G}$, reacţiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat şi forţa de frecare $\vec{F}_f$. Conform principiului II al mecanicii avem: $\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_f = m \cdot \vec{a}$. Proiectând această relaţie vectorială pe axele sistemului de referinţă obţinem:

$$Ox:\ G \cdot \sin\alpha - F_f = m \cdot a_x.$$
$$Oy:\ -G \cdot \cos\alpha + N = 0.$$

Dar $F_f = \mu \cdot N$, unde μ este coeficientul de frecare corp-plan înclinat. Din aceste relaţii găsim în final expresia acceleraţiei imprimate corpului:

$$a_x = g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha).$$

Exerciţiul 2.7.5. Un corp, pornind din repaus din vârful unui plan înclinat de lungime $L = 20$ m şi înălţime $h = 12$ m, coboară pe plan. Coeficientul de frecare corp-plan este $\mu = 0{,}2$. Aflaţi după ce timp T şi cu ce viteză v ajunge corpul la baza planului înclinat.

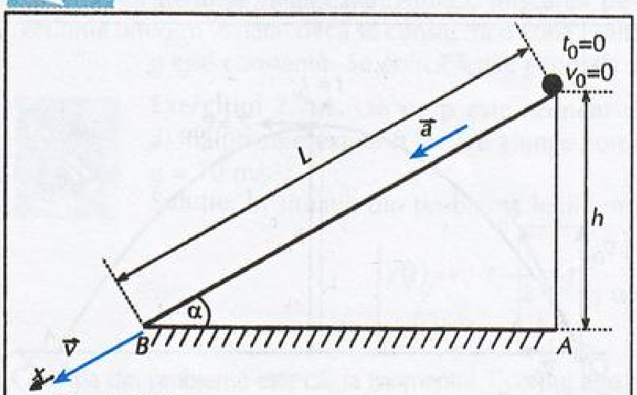


Fig. E 2.7.5.

Soluţie:

Lăsat liber în vârful planului înclinat (fig. E 2.7.5) corpul coboară cu acceleraţia $a = g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)$ calculată aşa cum am arătat mai sus. Din OAB obţinem

$$\sin\alpha = \frac{h}{L},\ \cos\alpha = \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L},\ \text{deci}$$

$$a = g \cdot \frac{h - \mu \cdot \sqrt{L^2 - h^2}}{L} = 4{,}312\ \text{m/s}^2 .$$

Mişcarea corpului pe planul înclinat este o mişcare rectilinie uniform accelerată. Legile generale ale mişcării rectilinii uniform variate iau, în situaţia din problemă, forma:

$$x(t)=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2,\ v(t)=a\cdot t.$$

b) *Condiția din problemă* este că, la momentul T corpul se află în punctul B, la distanța L de originea O și are viteza v:

$$x(T)=L,\ \ v(T)=v.$$

Folosind legile în condiții obținem:

$$\begin{cases}\frac{1}{2}a\cdot T^2=L\\ a\cdot T=v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}T=\sqrt{\frac{2L}{a}}\approx 3{,}05\,\text{s}\\ v=a\cdot T\approx 13{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\end{cases}$$

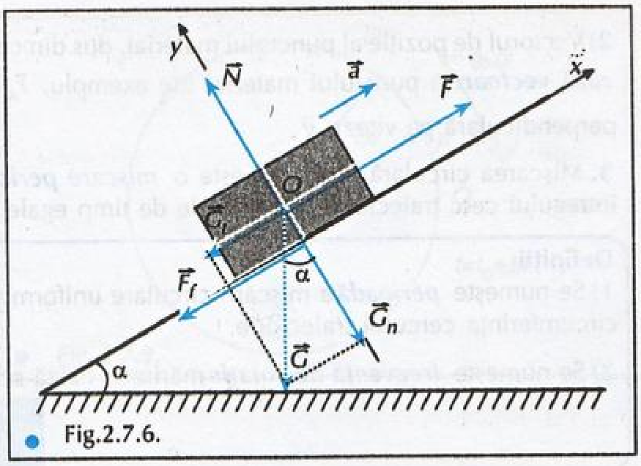


Fig.2.7.6.

b) Considerăm acum cazul în care corpul urcă pe planul înclinat sub acțiunea unei forțe $\vec{F}$ paralelă cu planul (fig. 2.7.6).

Conform principiului II al mecanicii avem:

$$\vec{F}+\vec{G}+\vec{N}+\vec{F}_f=m\cdot\vec{a}.$$

Proiectând această relație vectorială pe axele sistemului de referință obținem:

Ox: $F-G\cdot\sin\alpha-F_f=m\cdot a_x$;

Oy: $-G\cdot\cos\alpha+N=0$.

Dar $F_f=\mu\cdot N$. Atunci: $a_x=\frac{F}{m}-g\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha)$.

Exercițiul 2.7.6. Un corp de masă m = 2 kg este așezat pe un plan înclinat de unghi α = 30°. Coeficientul de frecare corp-plan este $\mu=0{,}1\cdot\sqrt{3}$. Aflați forța F, paralelă cu planul, pentru a trage corpul uniform în sus pe plan.

Soluție: Situația din problemă este ilustrată în figura 2.7.6 . Mișcarea este uniformă, deci $\vec{a}=0$. Atunci, conform principiului II al mecanicii, avem $\vec{F}+\vec{G}+\vec{N}+\vec{F}_f=0$. Proiectând această relație vectorială pe axele sistemului de referință ales obținem:

Ox: $F-mg\cdot\sin\alpha-F_f=0$;

Oy: $-mg\cdot\cos\alpha+N=0$;

$$\Rightarrow\begin{cases}F=mg\cdot\sin\alpha+\mu\cdot N\\ N=mg\cdot\cos\alpha\end{cases}\Rightarrow F=mg\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha)=2\text{kg}\cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\left(\frac{1}{2}+0{,}1\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=12{,}74\text{N}.$$

A.5. Mișcarea circulară uniformă

Definiții:

1) Se numește ***mișcare circulară*** acea mișcare a punctului material în care traiectoria este un cerc.

2) Se numește ***mișcare circulară uniformă*** acea mișcare circulară a punctului material în care *viteza mobilului este constantă în modul* (adică în care punctul material descrie arce egale în intervale de timp egale).

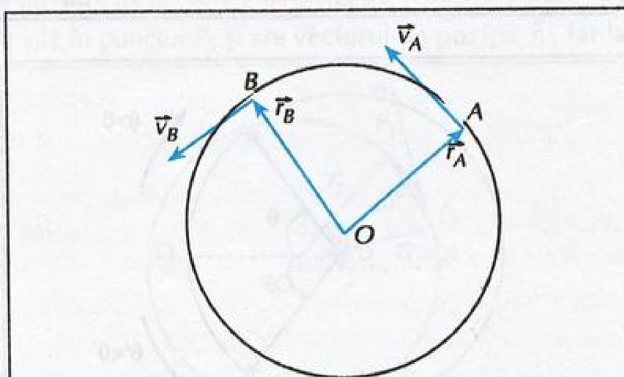


Fig. 2.7.7. $|\vec{v}_A|=|\vec{v}_B|=v$.

Observații:

1) Vectorul viteză, fiind mereu tangent la traiectorie, *își schimbă permanent direcția,* deși rămâne constant în modul (fig. 2.7.7).

2) Vectorul de poziţie al punctului material, dus din centrul cercului traiectorie la punctul material, se numeşte ***rază vectoare*** a punctului material (de exemplu, $\vec{r}_A = \overrightarrow{OA}$ în figura 2.7.7). Raza vectoare este permanent perpendiculară pe viteza $\vec{v}$.

3. Mişcarea circulară uniformă este o ***mişcare periodică***, deoarece ea se repetă identic, după parcurgerea întregului cerc traiectorie, la intervale de timp egale.

Definiţii:
1) Se numeşte ***perioadă*** a mişcării circulare uniforme intervalul de timp T în care punctul material parcurge circumferinţa cercului traiectorie.

2) Se numeşte ***frecvenţă de rotaţie*** mărimea fizică scalară ν definită de relaţia:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t},$$

2

unde N este numărul de rotaţii complete efectuate de punctul material în intervalul de timp Δt.

Perioada T se măsoară în secunde, $[T]_{SI} = s$.

Observaţie: Alegând $\Delta t = 1$ s în relaţia de definiţie, se constată că *frecvenţa de rotaţie, ν, este* numeric *egală cu numărul de rotaţii complete efectuate de punctul material în unitatea de timp.*
Din relaţia de definiţie deducem unitatea de măsură pentru frecvenţă:

$$[\nu]_{SI} = \frac{[N]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}} = \frac{1}{1\,s} = 1\,s^{-1}.$$

Definiţie: $1\,s^{-1}$ este frecvenţa de rotaţie a acelei mişcări circulare uniforme în care punctul material efectuează o rotaţie completă în timp de o secundă.

Conform definiţiei perioadei T, în timpul T punctul material efectuează o rotaţie completă ($N = 1$). Atunci rezultă că:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

În practică se foloseşte şi noţiunea de ***turaţie*** (notată de obicei cu n), care se măsoară în rotaţii/min. Atunci:

$$n\left[\frac{\text{rot}}{\text{min}}\right] = 60 \cdot \nu\left[\frac{\text{rot}}{\text{s}} = \text{s}^{-1}\right].$$

Definiţie: Se numeşte ***radian*** unghiul la centru care subîntinde un arc de cerc de lungime egală cu raza cercului:

$$1\text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = \frac{180°}{\pi} = 57°17'44{,}8''.$$

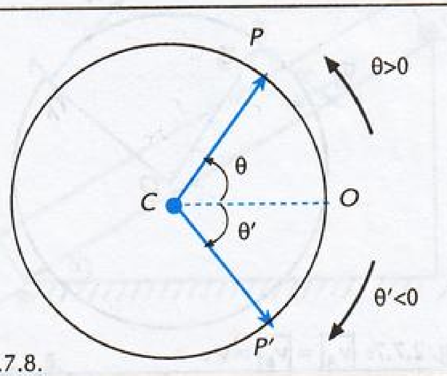


Fig. 2.7.8.

Fie un cerc de centru C şi un punct P pe cerc (fig. 2.7.8). Alegem un punct fix O pe cerc. Poziţia punctului P pe cerc este determinată de unghiul la centru θ format de raza vectoare $\overrightarrow{CP}$ a lui P cu raza fixă CO numită ***rază de referinţă***. Unghiul la centru θ se numeşte ***coordonată unghiulară*** a lui P şi este, *prin convenţie*, pozitiv în sensul trigonometric ($\theta > 0$) şi negativ în sensul de mişcare al acelor de ceasornic ($\theta' < 0$).

Definiţie: Se numeşte ***viteză unghiulară*** în mişcarea circulară uniformă mărimea fizică ω definită de relaţia:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t) - \theta_0}{t - t_0},$$

unde:

– ω este viteza unghiulară, $[\omega]_{SI}$ = rad/s;

– $\theta(t)$ este unghiul la centru făcut de raza vectoare a punctului material la momentul t cu raza vectoare de referinţă aleasă arbitrar, $[\theta]_{SI}$ = rad, $[t]_{SI}$= s;

– $\theta_0 = \theta(t_0)$ este unghiul la centru făcut de raza vectoare a punctului material la momentul iniţial t_0 cu raza vectoare de referinţă aleasă arbitrar;

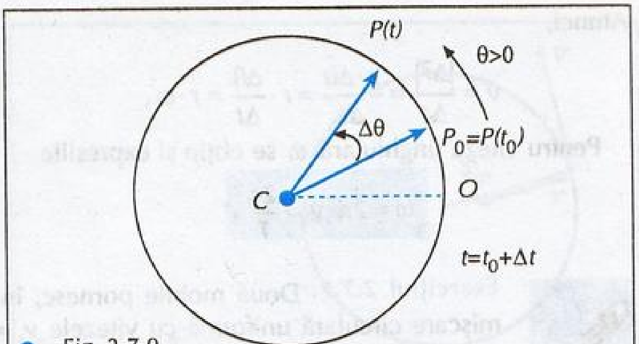


Fig. 2.7.9.

– $\Delta\theta = \theta(t) - \theta_0$ reprezintă unghiul la centru descris (măturat) de raza vectoare în intervalul de timp Δt (fig.2.7.9).

Folosind relaţia de definiţie a vitezei unghiulare putem deduce unitatea de măsură pentru aceasta:

$$[\omega]_{SI} = \frac{[\Delta\theta]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}} = \frac{1\ \text{rad}}{1\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Definiţie: 1 rad/s este viteza unghiulară a unui punct material, aflat în mişcare circulară uniformă, a cărui rază vectoare descrie un unghi la centru de 1 radian în timp de o secundă.

Viteza unghiulară ω este pozitivă sau negativă (şi se ia deci cu +, respectiv, cu –) după cum punctul material se mişcă în sens trigonometric sau, respectiv, în sensul de mişcare al acelor de ceasornic.

A.5.1. Legea mişcării circulare uniforme

Din definiţia vitezei unghiulare obţinem relaţia:

$$\theta(t) - \theta_0 = \omega \cdot (t - t_0).$$

De aici rezultă că ***legea de mişcare a mişcării circulare uniforme*** este dată de relaţia:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0).$$

Legătura dintre viteza liniară v şi viteza unghiulară ω este dată de relaţia

$$v = \omega \cdot r,$$

unde r este raza cercului traiectorie.

Într-adevăr, să considerăm că punctul material se mişcă uniform pe un cerc traiectorie de centru O şi rază r ca în figura 2.7.10. Presupunem că la momentul t_1 mobilul se află în punctul P_1 şi are vectorul de poziţie $\vec{r}_1$, iar la momentul $t_2 = t_1 + \Delta t$ se află în punctul P_2 şi are vectorul de poziţie $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}$. Considerăm că Δt este foarte mic. Atunci viteza momentană $\vec{v}$ la momentul t_1 va avea modulul dat de relaţia $v = |\Delta\vec{r}|/\Delta t$, unde $\Delta\vec{r} = \overline{P_1P_2}$. Deoarece am presupus Δt ca fiind foarte mic şi $|\Delta\vec{r}|$ va fi foarte mic. În acest caz putem înlocui lungimea coardei P_1P_2 cu lungimea arcului de cerc $\widehat{P_1P_2}$:

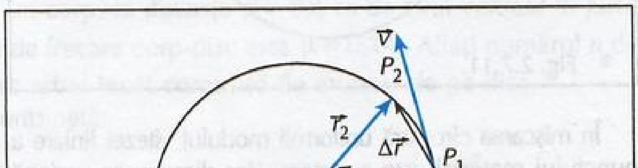


Fig. 2.7.10.

$$|\Delta\vec{r}| = \widehat{P_1P_2} = r \cdot \Delta\theta.$$

Atunci,

$$v=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{r\cdot\Delta\theta}{\Delta t}=r\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=r\cdot\omega\,.$$

Pentru viteza unghiulară ω se obțin și expresiile

$$\omega=2\pi\cdot\nu=\frac{2\pi}{T},$$

unde:

– ν este frecvența de rotație;
– T este perioada.

Pentru aceasta este suficient să se observe că pentru $\Delta\theta=2\pi$, Δt este egal cu T.

Exercițiul 2.7.7. Două mobile pornesc, în același moment, din același loc și în același sens, în mișcare circulară uniformă cu vitezele v_1 = 54 km/h și, respectiv, v_2 = 43,2 km/h pe același cerc traiectorie. Aflați câte rotații efectuează primul mobil, care o ia înainte, până când îl ajunge din urmă pe al doilea.

Soluție: Presupunem că mobilele se mișcă în sens trigonometric. Atunci legea generală a mișcării circulare

2 uniforme $\theta(t)=\theta_0+\omega\cdot(t-t_0)$ poate fi particularizată astfel: $\theta_1(t)=\omega_1\cdot t$, $\theta_2(t)=\omega_2\cdot t$. *Condiția problemei este* că, la un moment dat T mobilul 1 a efectuat o rotație în plus față de mobilul 2: $\theta_1(T)=\theta_2(T)+2\pi$.

Folosind aici legile de mișcare obținem: $\omega_1 T=\omega_2 T+2\pi\Rightarrow(\omega_1-\omega_2)\cdot T=2\pi\Rightarrow T=\dfrac{2\pi}{\omega_1-\omega_2}$.

Perioada de rotație pentru primul mobil este $T_1=\dfrac{2\pi}{\omega_1}$. Atunci numărul de rotații efectuate de primul mobil este:

$$n=\frac{T}{T_1}=\frac{\omega_1}{\omega_1-\omega_2}\Rightarrow n=\frac{\omega_1 R}{\omega_1 R-\omega_2 R}\Rightarrow n=\frac{v_1}{v_1-v_2}.$$

Deci: $$n=\frac{54\text{km/h}}{54\text{km/h}-43{,}2\text{km/h}}=\frac{54}{10{,}8}=5;\ n=5.$$

A.5.2. Accelerația centripetă*

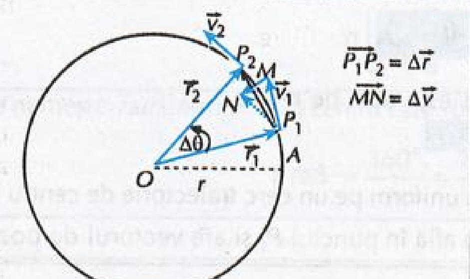


Fig. 2.7.11.

În mișcarea circulară uniformă modulul vitezei liniare a punctului material este constant, dar direcția sa variază permanent (fiind tangentă la traiectorie). Deoarece vectorul viteză $\vec{v}$ variază permanent ca direcție ($\Delta\vec{v}\neq 0$) va exista o accelerație nenulă $\vec{a}\neq 0$ imprimată punctului material.

Să consideram un punct material în mișcare uniforma pe un cerc traiectorie de centru O și raza r, ca în figura 2.7.11. Presupunem ca la momentul t_1 punctul material se află în punctul P_1 și are vectorul de poziție $\vec{r}_1$ și viteza $\vec{v}_1$, și ca la momentul ulterior $t_2=t+\Delta t$ se afla în punctul P_2 și are vectorul de poziție $\vec{r}_2=\vec{r}_2+\Delta\vec{r}$ și viteza $\vec{v}_2$. Atunci accelerația punctului material este data de relația

$$\vec{a}_{cp}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Dar triunghiurile isoscele OP_1P_2 și P_1MN sunt asemenea (au laturile perpendiculare). Deci

$$\frac{MN}{P_1P_2}=\frac{MP_1}{OP_1}\Rightarrow\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta\vec{r}|}=\frac{v}{r}\Rightarrow|\Delta\vec{v}|=\frac{v}{r}\cdot|\Delta\vec{r}|.$$

Folosind aceasta ultima relație obținem

$$a_{cp}=\frac{v}{r}\cdot\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\frac{v^2}{r}.$$

Dar $v = \omega \cdot r$ și $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$. Deci accelerația punctului material este dată de expresiile

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega \cdot v = \omega^2 r = 4\pi^2\nu^2 r = 4\pi^2 \frac{r}{T^2}.$$

Când Δt este foarte mic, punctul P_2 este foarte aproape de P_1, deci unghiul $\Delta\theta$ este și el foarte mic. Rezultă că unghiurile P_1MN și P_1NM sunt practic egale, fiecare, cu 90°, fig. 2.7.12. Deci, pentru Δt foarte mic, $MN \perp MP_1$, adică $\Delta\vec{v} \perp \vec{v}_1$. Aceasta înseamnă că $\Delta\vec{v}$, deci și $\vec{a}_{cp}$, au direcția razei OP_1 (care este și ea perpendiculara pe $\vec{v}_1$). Înseamnă că accelerația $\vec{a}_{cp}$ are direcția razei vectoare a punctului material și este orientată spre centrul cercului traiectorie. De aceea se numește *accelerație centripetă*. Toate aceste caracteristici sunt conținute în expresia vectorială a accelerației centripete:

$$\vec{a}_{cp} = -\omega^2 \cdot \vec{r},$$

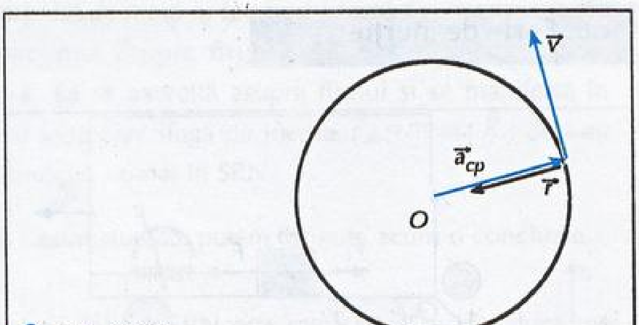


Fig. 2.7.12.

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al punctului material față de centrul cercului traiectorie (fig. 2.7.12).

Având mereu direcția razei vectoare (fiind deci *radială*), accelerația centripetă $\vec{a}_{cp}$ ***este permanent perpendiculară pe vectorul viteză*** $\vec{v}$ (care este întotdeauna *tangent* la cercul traiectorie). De aceea, accelerația centripetă mai este numită și ***accelerație normală*** (învechit: normal la = perpendicular pe).

A.5.3. Forța centripetă*

Deoarece în mișcarea circulară uniformă punctul material are permanent o accelerație (centripetă), conform principiului II al mecanicii, $\vec{F} = m\vec{a}$, înseamnă că există o forță care acționează asupra punctului material pentru a-i imprima această accelerație. Această forță se numește ***forță centripetă***. În acest caz ecuația principiului II al mecanicii se scrie în forma

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \omega^2 \cdot \frac{v}{\omega} = m \cdot \omega \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

sau, vectorial,

$$\boxed{\vec{F}_{cp} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}}.$$

Observații:

1) Ecuația precedentă este forma concretă pe care o ia ecuația principiului al II-lea al mecanicii în cazul mișcării circulare.

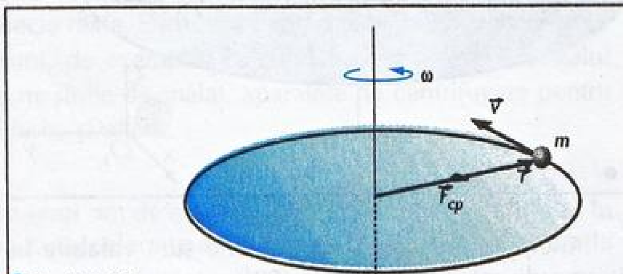


Fig. 2.7.13.

2) ***Forța centripetă nu este un nou tip de forță.*** Rolul de forță centripetă poate fi jucat de forța de tensiune elastică dintr-un fir legat de un corp, de forța gravitațională exercitată de Pământ asupra unui satelit al său etc.

Exercițiul 2.7.9. Pe un disc orizontal se află un corp, la distanța $d = 0{,}6$ m de axul vertical în jurul căruia discul se rotește uniform. Coeficientul de frecare corp-disc este $\mu = 0{,}24$. Aflați numărul n de rotații pe minut care trebuie efectuate de disc astfel încât corpul să fie aruncat de pe disc.

Soluție: Forța de frecare joacă rol de forță centripetă:

$$F_f = F_{cp} \Rightarrow \mu N = m\omega^2 d \Rightarrow \mu mg = m\omega^2 d \Rightarrow \mu g = (2\pi\nu)^2 d = 4\pi^2\nu^2 d \Rightarrow \nu^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{\mu g}{d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu g}{d}} \Rightarrow n = 60 \cdot \nu = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu g}{d}}.$$

Deci: $$n = \frac{30}{3{,}14} \cdot \sqrt{\frac{0{,}24 \cdot 10}{0{,}6}} = \frac{30}{3{,}14} \cdot \sqrt{\frac{2{,}4}{0{,}6}} = \frac{30}{3{,}14} \cdot 2 = \frac{30}{1{,}57} = 19{,}1 \text{ rot/min}$$

A.6. Forțe de inerție*

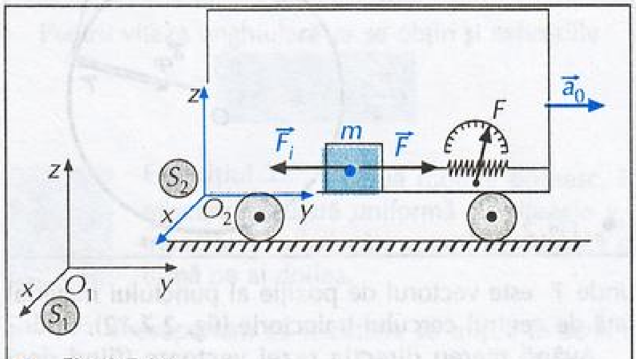


Fig. 2.7.14.

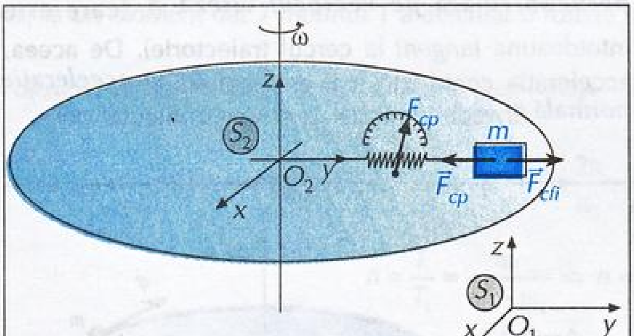


Fig. 2.7.15.

Principiile mecanicii newtoniene sunt valabile în sisteme de referință inerțiale (SRI). Uneori, însă, este necesar să se studieze mișcarea corpurilor în raport cu sisteme de referință neinerțiale (SRN). Pentru a stabili cum trebuie procedat în acest caz vom analiza două situații particulare.

Considerăm o incintă închisă, un vagon – de exemplu, în mișcare rectilinie uniform accelerată cu accelerația $\vec{a}_0$. Pe podeaua (perfect netedă a) vagonului se află un corp de masă *m*, legat de peretele din față al vagonului printr-un fir având inserat un dinamometru (fig. 2.7.14).

Corpul *m* este în repaus în raport cu vagonul și dinamometrul indică forța *F*. Un observator din SRI S_1, legat de sol, vede corpul *m* în mișcare uniform accelerată $\vec{a}_0$, dinamometrul indicând forța *F*. El conchide că, în acord cu principiul II al mecanicii, $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_0$.

Un observator din SRN S_2, legat de vagon, vede corpul în repaus, deși asupra sa se exercită forța *F* indicată de dinamometru. Pentru a fi în acord cu principiile mecanicii newtoniene, observatorul din SRN S_2 este nevoit să considere că asupra corpului se mai exercită o forță suplimentară $\vec{F}_i$, astfel încât, în raport cu SRN S_2

$$\vec{F} + \vec{F}_i = 0 .$$

Din aceste două relații se obține pentru $\vec{F}_i$ expresia

$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}_0 .$$

Această forță suplimentară $\vec{F}_i$, care trebuie introdusă pentru a putea aplica principiile mecanicii newtoniene în SRN S_2, se numește ***forță de inerție***. Ea se exercită asupra corpului *m* considerat și se manifestă *numai* în SRN.

Să considerăm acum o altă situație. Un corp de masă *m* este așezat pe un disc și este legat de centrul discului printr-un fir având inserat un dinamometru (fig. 2.7.15).

Corpul și discul se rotesc împreună, uniform, cu viteza unghiulară ω, în jurul unei axe verticale care trece prin centrul discului, iar dinamometrul indică forța F_{cp}.

Un observator din SRI S_1 legat de sol, vede corpul *m* în mișcare circulară uniformă cu viteza unghiulară ω, dinamometrul indicând forța F_{cp}. El conchide că, în acord cu principiul II al mecanicii,

$$\vec{F}_{cp} = m \cdot \vec{a}_0, \ \ \vec{a}_0 = -\omega^2 \cdot \vec{R},$$

unde $\vec{R}$ este vectorul de poziție al corpului *m* față de centrul discului.

Un observator SRN S_2, aflat în rotație solidar cu discul, vede corpul în repaus, deși asupra sa se exercită forța F_{cp} indicată de dinamometru. Pentru a fi în acord cu principiile mecanicii newtoniene, observatorul din SRN S_2 este nevoit să considere că asupra corpului se mai exercită o forță suplimentară $\vec{F}_{cfi}$, astfel încât, în raport cu SRN S_2

$$\vec{F}_{cp} + \vec{F}_{cfi} = 0 .$$

Din aceste relații se obține pentru $\vec{F}_{cfi}$ expresia

$$\vec{F}_{cfi} = -m \cdot \vec{a}_0 = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{R} .$$

Această forță suplimentară $\vec{F}_{cfi}$, care trebuie introdusă pentru a putea aplica principiile mecanicii newtoniene în SRN S_2, se numește ***forță centrifugă de inerție***. Ea se exercită asupra corpului *m* considerat și se manifestă

Observaţie: În SRI S_1, legat de sol, firul exercită asupra corpului de masă m forţa centripetă $\vec{F}_{cp} = -m\cdot\omega^2\cdot\vec{R}$. Conform principiului III al mecanicii, corpul va reacţiona asupra firului cu o forţă de reacţiune $\vec{F}_{cfl} = -\vec{F}_{cp} = m\cdot\omega^2\cdot\vec{R}$, numită ***forţă centrifugă de legătură***. Ea se exercită asupra firului şi se manifestă în ambele sisteme de referinţă. Ea nu trebuie confundată cu forţa centrifugă de inerţie $\vec{F}_{cfi} = m\cdot\omega^2\cdot\vec{R}$; deşi au aceeaşi expresie, $\vec{F}_{cfi}$ acţionează asupra corpului şi se manifestă numai în SRN.

Generalizând rezultatele obţinute din analiza celor două cazuri studiate putem formula acum o concluzie.

Concluzie: Pentru a aplica principiile mecanicii newtoniene într-un SRN este necesar să se introducă, pe lângă celelalte forţe care acţionează asupra corpului considerat, şi forţa de inerţie, $\vec{F}_i$, care acţionează asupra acestuia. În SRN principiul II al mecanicii se scrie în forma $\vec{F} + \vec{F}_i = m\cdot\vec{a}$. Forţele de inerţie se manifestă *numai* în SRN.

Observaţii:

1) Din concluzia formulată mai sus rezultă că, pentru a studia mişcarea (sau repausul) unui corp în raport cu un SRN este necesar să se aplice următorul program:

a) se „uită" că SR considerat este neinerţial şi se presupune că este inerţial;

b) se introduc forţele de inerţie corespunzătoare;

c) se aplică principiile mecanicii newtoniene.

2) Forţele de inerţie produc, în SRN în care acţionează, efecte reale. De aceea a fost posibilă dezvoltarea unor aplicaţii practice ale forţei centrifuge de inerţie, cum sunt, de exemplu: calculul înclinării terasamentului pentru şosele şi căi ferate, uscătorul centrifugal folosit la maşinile de spălat, aparatele de centrifugare pentru separarea dintr-un amestec a substanţelor cu densităţi diferite şi altele.

Exerciţiul 2.7.10. Aflaţi forţa exercitată asupra unui om de masă $m = 80$ kg de podeaua liftului în care se află, dacă liftul se deplasează: a) în sus, cu acceleraţia $a = 1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$; b) în jos, cu acceleraţia $a = 1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.

Soluţie: Cele două situaţii sunt reprezentate în figura E 2.7.10-a, b.

În SRN legat de lift, conform principiului II al mecanicii avem: $\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_i = 0$.

Proiectând această relaţie vectorială pe axa Oy, în cele două cazuri, avem:

a) $-mg + N_a - ma = 0$;

b) $-mg + N_b + ma = 0$.

Atunci:

$$N_a = m\cdot(g+a) = 80\,\mathrm{kg}\cdot\left(10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} + 1{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right) = 920\,\mathrm{N};$$

$$N_b = m\cdot(g-a) = 80\,\mathrm{kg}\cdot\left(10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} - 1{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right) = 680\,\mathrm{N}.$$

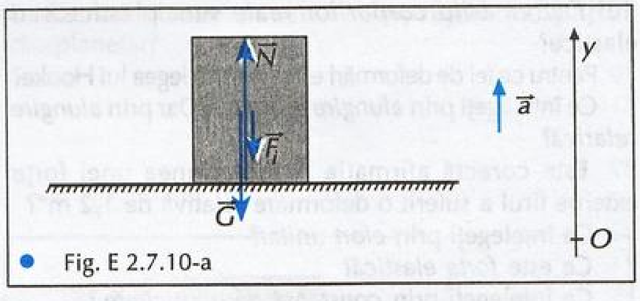


Fig. E 2.7.10-a

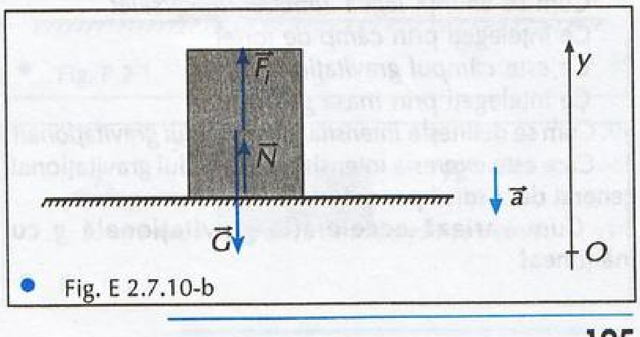


Fig. E 2.7.10-b

ACTIVITĂŢI DE EVALUARE

Formulaţi răspunsuri pentru următoarele întrebări:

1. Ce este *inerţia*?
2. Depinde masa unui corp de viteza sa?
3. Un kilogram de plumb are o inerţie mai mare decât un kilogram de lemn?
4. Masa unui astronaut este mai mare pe Pământ decât pe Lună?
5. Ce este *densitatea* unui corp?
6. Este corect să spunem că densitatea unui corp este 7,8 kg/m^2?
7. Ce înţelegeţi prin *sistem de referinţă inerţial* ?
8. Sunt valabile principiile mecanicii newtoniene într-un sistem de referinţă legat de un avion care decolează?
9. Care este diferenţa dintre un *principiu fizic* şi o *lege fizică*?
10. Cum se enunţă *principiul II* al mecanicii newtoniene?
11. Ce este *un Newton*?
12. Ce înţelegeţi prin *impuls*?
13. Care este semnificaţia *principiului suprapunerii forţelor*?
14. Ce înţelegeţi prin *forţă de frecare statică*?
15. Ce este *forţa maximă de frecare statică*?
16. Depinde coeficientul de frecare la alunecare de gradul de prelucrare al suprafeţelor în contact? De ce?
17. Ce este *unghiul de frecare*?
18. Ce înţelegeţi prin *deformări elastice*? Dar prin *deformări plastice* ?
19. *Deformările corpurilor reale* sunt plastice sau elastice?
20. Pentru ce fel de deformări este valabilă legea lui Hooke?
21. Ce înţelegeţi prin *alungire absolută*? Dar prin *alungire relativă*?
22. Este corectă afirmaţia „sub acţiunea unei forţe externe firul a suferit o deformare relativă de 1,2 m"?
23. Ce înţelegeţi prin *efort unitar*?
24. Ce este *forţa elastică*?
25. Ce înţelegeţi prin *constantă de elasticitate* ?
26. Cum se enunţă *legea atracţiei universale*?
27. Ce înţelegeţi prin *câmp de forţe*?
28. Ce este *câmpul gravitaţional*?
29. Ce înţelegeţi prin *masă grea*?
30. Cum se defineşte *intensitatea câmpului gravitaţional*?
31. Care este *expresia* intensităţii câmpului gravitaţional generat de o sursă punctiformă?
32. Cum variază acceleraţia gravitaţională g cu înălţimea?
33. Ce este un *câmp gravitaţional staţionar* ?
34. Ce este *linia de câmp* ?
35. Ce înţelegeţi prin *câmp uniform*?
36*. Ce este *mişcarea rectilinie uniformă*?
37*. Care este *expresia generală a legii de mişcare* în mişcarea rectilinie uniformă? Care este semnificaţia fizică a mărimilor care intervin?
38*. Ce este *mişcarea rectilinie uniform variată*?
39*. Care este *expresia generală a legilor* mişcării rectilinii uniform variate?
40*. Cum se calculează *media unei funcţii liniare* pe un interval dat?
41*. Care este ecuaţia lui Galilei?
42*. Ce este *mişcarea circulară*?
43*. Ce înţelegeţi prin *mişcare circulară uniformă*?
44*. Ce este *raza vectoare*?
45*. Este mişcarea circulară uniformă o *mişcare periodică*? De ce?
46*. Ce este *perioada* mişcării circulare uniforme?
47*. Ce înţelegeţi prin *frecvenţă de rotaţie*?
48*. Care este şi cum se defineşte *unitatea de măsură a frecvenţei de rotaţie*?
49*. Care este legătura dintre ν şi T ? De ce?
50*. Ce înţelegeţi prin *radian*?
51*. Ce înţelegeţi prin *coordonată unghiulară*?
52*. Cum se defineşte *viteza unghiulară*?
53*. Care este şi cum se defineşte *unitatea de măsură pentru viteza unghiulară*?
54\. Care este legătura dintre viteza liniară v şi viteza unghiulară ω?
55\. Care este *expresia legii de mişcare* în mişcarea circulară uniformă?
56\. Ce este şi cum demonstraţi existenţa acceleraţiei centripete?
57\. Care este *expresia vectorială* a acceleraţiei centripete?
58\. Cum mai este numită acceleraţia centripetă? De ce?
59\. Ce este *forţa centripetă*?
60\. Ce înţelegeţi prin *forţă de inerţie*?
61\. Care este *expresia vectorială* a forţei centrifuge de inerţie?
62\. Ce este *forţa centrifugă de legătură*?
63\. Care este *regula de compunere a vitezelor* în mecanica newtoniană?

Apreciați cu adevărat sau fals:

1. Orice corp din natură are proprietatea de a se opune stării sale de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă pe care o are la un moment dat față de un sistem de referință.
2. Acțiunea și reacțiunea, ca acțiuni reciproce se exercită asupra aceluiași corp.
3. Acțiunea unei forțe asupra unui corp poate avea efect de deformare sau de modificare a stării sale mecanice.
4. In cazul mersului oamenilor, forța de frecare la alunecare dintre talpa „piciorului motor" și sol este orientată în sens contrar sensului de înaintare.
5. Constanta de elasticitate a unui corp reprezintă constanta de proporționalitate dintre alungirea unui corp cu proprietăți elastice aflat în limita de elasticitate și forța deformatoare.
6. Relația $\vec{F}_f = \mu\vec{N}$ este incorectă.
7. Coeficientul de frecare la alunecare reprezintă constanta de proporționalitate dintre forța de frecare la alunecarea unui corp și reacțiunea normală a suprafeței de sprijin.
8. Un sistem de referință, SR, este considerat a fi inerțial dacă se mișcă față de alt SR inerțial cu accelerație constantă.
9. Forța cu care o piatră aflată în câmpul gravitațional terestru atrage Pământul este mult mai mică decât forța cu care Pământul atrage piatra.
10. În mișcarea rectilinie uniformă distanța parcursă de mobil pe traiectorie coincide cu vectorul deplasare.

2

Explicați utilizând legile fizicii pe care le-ați studiat în acest capitol:

1. De ce când sărim din mers dintr-un autobuz trebuie să ne orientăm cu fața în sensul de mers al acestuia și să facem câțiva pași în același sens la aterizare?
2. De ce prin scuturarea covoarelor se îndepărtează praful din ele?
3. De ce locomotivele se construiesc din oțel și nu din aluminiu?
4. De ce pentru oprirea unui autobuz șoferul micșorează treptat viteza?
5. De ce pentru a putea scrie cu creionul pe o foaie așezată pe o masă foarte lucioasă trebuie să ținem hârtia cu cealaltă mână?
6. De ce pentru a putea bate un cui într-un gard care se leagănă acesta trebuie susținut din partea opusă cu un obiect masiv?
7. De ce atunci când un pescar aflat într-o barcă trage de o sfoară legată de un vaporaș barca se va apropia de vaporaș, iar acesta nu se va mișca față de apă?
8. De ce în vid toate corpurile cad la fel de repede deși forța de atracție gravitațională este direct proporțională cu masa lor?
9. De ce atmosfera nu se împrăștie în spațiul interplanetar?

Probleme

Problema 2.1. Se acționează asupra unui corp cu două forțe, de module $F_1 = 20$ N și, respectiv, $F_2 = 30$ N, ca în figura P.2.1. Aflați și reprezentați grafic forța rezultantă $\vec{R}$.

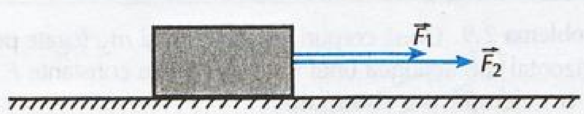


Fig. P 2.1.

Problema 2.2. Se acționează asupra unui corp cu două forțe, de module $F_1 = 20$ N și, respectiv, $F_2 = 30$ N, ca în figura P.2.2. Aflați și reprezentați grafic rezultanta $\vec{R}$.

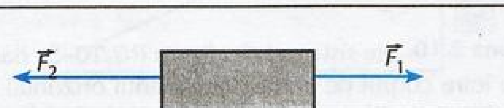
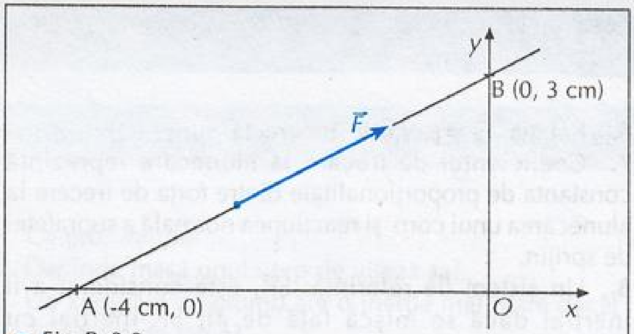
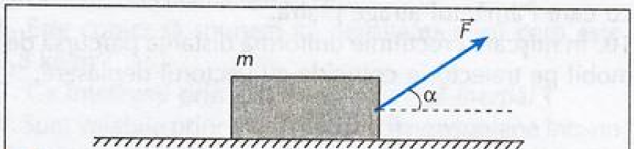


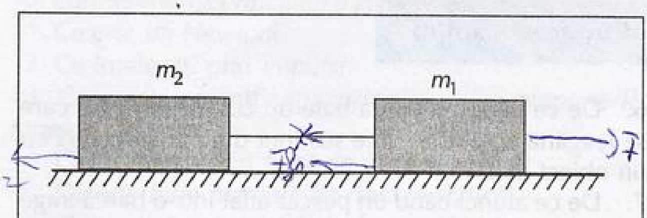
Fig. P 2.2.



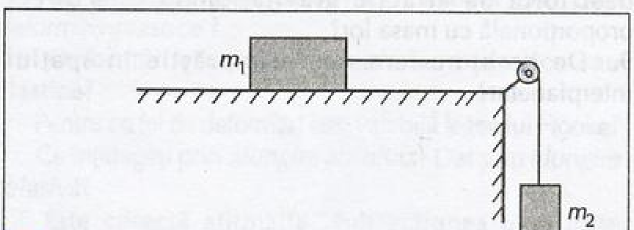
● Fig. P. 2.3.



● Fig. P 2.7.



● Fig. P 2.9.



● Fig. P 2.10.

2

Problema 2.3. Forța $\vec{F}$ are ca suport dreapta AB din figura P 2.3. Aflați expresia analitică a forței $\vec{F}$.
Aplicație: $F = 10$ N.

R: $\vec{F} = -8\vec{i} + 6\vec{j}$

Problema 2.4. Tensiunea de rupere a unui fir este T_r. Aflați accelerația maximă cu care poate fi ridicat un corp de masă m atârnat de acest fir.
Aplicație: $T_r = 1$ kN; $m = 50$ kg. **R: $a = 10{,}2$ m/s³.**

Problema 2.5. Două paralelipipede de mase m_1 și m_2 sunt așezate pe un plan orizontal fără frecări, unul lângă altul. Corpul de masă m_1 este împins cu forța orizontală F_1. Aflați forța F_2 cu care corpul m_1 împinge corpul m_3.
Aplicație: $m_1 = 10$ kg; $m_2 = 20$ kg; $F_1 = 150$ N.

R: $F_2 = 100$ N.

Problema 2.6. Peste un scripete ideal trece un fir ideal având legate la capete două corpuri de mase m_1 și m_2 ($> m_1$).
Aflați: a) accelerația a a sistemului; b) tensiunea T din fir; c) forța F care acționează asupra scripetelui.
Aplicație: $m_1 = 200$ g; $m_2 = 300$ g; $g = 10$ m/s³. **R: $a = 2$ m/s²; $T = 2{,}4$ N; $F = 4{,}8$ N.**

Problema 2.7. Asupra unui corp de masă m așezat pe un plan orizontal acționează o forță care face unghiul α cu orizontala ca în figura P 2.7. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați valoarea maximă F a forței pentru care corpul rămâne încă în repaus. Se va presupune că μ_{sm}, coeficientul de frecare statică maximă, este egal cu coeficientul de frecare la alunecare μ.
Aplicație: $m = 1$ kg; $\alpha = 30°$; $\mu = 0{,}1$; $g = 10$ m/s².

R: $F = 1{,}09$ N.

Problema 2.8. Un corp de masă m este tras cu accelerația a pe un plan orizontal de forța necunoscută F care face unghiul α cu orizontala: a) deasupra orizontalei; b) sub orizontală. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați mărimea forței F.
Aplicație: $m = 50$ kg; $a = 2{,}32$ m/s²; $\mu = 0{,}268$; $\alpha = 30°$.

R: $F_a = 250$ N; $F_b = 341{,}5$ N.

Problema 2.9. Două corpuri de mase m_1 și m_2, legate printr-un fir ideal (fig. P 2.9), se deplasează cu frecare pe un plan orizontal sub acțiunea unei forțe orizontale constante F. Coeficientul de frecare corpuri-plan este μ. Aflați:
a) accelerația a a sistemului;
b) tensiunea din fir, T.
Aplicație: $m_1 = 2{,}4$ kg; $m_2 = 3{,}6$ kg; $F = 30$ N; $\mu = 0{,}2$.

R: $a = 3{,}04$ m/s²; $T = 18$ N sau $T = 12$ N.

Problema 2.10. Fie sistemul din figura P 2.10. Se dau masele m_1 și m_2. Scripetele și firul sunt ideale. Coeficientul de frecare între corpul de masă m_1 și planul orizontal este μ. Aflați: a) accelerația sistemului, a; b) tensiunea în fir, T.
Aplicație: $m_1 = 5$ kg; $m_2 = 3$ kg; $\mu = 0{,}2$; $g = 10$ m/s².

R: $a = 2{,}5$ m/s²; $T = 22{,}5$ N.

Problema 2.11. Aflați forța F, paralelă cu planul înclinat de lungime L și înălțime h, necesară pentru a urca uniform pe plan un corp de masă m. Coeficientul de frecare corp-plan este μ.
Aplicație: $L = 5$ m; $h = 1$ m; $m = 1000$ kg; $\mu = 0,02$. **R:** $F = 2152$ N.

Problema 2.12. Un corp de masă m este tras uniform în sus pe un plan înclinat de unghi α cu ajutorul unei forțe F paralelă cu planul. Aflați accelerația, a, cu care va aluneca în jos pe plan corpul lăsat liber.
Aplicație: $m = 100$ kg; $\alpha = 30^o$; $F = 500$ N; $g = 9,8$ m/s^2. **R:** $a = 4,8$ m/s^2.

Problema 2.13. Două fire din materiale diferite, de module de elasticitate E_1 și E_2, având aceeași lungime în stare nedeformată, capătă aceeași alungire absolută sub acțiunea aceleiași forțe. Primul fir are diametrul d_1. Aflați diametrul d_2 al celui de-al doilea fir.
Aplicație: $E_1 = 10^{10}$ N/m^2; $E_2 = 4 \cdot 10^{10}$ N/m^2; $d_1 = 5$ mm. **R:** $d_2 = 2,5$ mm.

Problema 2.14. Fie două resorturi ideale de constante de elasticitate k_1 și k_2 montate întâi în paralel și apoi în serie. Aflați constanta de elasticitate k_e a unui resort echivalent cu fiecare dintre cele două montaje (fig. P 2.14).
Aplicație: $k_1 = 10$ N/m; $k_2 = 15$ N/m.

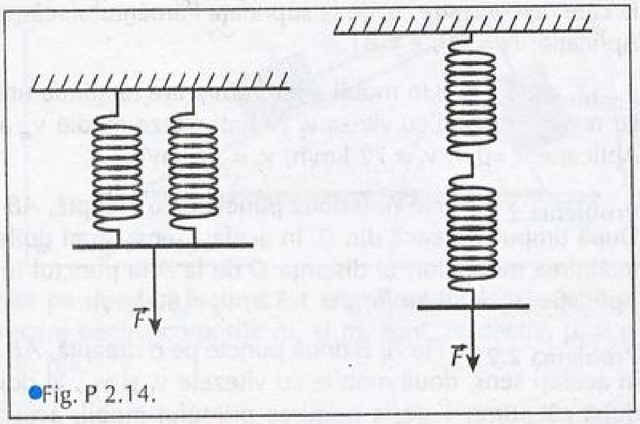


Fig. P 2.14.

Problema 2.15. Un corp de masă m este așezat pe o scândură orizontală și, în același timp, suspendat printr-un resort ideal vertical nedeformat de lungime L_0 și constantă de elasticitate k. Scândura este trasă orizontal uniform, iar resortul deviază cu unghiul α față de verticală. Aflați coeficientul de frecare μ corp-scândură.
Aplicație: $m = 0,5$ kg; $L_0 = 0,1$ m; $k = 10$ N/m; $\alpha = 60^o$.
R: $\mu = 0,196$.

Problema 2.16. Două corpuri de mase m_1 și m_2, așezate pe un plan orizontal, sunt legate printr-un fir ideal care are tensiunea de rupere T_M. Coeficientul de frecare cu planul este același pentru ambele corpuri. Aflați cu ce forță orizontală maximă F_M poate fi tras corpul m_1 pentru a nu se rupe firul.
Aplicație: $m_1 = 3$ kg; $m_2 = 2$ kg; $T_M = 100$ N.
R: $F_M = 250$ N.

Problema 2.17. Fie sistemul din figura P 2.17. Scripetele și firele sunt ideale. Se dau masele m_1, m_2 și m_0. Coeficientul de frecare corpuri-plan este μ. Aflați: a) accelerația a a sistemului; b) tensiunile T_1 și T_2 din fire; c) forța de apăsare F exercitată asupra scripetelui.
Aplicație: $m_1 = 45$ kg; $m_2 = 30$ kg; $m_0 = 25$ kg; $\mu = 0,25$.
R: $a = 0,61$ m/s^2; $T_1 = 229,7$ N; $T_2 = 91,9$ N; $F = 324,8$ N.

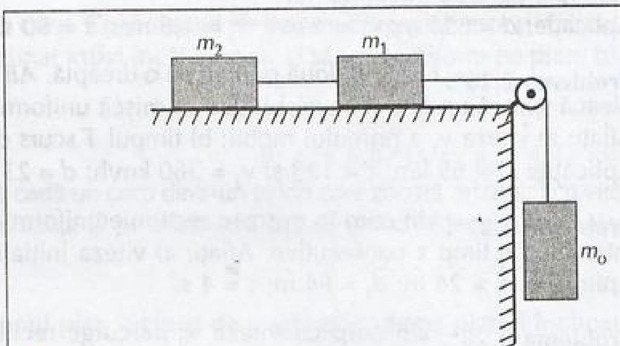


Fig. P 2.17.

Problema 2.18. Asupra unui corp de masă m, aflat pe un plan înclinat de unghi α necunoscut, acționează o forță orientată în sus, paralel cu planul înclinat. Dacă valoarea forței este F_1 corpul urcă uniform pe plan, iar dacă valoarea forței este F_2 corpul coboară uniform pe plan. Aflați: a) unghiul α; b) coeficientul de frecare μ corp-plan.
Aplicație: $m = 5$ kg; $F_1 = 35,1$ N; $F_2 = 13,9$ N.
R: $\alpha = 30^o$; $\mu = 0,25$.

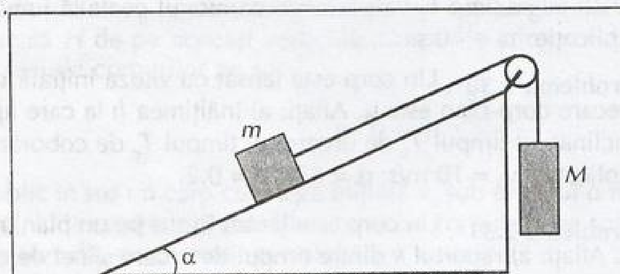


Fig. P 2.19.

Problema 2.19. Pe un plan înclinat de unghi α este așezat un corp de masă m legat printr-un fir ideal, trecut peste un scripete ideal, de un corp de masă M ca în figura P 2.19. Aflați: a) accelerația sistemului, a; b) tensiunea în fir, T.
Aplicație: $\alpha = 30^o$; $m = 2$ kg; $M = 3$ kg.
R: $a = 3,92$ m/s^2; $T = 17,64$ N.

Problema 2.20. Aflați accelerația gravitațională g la o altitudine egală cu n raze terestre într-un loc în care accelerația gravitațională la nivelul solului este g_0.
Aplicație: $n = 2$; $g_0 = 9,8$ m/s^2.
R: $g = 1,09$ m/s^2.

Problema 2.21. Luna are raza R. Accelerația gravitațională la suprafața Lunii este g_L. Aflați ce greutate G are pe Lună la nivelul solului și, respectiv, la înălțimea h față de solul lunar, un corp de masă m.
Aplicație: $R = 1740$ km; $g_L = 1,6$ m/s^2; $h = 100$ km; $m = 1600$ kg.
R: $G_1 = 2,56$ kN; $G_2 = 2,29$ kN.

Problema 2.22. Distanța Pământ - Lună este egală cu N raze terestre, iar raportul maselor este $M_p / M_L = k$. Aflați la câte raze terestre, n, de la suprafața Pământului, câmpul gravitațional rezultant al Pământului și Lunii este nul.
Aplicație: $N = 60$; $k = 81$.
R: $n = 53$.

2

Problema 2.23*. Un mobil aflat în mișcare rectilinie uniformă parcurge o fracțiune f din drumul său cu viteza v_1, iar restul drumului cu viteza v_2 . Aflați viteza medie v_m a mobilului.
Aplicație: $f = 0,4$; $v_1 = 72$ km/h; $v_2 = 54$ km/h.
R: $v_m = 60$ km/h.

Problema 2.24*. Fie A, B două puncte pe o dreaptă, $AB = d = 60$ km. Din A pleacă spre B un mobil cu viteza v_A. După timpul τ pleacă din B, în același sens, un al doilea mobil cu viteza v_B . Aflați: a) după cât timp T are loc întâlnirea mobilelor; b) distanța D de la A la punctul în care are loc întâlnirea.
Aplicație: $v_A = 50$ km/h; $\tau = 1,5$ h; $v_B = 60$ km/h.
R: $T = 3$ h; $D = 150$ km.

Problema 2.25*. Fie A, B două puncte pe o dreaptă, $AB = d$. Din A și B pornesc în mișcare uniformă pe dreaptă, în același sens, două mobile cu vitezele v_1 și v_2 , al doilea mobil cu timpul τ mai târziu decât primul. Aflați: a) după cât timp T de la pornirea primului mobil, acesta îl ajunge pe al doilea, b) ce distanțe d_1 și d_2 parcurg mobilele până la întâlnirea lor.
Aplicație: $d = 625$ m; $v_1 = 4$ m/s; $v_2 = 1,5$ m/s; $\tau = 60$ s.
R: $T = 214$ s; $d_1 = 856$ m; $d_2 = 231$ m.

Problema 2.26*. Fie A, B două puncte pe o dreaptă, $AB = D$. Din A pleacă spre B un mobil. După timpul τ din B pleacă spre A un al doilea mobil. Ele se mișcă uniform, al doilea cu viteza v_2 și se întâlnesc la distanța d de B. Aflați: a) viteza v_1 a primului mobil; b) timpul T scurs de la plecarea primului mobil până la întâlnire.
Aplicație: $D = 69$ km; $\tau = 123$ s; $v_2 = 360$ km/h; $d = 23$ km.
R: $v_1 = 130, 3$ m/s; $T = 353$ s.

Problema 2.27*. Un corp în mișcare rectilinie uniform accelerată parcurge distanțele d_1 și d_2 în decursul a două intervale de timp τ consecutive. Aflați: a) viteza inițială v_0 și, b) accelerația a ale corpului.
Aplicație: $d_1 = 24$ m; $d_2 = 64$ m; $\tau = 4$ ș.
R: $v_0 = 1$ m/s; $a = 2,5$ m/s^2.

Problema 2.28*. Un corp cu viteza v_0 parcurge rectiliniu uniform încetinit spațiul s în secunda k. Aflați: a) accelerația a, b) durata T a mișcării și, c) spațiul S parcurs până la oprire.
Aplicație: $v_0 = 5$ m/s; $s = 4,5$ m; $k = 5$.
R: $a = 1/9$ m/s^2; $T = 45$ s; $S = 112,5$ m.

Problema 2.29*. Un camion frânează uniform. În timpul τ_1 el parcurge prima jumătate din distanța de frânare. Aflați în ce timp τ_2 va parcurge camionul cealaltă jumătate din distanța de frânare.
Aplicație: $\tau_1 = 10$ s.
R: $\tau_2 = 24,1$ s.

Problema 2.30*. Un corp este lansat cu viteza inițială v_0, în sus pe un plan înclinat de unghi α. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați: a) înălțimea h la care ajunge corpul; b) viteza v cu care revine la baza planului înclinat; c) timpul T_u de urcare; d) timpul T_c de coborâre.
Aplicație: $v_0 = 10$ m/s; $\alpha = 45^o$; $\mu = 0,2$.
R: $h = 4,25$ m; $v = 8,16$ m/s; $T_u = 1,2$ s; $T_c = 1,47$ s.

Problema 2.31*. Un corp este lansat în sus pe un plan înclinat de unghi α. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați: a) raportul k dintre timpul de urcare și cel de coborâre; b) raportul r dintre viteza inițială și cea cu care corpul revine la baza planului înclinat.
Aplicație: $\alpha = 30^o$; $\mu = 0,1$.
R: $k = 0,84$; $r = 1,19$.

* Problemele notate cu * sunt facultative.

Problema 2.32*. Două corpuri de mase M și m, legate printr-un fir ideal, trecut peste un scripete ideal fixat în vârful unui dublu plan înclinat de unghiuri α și β, sunt așezate pe plan ca în figura P 2.32. Frecările sunt neglijabile. Mișcarea are loc astfel încât corpul M coboară. Aflați: a) accelerația a a sistemului $M - m$; b) tensiunea T în fir; c) viteza v a sistemului după ce corpurile au parcurs distanța d.
Aplicație: $M = 2$ kg; $m = 1$ kg; $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$; $d = 0,16$ m; $g = 10$ m/s^2.

R: $\alpha = 0,45$ m/s^2; $T = 9,1$ N; $v = 0,38$ m/s.

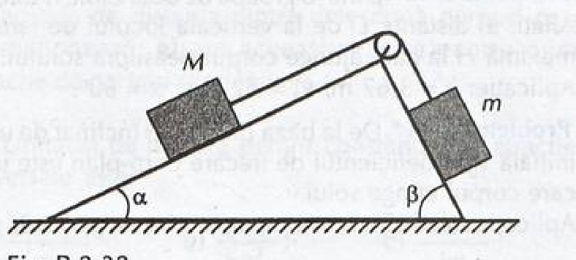


Fig. P 2.32.

Problema 2.33. Două corpuri de mase necunoscute m_1 și m_2, $m_1 = k \cdot m_2$, legate printr-un fir ideal, trecut peste un scripete ideal fixat în vârful unui dublu plan înclinat de unghiuri α_1 și α_2 ($< \alpha_1$), sunt așezate pe plan ca în figura P 2.33. Unghiurile de frecare pentru cele două plane sunt φ_1 și φ_2. Calculați pentru ce valori ale lui k sistemul este în repaus.
Aplicație: $\alpha_1 = 60^o$; $\alpha_2 = 30^o$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 15^o$.

R: $0,268 \le k \le 1$.

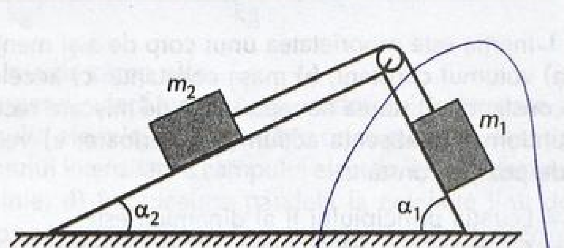


Fig. P 2.33.

Problema 2.34. Două corpuri de mase m_1 și m_2, așezate pe un plan înclinat de unghi α sunt legate între ele printr-o tijă ideală paralelă cu planul. Coeficienții de frecare pentru corpurile m_1 și m_2 sunt, respectiv, μ_1 și μ_2. Calculați : a) accelerația a a sistemului; b) tensiunea T în tijă.
Aplicație: $m_1 = 3$ kg; $m_2 = 2$ kg; $\alpha = 30^o$; $\mu_1 = 0,2$; $\mu_2 = 0,3$.

R: $a = 2,86$ m/s^2; $T = 1,02$ N.

Problema 2.35*. Pe un plan înclinat de unghi α se află un corp. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Calculați cu ce accelerație orizontală a trebuie deplasat planul înclinat astfel încât corpul: a) să urce uniform pe plan; b) să coboare uniform pe plan.
Aplicație: $\alpha = 30^o$; $\mu = 0,1$.

R: $a_u = 6,87$ m/s^2; $a_c = 4,42$ m/s^2.

Problema 2.36*. Calculați de la ce înălțime H a fost lăsat să cadă un corp dintr-un avion care zboară orizontal cu viteza v_0 dacă el cade pe vârful unui deal de înălțime h, aflat la distanța D pe orizontală față de verticala locului de lansare.
Aplicație: $v_0 = 360$ km/h; $h = 40$ m; $D = 300$ m.

R: $H = 84,1$ m.

Problema 2.37*. Un corp, aruncat orizontal din vârful unui plan înclinat de unghi α, cade pe planul înclinat la distanța D de punctul de lansare. Aflați viteza inițială v_0 a corpului.
Aplicație: $\alpha = 30^o$; $D = 9,8$ m.

R: $v_0 = 8,48$ m/s.

Problema 2.38*. Două corpuri sunt aruncate simultan cu viteza v_0 fiecare, primul de la sol sub unghiul α cu orizontala, al doilea orizontal de la înălțimea necunoscută H de pe aceeași verticală. Corpurile ating solul în același punct. Aflați: a) înălțimea H; b) timpul τ dintre sosirile corpurilor pe sol.
Aplicație: $v_0 = 98$ m/s; $\alpha = 30^o$.

R: $H = 367,5$ m; $\tau = 1,34$ s.

Problema 2.39*. Dintr-un turn de înălțime h se aruncă oblic în sus un corp cu viteza inițială v_0 sub unghiul α față de orizontală. Aflați: a) după ce timp T corpul atinge solul; b) la ce distanță d de baza turnului corpul atinge solul; c) viteza v cu care atinge solul; d) unghiul β, față de orizontală, cu care atinge solul.
Aplicație: $h = 50$ m; $v_0 = 10$ m/s; $\alpha = 30^o$; $g = 10$ m/s^2.

R: $T = 3,7$ s; $d = 32$ m; $v = 33,15$ m/s; tg$\beta = -3,695$.

2

Problema 2.40*. Dintr-o groapă de adâncime h este aruncat un corp cu viteza v_0 sub un unghi α față de orizontală. Aflați: a) distanța D de la verticala locului de lansare până la punctul în care corpul cade pe sol; b) înălțimea maximă H la care ajunge corpul deasupra solului.
Aplicație: $h = 3{,}67$ m; $v_0 = 12$ m/s; $\alpha = 60°$. **R: $D = 10$ m; $H = 1{,}83$ m.**

Problema 2.41*. De la baza unui plan înclinat de unghi α și înălțime h este lansat în sus pe plan un corp cu viteza inițială v_0. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați: a) înălțimea maximă H atinsă de corp; b) viteza v cu care corpul atinge solul.
Aplicație: $\alpha = 45°$; $h = 4$ m; $v_0 = 14$ m/s; $\mu = 0{,}2$; $g = 10$ m/s². **R: $H = 6{,}5$ m; $v = 13{,}4$ m/s.**

Test de evaluare 1**

2

1. Inerția este proprietatea unui corp de a-și menține: **a)** volumul constant; **b)** masa constantă; **c)** accelerația constantă; **d)** starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă în absența acțiunilor exterioare; **e)** vectorul de poziție constant.

2. Ecuația principiului II al dinamicii este:
a) $F = m \cdot v$; **b)** $F = a \cdot t$; **c)** $F = a/m$;
d) $F = v \cdot t$; **e)** $F = m \cdot a$.

3. Care din următoarele afirmații este cea falsă?
a) forța maximă de frecare statică este mai mică decât forța de frecare la alunecare; **b)** forța de frecare la alunecare depinde de natura suprafețelor în contact și de gradul de prelucrare al acestora; **c)** forța de frecare la alunecare nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri; **d)** forța de frecare la alunecare nu depinde practic de viteza relativă dintre corpurile aflate în contact, cât timp aceasta este mică; **e)** forța de frecare la alunecare este proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact.

4. Un corp alunecă cu frecare pe un plan înclinat de unghi $\alpha = \pi/6$ rad, față de orizontală. Considerând $g = 10$ m/s², valoarea accelerației corpului este:
a) 7,5 m/s²; **b)** 2,5 m/s²; **c)** 5 m/s²;
d) 15 m/s²; **e)** 2,75 m/s².

5. Forța de frecare de alunecare:
a) depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri; **b)** depinde de timpul de contact; **c)** nu depinde de forța de greutate a corpului; **d)** depinde de forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact; **e)** nu depinde de masa corpului.

6. Ecuația de mișcare a unui material cu masa $m = 2$ kg este $x = 2 - 8t + 0{,}5t^2$ (m). Forța care acționează asupra punctului material are valoarea:
a) 0,2 N; **b)** 20 N; **c)** 2 N;
d) 4 N; **e)** 0,5 N.

7. Impulsul punctului material este dat de relația:
a) $p = v/m$; **b)** $p = m \cdot a$; **c)** $p = a/m$;
d) $p = m^2 \cdot v$; **e)** $p = m \cdot v$.

8. Legea lui Hooke are expresia matematică:
a) $F = \frac{E \cdot l_0}{S_0} \cdot \Delta l$; **b)** $F = \frac{E \cdot S_0}{l_0} \cdot \Delta l$; **c)** $F = \frac{S_0}{E \cdot l_0} \cdot \Delta l$;
d) $F = \frac{l_0}{\Delta l} \cdot E \cdot S_0$; **e)** $F = \frac{E \cdot l_0}{S_0 \cdot \Delta l}$.

9*. Supraînălțarea șinei exterioare la curbe este tg α =
a) v^2Rg; **b)** Rg^2/v^2; **c)** v^2R/g;
d) v^2/Rg; **e)** Rg/v^2.

10. Pe o suprafață orizontală se deplasează un corp de 5 kg. Coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe suprafață este de 0,2. Să se calculeze valoarea forței orizontale ce ar deplasa corpul cu accelerația de 4 m/s². ($g = 10$ m/s²)
a) 30 N; **b)** 50 N; **c)** 10 N;
d) 38 N; **e)** 25 N.

11*. Referitor la forța de inerție se fac următoarele afirmații: **a)** acționează asupra corpului numai în sisteme de referință neinerțiale; **b)** acționează asupra corpului numai în sisteme de referință inerțiale; **c)** acționează asupra corpului ori de câte ori acesta are tendința de accelerare sau frânare, indiferent de sistemul de referință; **d)** se exercită asupra corpului din partea corpurilor cu care acesta interacționează; **e)** este o forță fictivă.

12*. Fie un corp de masă m care are o mișcare circulară uniformă cu viteza v pe un cerc orizontal de rază r. Forța centripetă care acționează asupra corpului are expresia:
a) $\vec{F} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}$; **b)** $\vec{F} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}$;
c) $\vec{F} = m \cdot \omega \cdot \vec{r}$; **d)** $\vec{F} = \omega \cdot \vec{r}$; **e)** $\vec{F} = \vec{r}/\omega$.

** Soluțiile corecte se pot afla din „Caietul elevului".

13. Un corp alunecă în jos pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 45°$ cu viteza constantă. Ce valoare are coeficientul de frecare între corp și plan?

a) $\mu = \frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\mu = \sqrt{3}$;
d) $\mu = 1$; e) $\mu = 1/2$.

14*. Un schior, pornind din repaus, alunecă fără frecare pe o pantă cu înclinarea de 30 m la 1000 m. Ajungând într-un loc perfect orizontal, schiorul face o cotitură cu raza de 32,4 m. Pentru a nu cădea, schiorul se apleacă spre interior cu un unghi $\beta = 45°$. Cu ce viteză a intrat schiorul în curbă? ($g = 10$ m/s^2)
a) 37,5 km/h; b) 44,8 km/h; c) 64,8 km/h;
d) 23,5 m/s; e) 81 km/h.

15*. O forță de 62 N acționează timp de 10 s asupra unui corp, deplasându-l cu 310 m. Ce masă are corpul dacă, știind că deplasarea s-a efectuat fără frecare?
a) 20 kg; b) 10 kg; c) 12 kg;
d) 4 kg; e) 5 kg.

16. De capetele unui fir care trece peste un scripete fix atârnă două corpuri cu masele de 11g și 13 g. Lăsat liber sistemul are accelerația de 0,817m/s^2. Care este valoarea accelerației gravitaționale?
a) 9,801 m/s^2; b) 9,814 m/s^2; c) 9,804 m/s^2;
d) 9,809 m/s^2; e) 9,802 m/s^2.

17*. Un tren de 588 t pornește din stație și are accelerația de 0,2 m/s^2. știind că valoarea coeficientului de frecare este $\mu = 0,005$, viteza trenului după un minut de la pornire este?
a) 10 m/s; b) 12 m/s; c) 30 km/h;
d) 42 km/h; e) 56 km/h.

18*. Care este expresia forței centripete în mișcarea circulară uniformă?
a) $F=mv^2/2$; b) $F=m^2v/2$; c) $F=mv^2/R$;
d) $F=m^2R^2/2v$; e) $F=mR^2/v$.

19. Legea atracției universale a lui Newton are expresia:

a) $F = K \cdot \frac{r^2}{Mm}$; b) $F = K \cdot \frac{Mm}{r^2}$; c) $F = \frac{Mm}{Kr^2}$;

d) $F = K \cdot \frac{Mm}{r^3}$; e) $F = K \cdot \frac{Mm}{r}$.

20. Constanta K a atracției universale:
a) depinde de mărimea corpurilor care interacționează; b) depinde de mediul în care sunt plasate corpurile; c) depinde de sistemul de referință inerțial utilizat; d) depinde de distanța dintre cele două corpuri care interacționează; e) are aceeași valoare pentru orice pereche de corpuri din Univers.

21. Unitatea de măsură pentru constanta K a atracției universale este:

a) $\frac{N \cdot m^2}{kg}$; b) $\frac{N \cdot m}{kg^2}$; c) $\frac{N^2 \cdot m}{kg}$;

d) $\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$; e) $\frac{N^2 \cdot m^2}{kg}$.

22. Linia de câmp este:
a) perpendiculară pe direcția vectorului intensitate a câmpului electric; b) tangentă în orice punct la direcția vectorului intensitate a câmpului electric; c) întotdeauna rectilinie; d) întotdeauna paralelă la celelalte linii de câmp; e) perpendiculară pe traiectoria unui corp punctiform cu sarcină pozitivă lăsat liber în câmp.

23. Când vectorul viteză este constant, mișcarea este:
a) circulară; b) uniform accelerată;
c) curbilinie; d) rectilinie uniformă;
e) uniform încetinită.

24*. Legea mișcării rectilinii uniform variate se scrie sub forma:

a) $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$;

b) $x = x_0 - v_0t^2$; c) $x = \text{const}$;

d) $x = av_0t$; e) $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^3$.

25*. Ecuația lui Galilei este:
a) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$; b) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)^2$;
c) $v^2 = v_0^2 + 2a^2(x - x_0)$; d) $v^2 = v_0^2 + 2a^2(x - x_0)^2$;
e) $v^2 = v_0^2 + at^2/3$.

26*. Perioada mișcării circulare uniforme este:
a) intervalul de timp în care mobilul parcurge complet circumferința cercului; b) intervalul de timp după care mobilul se oprește; c) spațiul parcurs de mobil până la oprire; d) intervalul de timp în care mobilul parcurge jumătate din circumferința cercului; e) spațiul parcurs de mobil după o rotație completă.

27*. Ecuația mișcării unui mobil este: $x = 16t - 4t^3$. Calculați spațiul parcurs în ultima secundă, până la oprire:
a) 2 m; b) 4m; c) 8m;
d) 16m; e) 12m.

2

28*. O particulă se deplasează de-a lungul unei traiectorii dată de ecuațiile: $x = t(t^2 + 1)$; $y = 3t - 2$; $z = 2t^2(t - 2)$. Considerând unitățile de măsură ale mărimilor fizice în S.I., la momentul de timp t = 2s, valorile vitezei și accelerației particulei sunt respectiv:

a) $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{145}$; b) $7\sqrt{2}$, 12;   c) $4\sqrt{3}$, 15;

d) 5, 12;   e) $7\sqrt{2}$, $2\sqrt{65}$.

29*. Legea de mișcare a unui punct material este:

$$x = 3t^2 - 2t + 5 \text{ (m)}.$$

Viteza la momentul t = 2s este:

a) 1 m/s;   b) 5 m/s;   c) 0,5 m/s;
d) 0,1 m/s;   e) 10 m/s.

30*. Ecuația mișcării rectilinii a unui mobil este:

$$x = 2 + 1{,}5t + t^3.$$

Alegeți expresia corectă a legii vitezei:

a) $v = 2t$;   b) $v = 1{,}5t - 2$;   c) $v = 3t - 4$;
d) $v = 3/2\ t + 1$;   e) $v = 2t + 1{,}5$.

31*. Ecuația vitezei unui mobil care se mișcă uniform accelerat este: $v = 5 + 3t$. Ecuația spațiului pentru această mișcare este:

a) $S = t + 3/2\ t^2$;   d) $S = 3t + 5t$;
b) $S = 5t + 3t^2$;   e) $S = 3t + 5/2\ t^3$.
c) $S = 5t + 3t^2/2$;

32*. Un tren care are viteza de 72 km/h trebuie să se oprească pe distanța de 600m. După cât timp s-a oprit trenul?

a) 45 s;   b) 50 s;   c) 55 s;
d) 59 s;   e) 60 s.

33*. Un vagonet cu viteza de 21,6 km/h mișcându-se uniform încetinit se oprește după 1 minut. Care este spațiul străbătut de vagonet până la oprire?

a) 165 m;   b) 180 m;   c) 123 m;
d) 34 m;   e) 1m

34*. Un tren frânat străbate până la oprire 1,8 km în trei minute. știind că s-a mișcat uniform încetinit viteza inițială a trenului este:

a) 71 km/h;   b) 72 km/h;   c) 73 km/h;
d) 74 km/h;   e) 75 km/h.

35*. Un mobil care se mișcă uniform încetinit cu accelerația de 1m/s² se oprește după un minut. Ce spațiu a străbătut mobilul până la oprire?

a) 2 km;   b) 2,2 km;   c) 3,5 km;
d) 1,8 km;   e) 12 km.

36*. Ce spațiu străbate un mobil până la oprire, care are viteza inițială de 8 m/s și se mișcă uniform încetinit cu accelerația de 2 m/s²?

a) 13 m;   b) 14 m;   c) 15 m;
d) 16 m;   e) 17 m.

37*. Un mobil care merge cu 18 km/h este accelerat în așa fel încât viteza lui crește la 54 km/h în 20 s. Care este spațiul străbătut de mobil în acest timp?

a) 120 m;   b) 200 m;   c) 210 m;
d) 212 m;   e) 214 m.

38*. Un mobil a cărui viteză inițială este de 10 m/s se mișcă uniform accelerat cu accelerația de 1m/s² și străbate în acest timp 150 m. Care este viteza pe care o atinge mobilul?

a) 13 m/s;   b) 14 m/s;   c) 19 m/s;
d) 20 m/s;   e) 22 m/s.

39*. Un corp cade liber de la o înălțime de 500 m. Ce spațiu străbate el în ultima secundă a mișcării? (g = 10 m/s²)

a) 85 m;   b) 90 m;   c) 95 m;
d) 100 m;   e) 105 m.

40*. De la înălțimea de h = 5 m deasupra solului cade liber (g = 10 m/s²) un corp greu. Viteza cu care acesta atinge solul este:

a) 2 m/s;   b) 5 m/s;   c) 15 m/s;
d) 10 m/s;   e) 20 m/s.

41*. Un corp efectuează o mișcare circulară uniformă. Corpul are viteza tangențială v și viteza unghiulară ω. Ce viteză unghiulară va avea acest corp dacă viteza sa tangențială va fi $v/2$, iar traiectoria rămâne neschimbată?

a) ω;   b) 2ω;   c) 3ω;
d) $\omega/2$;   e) $\omega/4$.

42*. Un corp pornește din repaus fără viteză inițială într-o mișcare rectilinie uniform accelerată cu accelerația 5 m/s³. După cât timp valoarea vitezei corpului devine 250 m/s?

a) 5s;   b) 25s;   c) 50s;
d) 100s;   e) 250s.

43*. Un automobil pleca din repaus în mișcare uniform accelerată, cu accelerația a = 1m/s³. După 20 s, automobilul își continuă mișcarea cu viteză uniformă timp de 10 minute, apoi frânează cu accelerația de frânare a_f = 0,5m/s², până la oprire. știind că automobilul se deplasează rectiliniu, distanța parcursă este de:

a) 1260 m;   b) 126 m;   c) 12 600 m;
d) 126 km;   e) 130 km

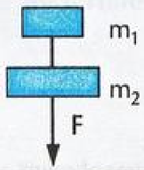
44*. Un corp aruncat vertical în sus revine la sol după un timp t = 4s. Raportul dintre viteza sa inițială și înălțimea la care s-a ridicat este:
a) 2 s^{-1}; b) 0,5 s^{-1}; c) 1s^{-1};
d) 0,2 s^{-1}; e) 0,25 s^{-1}.

45*. Un corp este lăsat să cadă într-un puț vertical. Dacă zgomotul căderii este perceput după 8 s de la aruncarea corpului, adâncimea puțului este? (viteza sunetului în aer este de 330 m/s, g = 10 m/s² și frecarea cu aerul se neglijează)
a) 26.07 m; b) 260,7m; c) 2,6 m;
d) 30 m; e) 300 m.

Test de evaluare 2**

1. Două corpuri paralelipipedice cu masele de 1 kg, respectiv 2 kg sunt legate între ele printr-un fir ideal în care se inserează un dinamometru și sunt așezate pe o masă netedă. Asupra corpului cu masa de 2 kg acționează o forță orizontală cu valoarea de 12 N. În condițiile neglijării frecării, dinamometrul indică:
a) 10 N; b) 5 N; c) 15 N;
d) 20 N; e) 25 N.

2. Corpurile din figura P 2.22 sunt legate cu un fir ideal și au masele m_1=100g, m_2=300 g. Forța F valorează 4 N, iar g=10m/s². Tensiunea din firul de legătură este:
a) 4 N; b) 1 N; c) 2 N;
d) 3 N; e) 5 N.



•Fig. P 2.22.

3. Două corpuri paralelipipedice cu masele de 30 kg, respectiv 20 kg sunt așezate alăturat (în contact), pe un plan înclinat de unghi α=30⁰. Dacă ele urcă cu accelerația de 10m/s², coeficientul de frecare la alunecare este μ=0,1 și g= 9,8m/s² forța paralelă cu planul care trebuie aplicată acestui sistem are valoarea de:
a) 500 N; b) 787 N; c) 200 N;
d) 105 N; e) 702 N.

4. Trei corpuri cu masele de m_1=1kg, m_2=2kg și m_3=3kg se așază unul lângă altul, pe o masă orizontală în contact unul cu altul. Frecarea dintre suprafețele corpurilor și masă se neglijează. Corpul m_3 este împins cu o forță orizontală F=100N. Raportul dintre forța f cu care m_3 acționează asupra lui m_2 și forța f' cu care m_2 acționează asupra lui m_1 are valoarea :
a) 2; b) 3; c) 1;
d) 0,5; e) 1,5.

** Soluțiile corecte se pot afla din „Caietul elevului".

5. Un corp este ridicat vertical, respectiv coborât de către o macara prin intermediul unui cablu. Atât la urcare cât și la coborâre accelerația are valoarea de 4,9m/s² (în modul). Raportul tensiunilor din cablu în aceste situații are valoarea :
a) 1 ; b) 2 ; c) 3 ;
d) 0,5 ; e) 1,5

6. Într-un lift care urcă vertical cu a_0=5m/s² se află un scripete ideal fixat în tavan. La capetele firului ideal care este trecut peste scripete se atârnă două bile cu masele m_1=1kg și m_2=2kg. Forța de apăsare în axul scripetelui are valoarea : (g=10)
a) 20N; b) 10N ; c) 49N ;
d) 10N ; e) 5N

7. Un corp mic cu masa m=0,2kg este suspendat de tavanul unui vagon care se deplasează rectiliniu și uniform, printr intermediul unui fir inextensibil cu masa neglijabilă. La un moment dat vagonul frânează cu accelerație constantă, iar firul formează cu vericala un unghi α=60°. Valoarea accelerației de frânare este: (g=10)
a) 10m/s² ; b) $10\sqrt{3}$ m/s²; c) $5\sqrt{3}$ m/s²;
d) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ e) m/s² ; E. 5m/s²

8. Un corp paralelipipedic se află pe plan înclinat de unghi α=45°. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și plan este μ=0,2. Pentru ca acest corp să înceapă să urce pe planul înclinat, acesta trebuie împins cu o accelerație orizontală :
a) g; b) 0,5g; c) 1,5g;
d) 2g ; e) 0

9. Două plăci pătrate cu masele de 1kg, respectiv 2kg sunt prinse între ele cu un resort. Dacă se suspendă sistemulde discul cu masa 1kg, lungimea resortului va fi l_1=50cm. Dacă se așază sistemul cu discul de 2kg pe o masă, lungimea resortului devine l_2=25cm. În

aceste condiții constanta elastică a resortului are valoarea:

a) $120\frac{N}{m}$; b) $80\frac{N}{m}$; c) $250\frac{N}{m}$;

d) $40\frac{N}{m}$; e) $125\frac{N}{m}$.

10*. Dintr-un turn cad liber două corpuri la un interval de timp t=0,05 s. După t_0=1 s de la căderea celui de-al doilea corp distanța dintre ele este:

a) 0,1m; b) 0,25m; c) 0,5m;
d) 0,6m; E. 1m.

11*. Un automobil se deplasează uniform accelerat pe o distanță de 200m parcurgând prima jumătate în timpul de 20 s, iar cealaltă jumătate în 10s. Accelerația sa valorează:

a) 0,5 m/s²; b) 3 m/s²; c) 2 m/s²;
d) 1 m/s²; e) 1,5 m/s².

12*. Doi bicicliști pleacă din același loc pe o șosea dreaptă la un interval de timp t unul după altul. Primul are viteza inițială de 4m/s, iar al doilea are viteza constantă de 20 m/s. Pentru ca ei să se întâlnească o singură dată valoarea lui t trebuie să fie:

a) 2s; b) 1s; c) 2,6s;
d) 0s; e) 3,2s.

13*. Doi bicicliști se deplasează pe o pistă circulară cu raza de 25m pornind simultan de la capetele unui diametru și mergând în același sens. Primul face înconjurul pistei de trei ori pe minut și după ce ocolește pista de 5 ori este ajuns de cel de-al doilea. Lungimile drumurilor parcurse de ei până la întâlnire sunt:

a) 785m, 863,5m; b) 314m, 345m;
c) 628m, 685m; d) 785m, 923m;
e) 758m, 863,5m.

14*. Partea exterioară a unei șosele este supraînălțată într-o curbă cu unghiul $\alpha = 15^0$. Din cauza poleiului, unghiul de frecare la alunecare dintre anvelope și șosea a scăzut la valoarea $\phi = 13^0$. Raportul dintre viteza maximă v_{max}, respectiv viteza minimă v_{min} cu care un automobil poate intra în curbă este:

a) 1; b) $\sqrt{tg14^\circ}$; c) $\sqrt{tg30^\circ}$;

d) $\sqrt{tg28^\circ}/\sqrt{tg2^\circ}$; e) $\sqrt{tg2^\circ}/\sqrt{tg28^\circ}$

Sinteză

• Corpurile din natură se pot afla în stare de repaus sau de mișcare față de un sistem de referință inerțial (SR). Pentru descrierea acestor stări se utilizează mărimile fizice: viteza și accelerația. În cazul unei mișcări rectilinii:

$v_m=\Delta x/\Delta t$ $\quad v=\Delta x/\Delta t|_{\text{când } \Delta t \text{ este foarte mic}}$ $\quad [v]_{SI}=1 m/s$

$a_m=\Delta v/\Delta t$ $\quad a=\Delta v/\Delta t|_{\text{când } \Delta t \text{ este foarte mic}}$ $\quad [a]_{SI}=1 m/s^2$

• Altă proprietate a corpurilor este inerția. ***Principiul I al mecanicii*** afirmă că toate corpurile din natură se opun modificării stării de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă pe care o au la un moment dat față de un SR. Mărimea fizică care măsoară inerția corpurilor se numește **masă**. *($[m]_{SI}=1kg$)*

• Corpurile interacționează (interacțiunea este tot o proprietate a corpurilor). Mărimea fizică care măsoară interacțiunea corpurilor se numește **forță**. *($[F]_{SI}=1N$)*. ***Principiul al doilea al mecanicii*** afirmă că dacă o forță acționează asupra unui corp îi imprimă o accelerație pe direcția și în sensul forței, direct proporțională cu valoarea forței și invers proporțională cu masa acestuia: $\vec{F}=m\vec{a}$.

• ***Principiul al treilea al mecanicii*** afirmă că atunci când corpurile interacționează exercită fiecare asupra celuilalt forțe egale în modul și de sens contrar, numite acțiune și reacțiune.

• ***Principiul al patrulea al mecanicii*** afirmă că atunci când asupra unui corp acționează mai multe forțe în același timp, fiecare forță produce propria sa accelerație în mod independent de prezența celorlalte, accelerația rezultantă fiind suma vectorială a accelerațiilor individuale.

• ***Legea lui Hooke:*** *alungirea absolută a unui fir aflat în limita de elasticitate este direct proporțională cu valoarea forței deformatoare F, cu lungimea inițială a firului l_0 și invers proporțională cu aria secțiunii transversale S_0, constanta de proporționalitate fiind inversa modulului Young.* $\Delta l=\frac{1}{E}\cdot\frac{F\cdot l_0}{S_0}$.

• ***Legile frecării la alunecare:***

– Forța de frecare F_f la alunecarea dintre două corpuri nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.

– Forța de frecare F_f, la alunecarea dintre două corpuri este proporțională cu forța de apăsare normală N exercitată pe suprafața de contact. $F_f=\mu N$

• ***Legea atracției universale:*** *între oricare două corpuri cu masele m_1 și m_2, considerate punctiforme față de distanța dintre ele, situate la distanța r unul față de altul se exercită o forță gravitațională de atracție care acționează de-a lungul dreptei ce unește corpurile și care are mărimea:* $F=K\cdot\frac{m_1m_2}{r^2}$

• *Câmpul gravitațional* reprezintă o zonă spațială unde se exercită forțe gravitaționale de atracție. Descrierea câmpului se poate face utilizând modelul liniilor de câmp sau mărimea fizică caracteristică numită **intensitate a câmpului gravitațional** $\vec{\Gamma}=\frac{\vec{F}}{m}$; ($[\Gamma]_{SI}$=1 N/kg.)

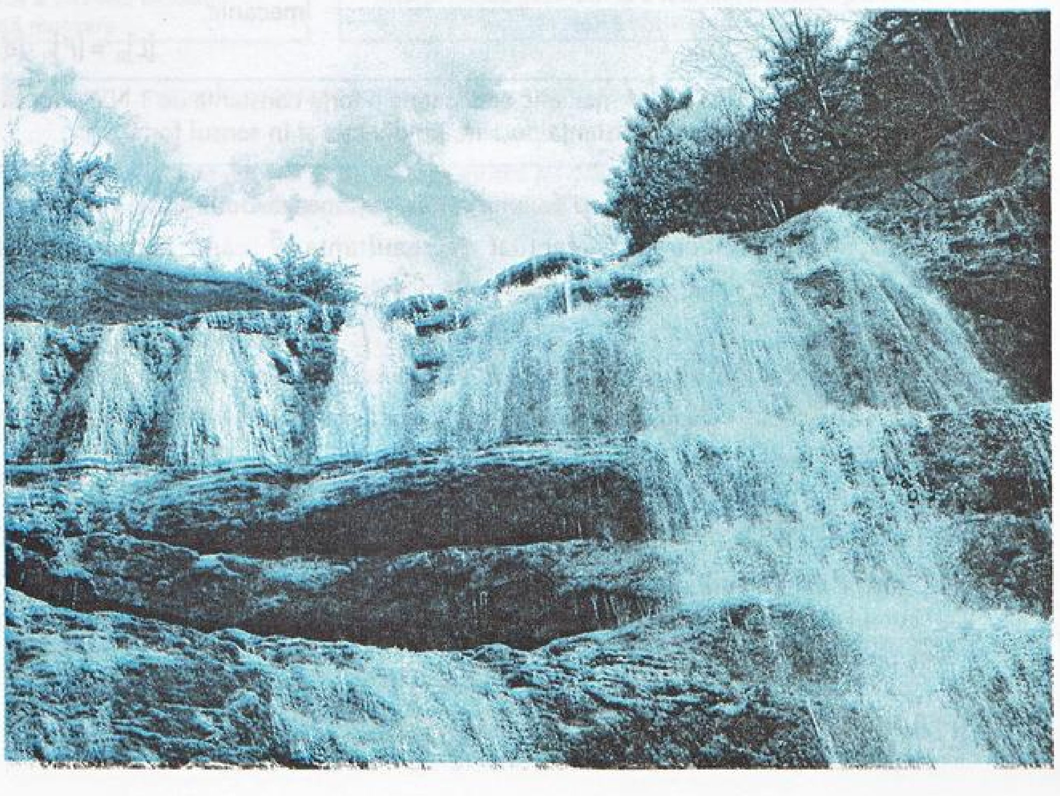
Capitolul 3

Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică

Obiective

În acest capitol veți studia:

- **Lucrul mecanic și puterea mecanică**
- **Energia mecanică a unui sistem**
- **Energia cinetică. Teorema variației energiei cinetice a punctului material**
- **Energia potențială gravitațională și *elastică**
- **Legea conservării energiei mecanice.Condiții de aplicare**
- ***Teorema variației impulsului pentru un punct material și pentru sisteme de puncte materiale**
- ***Legea conservării impulsului pentru un punct material și pentru sisteme de puncte materiale**



3.1. Lucrul mecanic. Puterea

3.1.1. Lucrul mecanic efectuat de o forță constantă

Se spune că *o forță efectuează lucru mecanic* atunci când aceasta, aplicată unui corp, își deplasează punctul de aplicație pe o anumită distanță.

Definiție: Se numește *lucru mecanic* *efectuat de forța constantă* $\vec{F}$ mărimea fizică scalară L definită de relația

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cdot \cos\alpha \,,$$

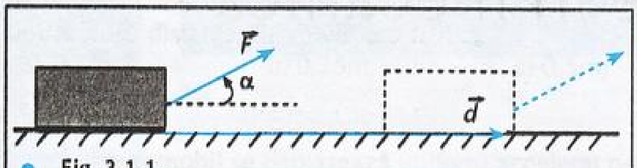


Fig. 3.1.1.

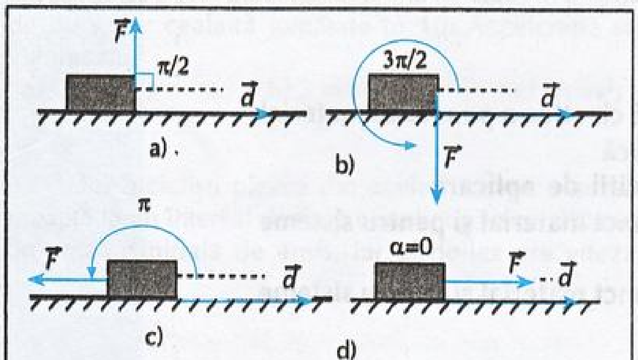


Fig. 3.1.2.

unde $\vec{d}$ este vectorul deplasare al punctului de aplicație al lui $\vec{F}$ pe o traiectorie rectilinie, iar α este unghiul format de vectorii $\vec{F}$ și $\vec{d}$ (fig. 3.1.1).

În figura 5.1.2 sunt reprezentate unele cazuri particulare. În cazurile a) și b) avem $\alpha = \pi/2, 3\pi/2$, $\cos\alpha = 0$, deci, conform definiției, $L = 0$.

Deci: *când punctul de aplicație al forței se deplasează perpendicular pe direcția forței, aceasta nu efectuează lucru mecanic.*

Exemplu: o forță care joacă rol de forță centripetă *nu efectuează lucru mecanic.*

În cazul c) din figura 3.1.2 avem $\alpha = \pi$, $\cos\alpha = -1$, deci $L = -F \cdot d$.

Exemplu: Acesta este *întotdeauna* cazul forțelor de frecare: forța de frecare are mereu direcția mișcării și este opusă ca sens acesteia.

În cazul d) din figura 3.1.2, deplasarea se face în direcția și în sensul forței, $\alpha = 0$, $\cos\alpha = +1$ și atunci lucrul mecanic va fi dat de relația $L = F \cdot d$.

De aici se obține și unitatea de măsură pentru lucru mecanic

$$[L]_{SI} = [F]_{SI} \cdot [d]_{SI} = 1\,\text{N} \cdot 1\,\text{m} = 1\,\text{J}.$$

Definiție: 1 joule este lucrul mecanic efectuat de o forță constantă de 1 N atunci când punctul său de aplicație se deplasează rectiliniu pe distanța de 1 m, pe direcția și în sensul forței.

Observație: Considerăm un corp asupra căruia acționează două forțe concurente $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ având rezultanta $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Lucrul mecanic L efectuat de rezultanta $\vec{R}$ când deplasează corpul pe distanța $\vec{d}$ este $L = \vec{R} \cdot \vec{d} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot \vec{d}$. Dar, produsul scalar este distributiv față de adunarea vectorilor. Atunci:

$$L = \vec{R} \cdot \vec{d} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot \vec{d} = \vec{F}_1 \cdot \vec{d} + \vec{F}_2 \cdot \vec{d} = L_1 + L_2 \,.$$

Deci: *lucrul mecanic al rezultantei $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ a două forțe concurente este egal cu suma lucrurilor mecanice ale forțelor concurente.* Această concluzie se generalizează ușor la cazul unui sistem de mai multe forțe concurente ($n > 2$).

3.1.2. Forță motoare / rezistentă

Definiții:

1) Forța $\vec{F}$ care contribuie la producerea mișcării se numește *forță motoare*.

2) Lucrul mecanic efectuat de forța motoare se numește *lucru mecanic motor* și, conform definiției $L = F \cdot d \cdot \cos\alpha$ este pozitiv, deoarece, în acest caz $\cos\alpha > 0$.

Definiții:

1) Forța $\vec{F}$ care se opune mișcării se numește ***forță rezistentă***.

2) Lucrul mecanic efectuat de forța rezistentă se numește ***lucru mecanic rezistent*** și, conform definiției $L = F \cdot d \cdot \cos\alpha$, este negativ, deoarece în acest caz $\cos\alpha < 0$.

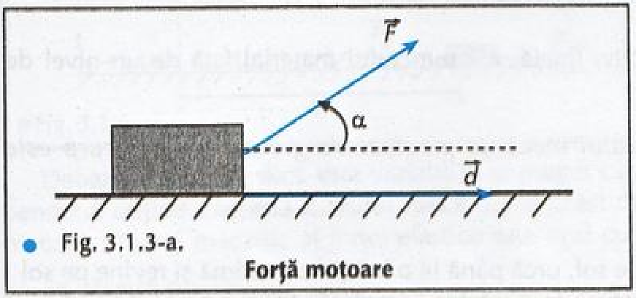


Fig. 3.1.3-a.
Forță motoare

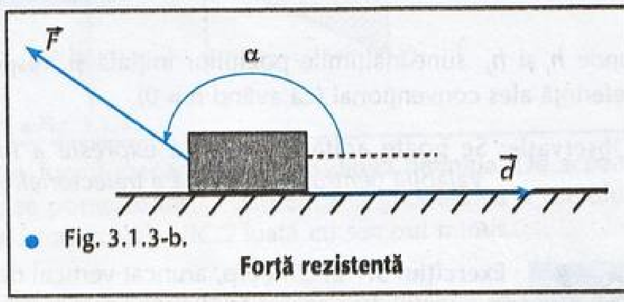


Fig. 3.1.3-b.
Forță rezistentă

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic:

Conform definiției, lucrul mecanic al unei forțe constante, al cărei punct de aplicație se deplasează rectiliniu, este numeric egal cu aria dreptunghiului având ca laturi deplasarea și, respectiv, proiecția forței pe direcția deplasării; aria se ia cu semnul plus sau minus după cum pe grafic, proiecția F_d este deasupra sau sub axa Ox a deplasării (vezi fig. 3.1.4-a și 3.1.4-b).

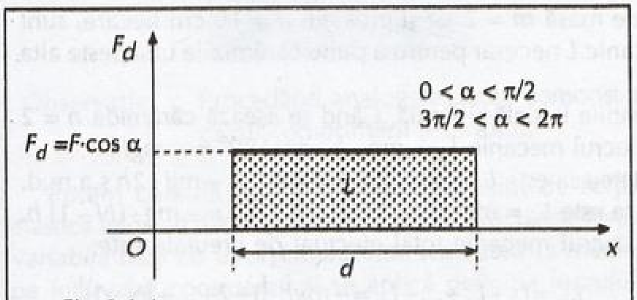


Fig. 3.1.4-a.
Interpretarea geometrică a lucrului mecanic pentru o forță motoare

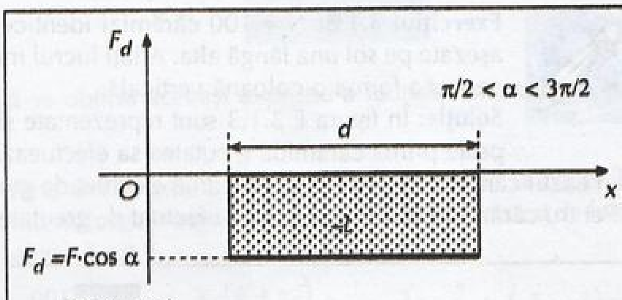


Fig. 3.1.4-b.
Interpretarea geometrică a lucrului mecanic pentru o forță rezistentă

Exercițiul 3.1.1. Aflați lucrul mecanic necesar pentru a ridica un corp de masă $m = 200$ g pe înălțimea $h = 80$ cm.

Soluție: Pentru a ridica acest corp este necesar să se exercite asupra lui o forță verticală, egală în mărime cu greutatea, dar opusă ca sens greutății: $F = G$. Atunci $L = F \cdot h = mgh = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}8\ \text{m} = 1{,}6$ J; $L = 1{,}6$ J.

3.1.3. Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate

Vom studia o mică regiune din vecinătatea suprafeței Pământului în care câmpul gravitațional poate fi considerat uniform, accelerația gravitațională, deci și greutatea corpurilor, fiind practic constante. Presupunem că un corp de masă m se află inițial într-un punct A, la înălțimea h_i deasupra solului. Vom considera că, lăsat liber, corpul se apropie de sol sub acțiunea greutății până în punctul final (B, respectiv, B'), situat la înălțimea h_f față de sol, pe două traiectorii diferite (fig. 3.1.5).

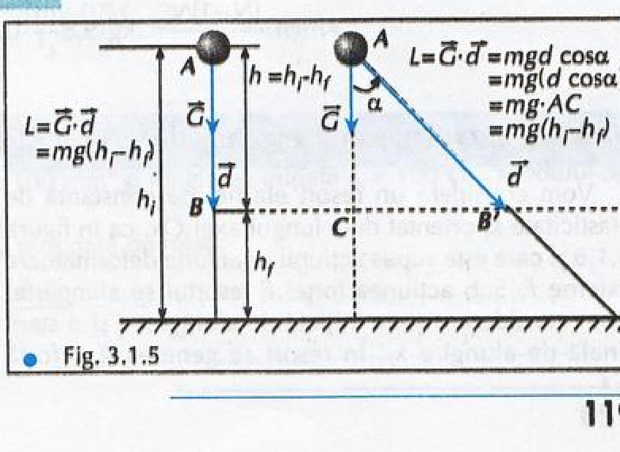


Fig. 3.1.5

Observăm că:

1) ***lucrul mecanic efectuat de greutatea*** $\vec{G} = m\vec{g}$ ***este***

independent de drumul parcurs de corp și de legea de mișcare a acestuia;

2) ***lucrul mecanic efectuat de greutatea $\vec{G} = m\vec{g}$ este egal cu produsul greutății prin diferența de nivel h dintre pozițiile inițială și finală ale punctului material:***

$$L_{if} = mgh = -mg \cdot (h_f - h_i),$$

unde h_i și h_f sunt înălțimile pozițiilor inițială și, respectiv, finală, ale punctului material față de un nivel de referință ales convențional (ca având $h = 0$).

Observație: Se poate arăta că *această expresie a lucrului mecanic efectuat de greutatea unui corp este valabilă pentru orice formă a traiectoriei.*

Exercițiul 3.1.2. Un corp, aruncat vertical de pe sol, urcă până la o înălțime maximă și revine pe sol în punctul de plecare. Aflați lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului în timpul mișcării acestuia.

Soluție: Fie h înălțimea până la care urcă acest corp. Atunci:
în urcare: $L_u = mg \cdot h \cdot \cos 180° = -mgh$; în coborâre:

$$L_c = mg \cdot h \cdot \cos 0° = +mgh.$$

Lucrul mecanic total este: $L = L_u + L_c = 0$.

Exercițiul 3.1.3. $N = 100$ cărămizi identice, de masă $m = 2$ kg și grosime $h = 10$ cm fiecare, sunt așezate pe sol una lângă alta. Aflați lucrul mecanic L necesar pentru a pune cărămizile una peste alta pentru a forma o coloană verticală.

Soluție: În figura E 3.1.3 sunt reprezentate situațiile inițială și finală. Când se așează cărămida $n = 2$ peste prima cărămidă greutatea sa efectuează lucrul mecanic $L_2 = mg \cdot h \cdot \cos 180° = -mgh$.
În cazul cărămizii $n = 3$ lucrul mecanic efectuat de greutatea sa este $L_3 = mg \cdot 2h \cdot \cos 180° = -mg \cdot 2h$ ș.a.m.d.
Pentru cărămida N lucrul mecanic efectuat de greutatea sa este $L_N = mg \cdot (N-1)\, h \cdot \cos 180° = -mg \cdot (N-1)\, h$.

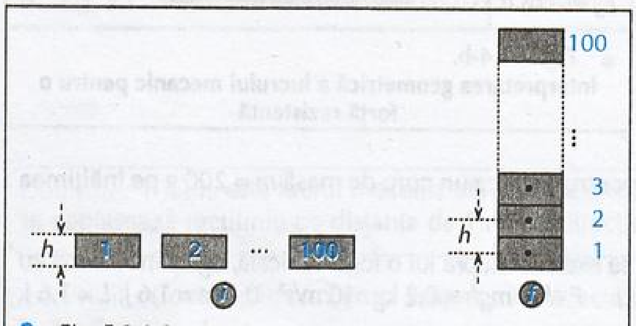


Fig. E 3.1.3

Lucrul mecanic total efectuat de greutate este:

$$L_{gr} = L_2 + L_3 + \ldots + L_N = -mgh \cdot [1 + 2 + \ldots + (N-1)].$$

Suma primelor n numere naturale poate fi calculată cu relația:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Folosind această relație obținem:

$$L_{gr} = -mgh \cdot \frac{(N-1) \cdot N}{2}.$$

Corespunzător lucrul mecanic pe care trebuie să-l efectuăm noi, împotriva greutății, este:

$$L = mgh \cdot \frac{(N-1)N}{2} = 2\text{kg} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}1\text{m} \cdot \frac{99 \cdot 100}{2} = 9{,}8 \cdot 9{,}9 \cdot 10^2\ \text{J} = 9{,}7\ \text{kJ}.$$

3.1.4. Lucrul mecanic efectuat de forța elastică*

Vom considera un resort elastic, de constantă de elasticitate k, orientat de-a lungul axei Ox, ca în figura 3.1.6 și care este supus acțiunii unei forțe deformatoare externe F. Sub acțiunea forței F resortul se alungește. Vom considera o stare inițială de alungire x_i și o stare finală de alungire x_f. În resort se generează o forță elastică (de reacțiune) având proiecție nenulă numai pe axa Ox:

$$F_e(x) = -k \cdot x.$$

Proiecția $F_e(x)$ se reprezintă pentru deformări $x \geq 0$ (cazul considerat de noi) ca în figura 3.1.7.

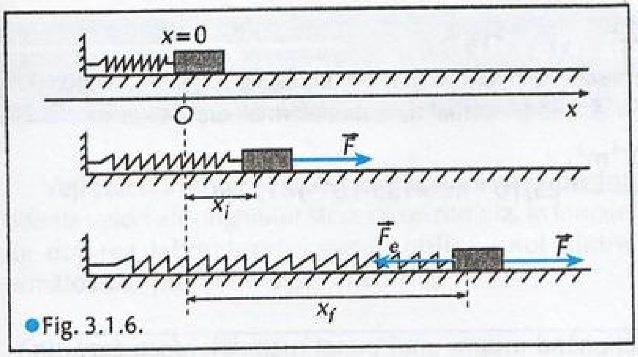


Fig. 3.1.6.

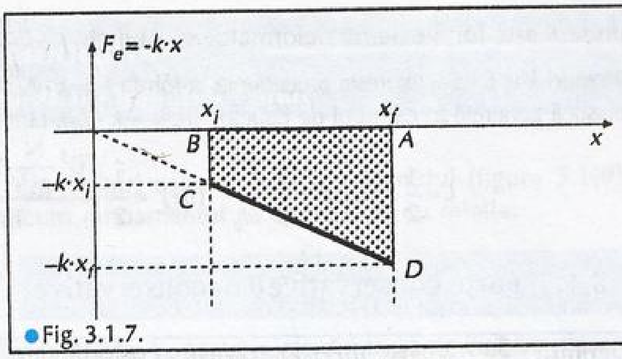


Fig. 3.1.7.

Deoarece forța elastică este variabilă nu putem calcula lucrul mecanic aplicând direct definiția. De aceea, pentru a obține expresia lucrului mecanic în acest caz se pornește de la semnificația geometrică a lucrului mecanic: lucrul mecanic al forței elastice este egal cu aria trapezului *ABCD* luată cu semnul minus.

Se găsește că:

Lucrul mecanic efectuat de forța elastică $F_e(x) = -k \cdot x$ ***la trecerea din starea de deformare*** x_i ***a unui resort de constantă de elasticitate k în starea de deformare*** x_f ***este dat de relația:***

$$L_{if} = -\frac{1}{2}k \cdot \left(x_f^2 - x_i^2\right).$$

În particular, luând $x_i = 0$ și $x_f = x$, rezultă că:

Lucrul mecanic efectuat de forța elastică la trecerea din starea nedeformată a unui resort de constantă de elasticitate k în starea de alungire x este dat de relația:

$$L = -\frac{1}{2}k \cdot x^2.$$

Observație: Procedând analog se poate demonstra că se obține aceeași expresie a lucrului mecanic și în cazul comprimării resortului.

Putem calcula lucrul mecanic efectuat de forța elastică folosind o metodă alternativă: se înlocuiește forța *variabilă* dată cu o forță *constantă* (valoarea sa medie pe intervalul considerat) și se aplică definiția lucrului mecanic.

Expresia forței elastice, $F_e(x) = -k \cdot x$, are forma unei funcții liniare. Atunci, conform regulii enunțate în §2.2, valoarea sa medie pe intervalul $[x_i, x_f]$ este dată de. relația:

$$F_{em} = -\frac{k \cdot (x_i + x_f)}{2},$$

fiind deci media aritmetică a valorilor sale la capetele intervalului. Prin urmare, lucrul mecanic efectuat de forța elastică este:

$$L_{if} = F_{em} \cdot d = -\frac{k \cdot (x_i + x_f)}{2} \cdot (x_f - x_i) = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_f^2 - x_i^2),$$

în acord cu expresia obținută pe baza semnificației geometrice a lucrului mecanic.

Exercițiul 3.1.4. Un resort elastic având constanta de elasticitate $k = 400$ N/m este comprimat cu 5 cm. Aflați lucrul mecanic necesar pentru comprimarea resortului.

Soluție: $L = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{m}^2 = 0{,}5\,\text{J}.$

Exercițiul 3.1.5. Aflați lucrul mecanic L necesar pentru a alungi cu $\Delta l = 5$ mm o bară cilindrică din cauciuc, având aria secțiunii transversale $S = 100$ mm² și lungimea inițială $l_0 = 100$ cm. Modulul de elasticitate al cauciucului este $E = 100$ kN/m².

Soluție: Conform legii lui Hooke alungirea Δl este dată de relația

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l_0}{S},$$

3

unde F este forța externă deformatoare. Atunci: $F=\frac{E\cdot S}{l_0}\Delta l$.

Notând $k = E \cdot S/l_0$ expresia precedentă ia forma $F = k \cdot \Delta l$. Aceasta este o funcție liniară cum este și forța (de reacțiune) elastică generată în cilindrul de cauciuc ($F_e = -k \cdot \Delta l$). Lucrul mecanic L efectuat de forța deformatoare F este:

$$L=\frac{1}{2}\cdot k\cdot(\Delta l)^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{E\cdot S}{l_0}\cdot(\Delta l)^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot 10^{-4}\,\text{m}^2}{1\text{m}}\cdot 25\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2=125\cdot 10^{-6}\,\text{J}=125\,\mu\text{J}.$$

3.1.5. Forțe conservative / neconservative

Definiție: Se numește *forță conservativă* o forță care, acționând asupra unui punct material, efectuează un lucru mecanic independent de drumul parcurs și de legea de mișcare a punctului material și care depinde numai de pozițiile punctelor extreme ale traiectoriei.

Exemple de forțe conservative: forța elastică, forța de atracție universală, forța electrică.

Observație: O forță care nu este conservativă este numită *neconservativă*.

Ca exemplu de forțe neconservative dăm forța de frecare și forța de tracțiune. Forța de frecare este tangentă la traiectorie și opusă mișcării. Are deci mereu direcția vitezei și sens opus acesteia. Lucrul mecanic efectuat de forța de frecare va fi deci cu atât mai mare (în modul) cu cât lungimea drumului parcurs de mobil este mai mare. În plus, deoarece lucrul mecanic efectuat de forța de frecare *se disipă* în mediul înconjurător sub formă de căldură se spune că forța de frecare este o *forță disipativă*.

Definiție: Se numește *câmp conservativ de forțe* un câmp ale cărui forțe sunt conservative.

3.1.6. Randamentul planului înclinat

Să considerăm un corp de masă m care urcă uniform pe un plan înclinat de unghi α sub acțiunea unei forțe $\vec{F}$ paralelă cu planul. Deoarece $a_x = 0$ (mișcarea fiind uniformă) obținem pentru forța $\vec{F}$ expresia:

$$F = mg\cdot(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha).$$

Lucrul mecanic efectuat de forța $\vec{F}$ când deplasează corpul pe distanța d pe planul înclinat este:

$$L_c=\vec{F}\cdot\vec{d}=F\cdot d\cdot\cos 0^o=mg\,d\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha).$$

Lucrul mecanic L_c efectuat de forța $\vec{F}$ este consumat pentru obținerea a două efecte:

a) ridicarea corpului în câmpul gravitațional terestru pe înălțimea $h = d\cdot\sin\alpha$,

$$L_u = m\cdot g\cdot d\cdot\sin\alpha = m\cdot g\cdot h;$$

b) învingerea forței de frecare; forța de frecare $\vec{F}_f$ efectuează lucrul mecanic

$$L_f=\vec{F}_f\cdot\vec{d}=F_f\cdot d\cdot\cos 180^o=-\mu\cdot mg\cdot\cos\alpha\cdot d.$$

Al doilea termen din lucrul mecanic L_c efectuat de forța de tracțiune F are forma $+\mu mgd\cdot\cos\alpha$ și compensează lucrul mecanic al lui $\vec{F}_f$.

Efectul util este ridicarea corpului în câmpul gravitațional terestru pe înălțimea $h = d\cdot\sin\alpha$. *Lucrul mecanic util* este deci:

$$L_u=m\cdot g\cdot h=m\cdot g\cdot d\cdot\sin\alpha.$$

Lucrul mecanic total efectuat de forța de tracțiune $\vec{F}$ este numit *lucru mecanic consumat* (pentru obținerea efectului util în condițiile date).

Definiție: Se numește *randament* al planului înclinat mărimea fizică η definită de relația:

$$\eta=\frac{L_u}{L_c}$$

Observații.

1. Randamentul η este o mărime fizică *adimensională:* nu are unități de măsură (este deci un număr). În mod uzual pentru randament se utilizează expresia sa procentuală: $\eta\cdot 100\%$.

2. Deoarece în realitate frecările sunt întotdeauna prezente $L_u < L_c$, deci $\eta < 1$ întotdeauna.

3. Definiția dată randamentului se aplică nu numai planului înclinat ci oricărui sistem fizic care efectuează un lucru mecanic (L_c) pentru obținerea unui efect util (L_u).

Folosind în relația de definiție a randamentului expresiile obținute mai sus pentru L_u și L_c găsim:

$$\eta=\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha}$$

De aici se vede în mod explicit că în prezența frecării ($\mu > 0$) randamentul este întotdeauna subunitar: $\eta < 1$.

Lucrare de laborator

Determinarea randamentului unui plan înclinat

Veți calcula randamentul unui plan înclinabil pentru diferite valori ale unghiului făcut cu orizontala. În funcție de dotarea laboratorului puteți utiliza unul dintre următoarele procedee experimentale.

Procedeu experimental

Varianta 1. Tractați corpul de greutate G, cu viteză constantă de-a lungul planului înclinat prin intermediul unui dinamometru care va indica valoarea forței de tracțiune F (figura 3.1.8). În aceste condiții randamentul devine:

$$\eta = \frac{G \cdot h}{F \cdot l}$$

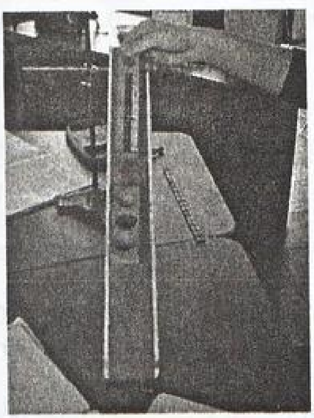


Fig. 3.1.8.

Varianta 2. Legați corpul care trebuie ridicat pe planul înclinat de o tijă cu discuri crestate prin intermediul unui fir inextensibil trecut peste un scripete fixat în vârful planului. Atașați treptat discuri crestate pe tijă până când corpul începe să urce în urma câtorva "ciocănituri ușoare" aplicate planului (figura 3.1.9). Acum randamentul se calculează cu relația:

$$\eta = \frac{M \cdot g \cdot h}{m \cdot g \cdot l}$$

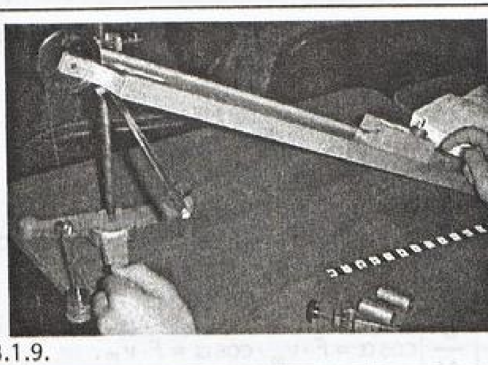


Fig. 3.1.9.

Varianta 1. Materialele din trusa de fizică necesare realizării experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: plan înclinabil, paralelipiped cu găuri și cârlig, corpuri adiționale, stativ și tijă, dinamometru de 2,5 N.

- Fixați o anumită înclinare a planului.
- Măsurați cu ajutorul dinamometrului greutatea corpului paralelipipedic.
- Tractați uniform corpul pe planul înclinat și măsurați forța necesară aplicată paralel cu planul.
- Măsurați cu rigla lungimea și înălțimea planului înclinat
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt	G(N)	F(N)	h(m)	l(m)	η	η_{med}

Varianta 2. Materialele din trusa de fizică necesare pentru realizarea experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: plan înclinabil cu scripete fix, paralelipiped cu găuri și cârlig, corpuri adiționale, fir ață, tijă cu cârlig și discuri crestate, stativ și tijă, dinamometru de 2,5 N.

- Fixați o anumită înclinare a planului și așezați paralelipipedul la baza planului.
- Măsurați cu ajutorul dinamometrului greutatea corpului paralelipipedic.
- Realizați ridicarea uniformă a corpului pe planul înclinat prin atașarea de discuri crestate pe tijă
- Măsurați masa discurilor crestate și a tijei. Măsurați cu rigla lungimea și înălțimea planului înclinat
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt	M(kg)	m(kg)	h(cm)	l(cm)	η	η_{med}

În ambele cazuri încărcați paralelipipedul cu mase adiționale pentru a-i modifica greutatea și repetați aceleași operații de 4-5 ori.

3

Modificați unghiul planului înclinat și reluați experimentul.

Concluzii și întrebări

- În toate situațiile studiate randamentul are valoarea subunitară.
- Identificați sursele de erori care afectează acest experiment și căutați soluții pentru micșorarea lor.
- Cum depinde randamentul planului de valoarea unghiului de înclinare?
- Cum depinde randamentul planului de valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre suprafețele aflate în contact?

Puterea

Două sisteme fizice *diferite* (de exemplu, două motoare) pot efectua într-un anumit interval de timp *lucruri mecanice diferite*. Pentru a caracteriza rapiditatea cu care un sistem fizic efectuează sau absoarbe lucru mecanic se introduce noțiunea de *putere*.

Definiție: Se numește ***putere medie*** în intervalul de timp Δt mărimea fizică scalară P definită de relația:

$$P = \frac{L}{\Delta t},$$

unde L este lucrul mecanic efectuat în intervalul de timp Δt.

Din relația de definiție se obține:

$$[P]_{SI} = \frac{[L]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}} = \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{s}} = 1\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\,\text{W}.$$

Definiție: 1 *watt* este puterea unui sistem fizic care efectuează un lucru mecanic de 1 joule în timp de o secundă.

Exercițiul 3.1.6

O ladă de masă m este trasă pe un plan înclinat de unghi α și de lungime d. Coeficientul de frecare ladă - plan este μ. Aflați: a) lucrul mecanic L necesar pentru urcarea lăzii pe planul înclinat; b) puterea P a unui motor care ridică lada pe planul înclinat în timpul t.

Aplicație: $m = 500$ kg; $\alpha = 30°$; $d = 10$m; $\mu = 0{,}3$; $t = 30$ s.

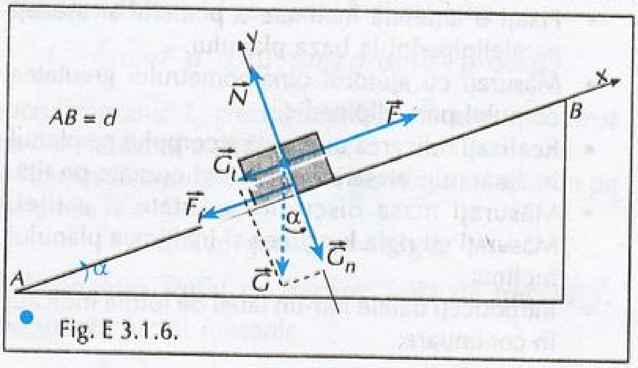


Fig. E 3.1.6.

Soluție:

a) $Ox: F - \mu N - mg\sin\alpha = 0;$
$Oy: N - mg\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow F = mg\cdot(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$L = F\cdot d \Rightarrow L = mgd\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 37{,}24$ kJ.

b) $P = \dfrac{L}{t} = \dfrac{37{,}24\text{ kJ}}{30\text{ s}} = 1{,}24\text{ kW}$.

Exercițiul 3.1.7

Arătați că puterea medie poate fi scrisă în forma $P_m = \vec{F}\cdot\vec{v}_m$, unde $\vec{v}_m$ este viteza medie cu care se deplasează punctul de aplicație al forței.

Soluție:

$$P_m = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F}\cdot\vec{d}}{\Delta t} = \frac{F\cdot d\cos\alpha}{\Delta t} = F\cdot\left(\frac{d}{\Delta t}\right)\cos\alpha = F\cdot v_m\cdot\cos\alpha = \vec{F}\cdot\vec{v}_m.$$

3.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material

a. Energia cinetică

Definiție: Se numește ***energie cinetică*** a unui corp de masă m, aflat în mișcare de translație cu viteza $\vec{v}$ în raport cu un sistem de referință inerțial, mărimea fizică scalară E_c definită de relația:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Din relația de definiție se obține unitatea de măsură a energiei cinetice:

$$[E_c]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [v]_{SI}^2 = 1\,\text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{m} = 1\,\text{N}\cdot 1\,\text{m} = 1\,\text{J}.$$

Observații:

1) Energia cinetică este o ***mărime fizică de stare***, spre deosebire de lucrul mecanic care este o ***mărime fizică de proces***.

2) *Energia cinetică are un caracter relativ*: ea este definită *relativ* la un sistem de referință inerțial dat; alegând un alt sistem de referință inerțial, corpul va avea, în general, o altă viteză, deci o altă energie cinetică.

Racheta din fig. 3.2.1 are energia cinetică nenulă față de pământ iar față de ea însăși energia cinetică este zero.

3) Folosind definiția: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ a impulsului se poate obține ușor următoarea expresie a energiei cinetice:

$$E_c = \frac{p^2}{2m}.$$

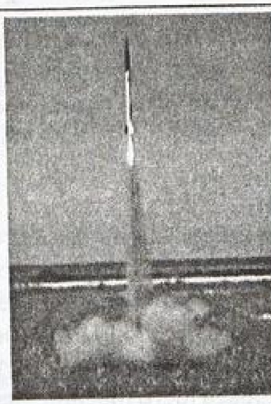


Fig. 3.2.1.

Exercițiul 3.2.1.

Un cub de masă m și latură L este tras pe un plan orizontal, plecând din repaus, de forța orizontală $\vec{F}$. Coeficientul de frecare corp-plan este μ. Aflați: a) densitatea corpului, ρ; b) accelerația corpului, a; c) energia cinetică E_c a corpului după timpul τ.

Aplicație: m = 4 kg; d = 20 cm; d = 20 cm; F = 10 N; m = 0,1; τ = 20 s; g = 10 m/s²

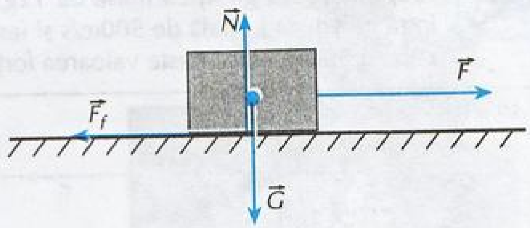


Fig. E 3.2.1.

Soluție:

a) $\rho = \dfrac{m}{V} \Rightarrow \rho = \dfrac{m}{L^3} = \dfrac{4\,\text{kg}}{8\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} = 0{,}5\cdot 10^3\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 500\,\text{kg/m}^3$;

b) $F - \mu mg = ma \Rightarrow a = \dfrac{F}{m} - \mu g = \dfrac{10\,\text{N}}{4\,\text{kg}} - 0{,}1\cdot 10\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2{,}5\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0{,}1\cdot 10\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1{,}5\,\text{m/s}^2$;

c) $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2}ma^2\tau^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 4\,\text{kg}\cdot 2{,}25\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}^4}\cdot 400\,\text{s}^2 = 1800\,\text{J}.$

b. Teorema variației energiei cinetice a punctului material

Considerăm un punct material în mișcare rectilinie uniform accelerată sub acțiunea unei forțe constante $\vec{F}$. Presupunem că, în timp ce punctul material se deplasează pe distanța d, viteza sa crește de la o valoare inițială v_i la o valoare finală v_f. Ecuația lui Galilei se scrie în acest caz în forma:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \cdot d\ .$$

Dar, conform principiului II al mecanicii $F = m \cdot a$ sau $a = F/m$. Atunci:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = F \cdot d\ .$$

Semiprodusele de forma $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ reprezintă energia cinetică a punctului material în stările inițială și finală, iar produsul $F \cdot d$ este lucrul mecanic L_{if} efectuat de forța $\vec{F}$ la deplasarea corpului pe distanța d. Deci:

$$E_{cf} - E_{ci} = L_{if}\ .$$

Putem acum să enunțăm ***teorema variației energiei cinetice a punctului material.***

Enunț: Variația energiei cinetice a unui punct material care se deplasează în raport cu un sistem de referință inerțial este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă care acționează asupra punctului material în timpul acestei variații:

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = L_{if}\ .$$

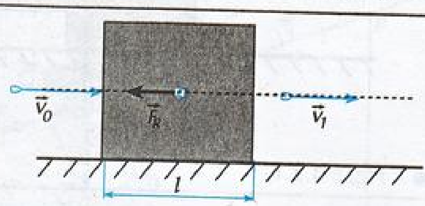
Observații:

1) Din expresia matematică a teoremei variației energiei cinetice rezultă că, atunci când asupra unui corp acționează o forță motoare (care efectuează un lucru mecanic pozitiv), energia cinetică a corpului crește. Atunci când asupra acestuia acționează o forță rezistentă (care efectuează lucru mecanic negativ) energia cinetică a corpului scade. *Capacitatea unui sistem fizic de a efectua lucru mecanic este caracterizată cantitativ de o mărime fizică numită* ***energie***. Energia cinetică este acea parte a energiei corpului datorată mișcării sale.

2) Conform teoremei variației energiei cinetice ***lucrul mecanic este o mărime fizică de proces***: sistemul fizic considerat schimbă lucru mecanic cu exteriorul atunci când trece din starea inițială de viteză $\vec{v}_i$ în starea finală de viteză $\vec{v}_f$.

Exercițiul 3.2.2

Un cub de lemn cu latura de 20cm este străpuns de un glonț cu masa de 12g, care intră cu viteza inițială de 500m/s și iese din cub cu 300m/s. Care este valoarea forței de rezistență a cubului dacă tragerea se face pe direcție orizontală?



• Fig. E 3.2.2.

Soluție:

În cazul glonțului care traversează orizontal cubul se poate aplica teorema de variație a energiei cinetice:

$$\Delta E_C = L_{if}$$

unde $\Delta E_C = -\frac{m\left(v_0^2 - v_1^2\right)}{2}$ și $L_{if} = -F_R \cdot l$,

deoarece rezultanta forțelor exercitate asupra glonțului în timpul acestei variații este forța de rezistență a cubului F_R:

Rezultă că: $F_R = \frac{m\left(v_0^2 - v_1^2\right)}{2l} = 4{,}8\ \text{kN}$.

3.3. Energia potențială gravitațională și *elastică

3.3.1. Energia potențială în câmp gravitațional uniform

Fie un corp plasat în câmp gravitațional, în imediata vecinătate a suprafeței Pământului. Fie un corp de masă m care, sub acțiunea greutății sale $G = mg$, cade de la înălțimea inițială h_i la o înălțime finală h_f (fig. 3.3.1).

Acea energie care depinde de poziția corpului în câmp și care este datorată acțiunii câmpului gravitațional asupra corpului considerat se numește ***energie potențială gravitațională*** a corpului respectiv. ***Ea este o mărime fizică de stare.***

Prin definiție:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = -L_{if}\ ,$$

unde L_{if} este lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la trecerea din starea inițială (corpul aflat la înălțimea h_i față de nivelul de referință ales: $h_{ref} = 0$, fig. 3.3.1) în starea finală (corpul aflat la înălțimea h_f).

Folosind în această relație de definiție expresia lucrului mecanic al forței de greutate, obținem relația $E_{pf} - E_{pi} = mg \cdot (h_i - h_f)$, de unde rezultă că:

$$E_{pf} - mgh_f = E_{pi} - mgh_i = \text{constant.}$$

Deci, pentru o înălțime h oarecare avem:

$$E_p(h) = mgh + \text{constantă.}$$

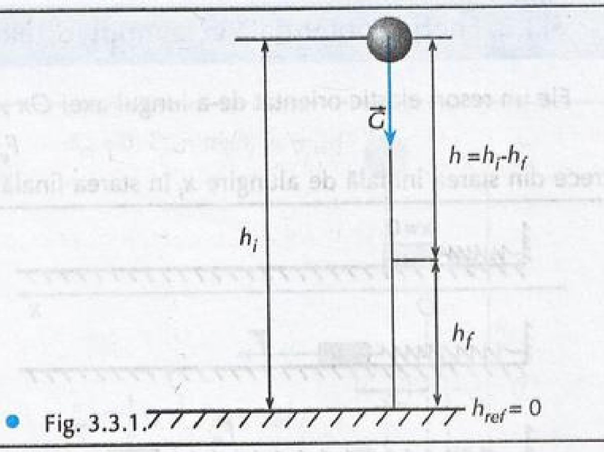


Fig. 3.3.1.

Conform definiției, prin lucrul mecanic se pot determina numai variații ale energiei potențiale. Rezultă atunci că energia potențială nu poate fi determinată exact, ci numai până la o constantă aditivă, ca în relația de mai sus. Determinarea acestei constante se face folosind convenția de mai jos.

Convenție: Energia potențială a punctului material este nulă la $h = 0$: $E_p(h = 0) = 0$.

Cu această convenție se obține, în final, pentru energia potențială a punctului material în câmp gravitațional, expresia

$$E_p(h) = mgh,$$

unde h este înălțimea la care se află punctul material față de nivelul de referință, ales convențional ca având $h_{ref} = 0$.

Masa de apă din fig, 3.3.2 efectuează lucru mecanic în timpul căderii sale și ar putea antrena paletele unei turbine aflate la baza cascadei.

Conurile grele cu care este echipat ceasul din fig. 3.3.3 sunt ridicate la înălțime maximă față de sol și apoi coboară treptat pentru a antrena mecanismul de roți dințate al ceasului.

În exemplele anterioare au apărut corpuri capabile să efectueze lucru mecanic prin modificarea poziției lor față de sol, deci corpuri care au energie potențială gravitațională.

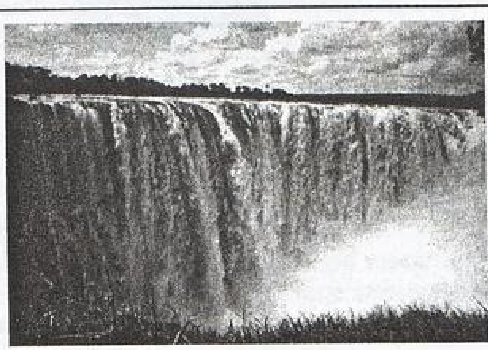


Fig. 3.3.2.

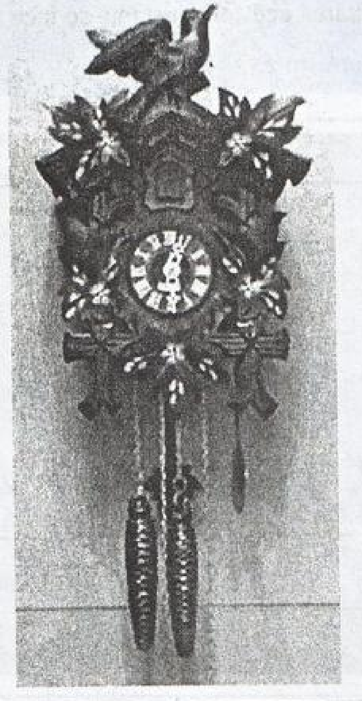


Fig. 3.3.3.

3

3.3.2. Energia potențială în câmpul forțelor elastice*

Fie un resort elastic orientat de-a lungul axei Ox și care, sub acțiunea forței elastice,

$$F_e(x) = -k \cdot x$$

trece din starea inițială de alungire x_i în starea finală de alungire x_f (fig. 3.3.4).

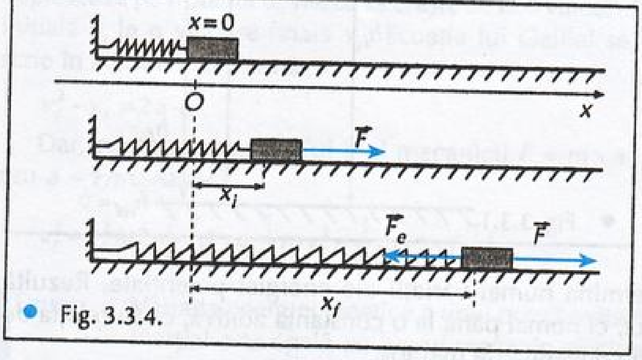


Fig. 3.3.4.

Acea energie care depinde de poziția punctului material în câmp și deci de deformarea resortului și care este datorată interacțiunii punctului material cu câmpul forțelor elastice se numește ***energie potențială a punctului material în câmpul forțelor elastice. Ea este o mărime fizică de stare.***

Prin definiție:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = -L_{if},$$

unde L_{if} este lucrul mecanic efectuat de forța elastică la trecerea punctului material din starea inițială (de alungire x_i a resortului) în starea finală (de alungire x_f a resortului).

Folosind în această relație de definiție expresia lucrului mecanic al forței elastice, obținem relația:

$E_{pf} - E_{pi} = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$, de unde rezultă că $E_{pf} - \frac{1}{2}kx_f^2 = E_{pi} - \frac{1}{2}kx_i^2 = \text{constant}.$

Deci, pentru o deformare x oarecare (alungire sau comprimare) avem:

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \text{constantă}.$$

Conform definiției, prin lucrul mecanic se pot determina numai variații ale energiei potențiale. Rezultă atunci că energia potențială nu poate fi determinată exact, ci numai până la o constantă aditivă, ca în relația de mai sus. Fixarea acestei constante se face folosind următoarea convenție.

Convenție:

Energia potențială a punctului material este nulă la alungire nulă $x = 0$: $E_p(x = 0) = 0$.

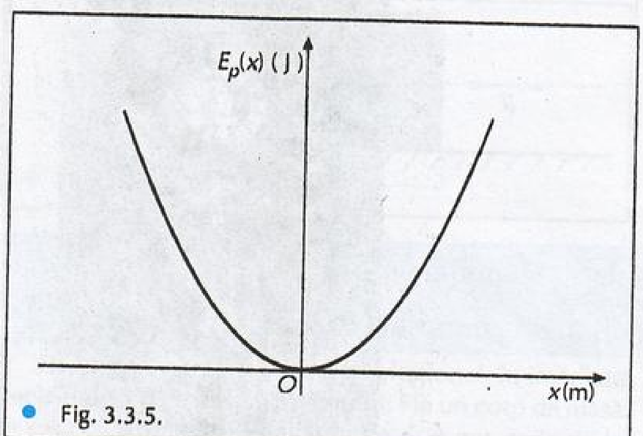


Fig. 3.3.5.

Cu această convenție se obține, în final, pentru energia potențială a punctului material în câmpul forțelor elastice, expresia:

$$E_p(x) = \frac{1}{2}k \cdot x^2.$$

Energia potențială elastică $E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$ se reprezintă grafic sub forma unei parabole având vârful (minimul) în punctul (0, 0) (fig. 3.3.5).

3.4. Legea conservării energiei mecanice

Considerăm un corp aflat în mişcare sub acţiunea unui câmp conservativ de forţe. Presupunem că sistemul format din corpul considerat şi din corpurile surse ale câmpului este izolat. În starea iniţială *i* corpul are energia cinetică E_{ci} şi energia potenţială E_{pi}, iar ulterior, în starea finală *f*, are energia cinetică E_{cf} şi energia potenţială E_{pf}.

Conform teoremei variaţiei energiei cinetice $L_{if} = E_{cf} - E_{ci}$ iar, conform definiţiei energiei potenţiale, $E_{pf} - E_{pi} = - L_{if}$. Atunci $E_{cf} - E_{ci} = E_{pi} - E_{pf}$, de unde rezultă:

$$E_{cf} + E_{pf} = E_{ci} + E_{pi} = \text{constant.}$$

Exemplificare (fig. 3.4.1):

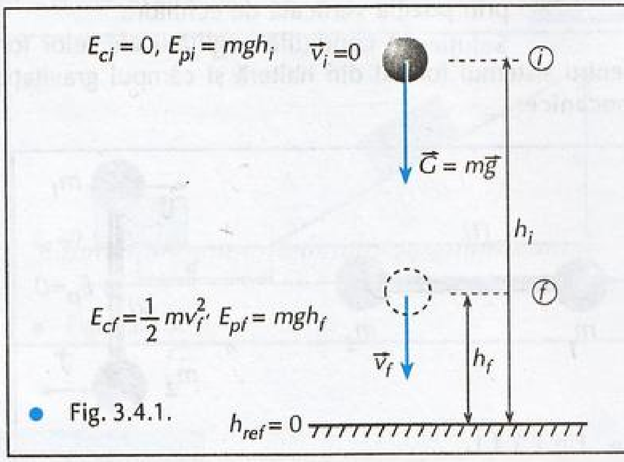


Fig. 3.4.1.

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = L_{if} = mg\cdot(h_i - h_f)$$
$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = mg\cdot(h_f - h_i) = - L_{if}$$
$$\Rightarrow E_{cf} - E_{ci} = -(E_{pf} - E_{pi}) \Rightarrow E_{cf} + E_{pf} = E_{ci} + E_{pi}.$$

În concluzie, în timpul modificării configuraţiei unui sistem fizic izolat, în care acţionează numai forţe conservative, suma $E = E_c + E_p$, numită ***energie mecanică*** a sistemului, rămâne constantă, adică se conservă.

Observaţie:

Ca şi energiile cinetică E_c şi potenţială E_p şi energia mecanică *E*, sumă a lor, este *o mărime fizică de stare.* Se poata formula atunci ***legea de conservare a energiei mecanice***.

Enunţ: Într-un câmp conservativ de forţe energia mecanică $E = E_c + E_p$ a unui sistem izolat este constantă, deci se conservă.

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ

Verificarea experimentală a legii conservării energiei mecanice

3

Utilizaţi un pendul gravitaţional simplu suspendat pe aceeaşi tijă cu o bară gradată ca în fig. AE 3.4.1. Puneţi pendulul în mişcare de oscilaţie în jurul poziţiei de echilibru (firul vertical). Priviţi cu atenţie poziţiile în care se opreşte firul în dreptul barei gradate atunci când amplitudinea unghiulară este maximă, de o parte şi de alta a poziţiei verticale. Veţi constata că firul se opreşte în dreptul aceloraşi diviziuni. În aceste stări pendulul are numai energie potenţială gravitaţională dependentă de inălţimea la care se ridică bila faţă de poziţia de echilibru. Deci coincidenţa diviziunilor indicate demonstrează că valorile energiilor din aceste stări sunt egale. În condiţiile neglijării efectelor forţelor de rezistenţă la înaintarea prin aer energia mecanică a unui sistem izolat în care acţionează forţe conservative este constantă.

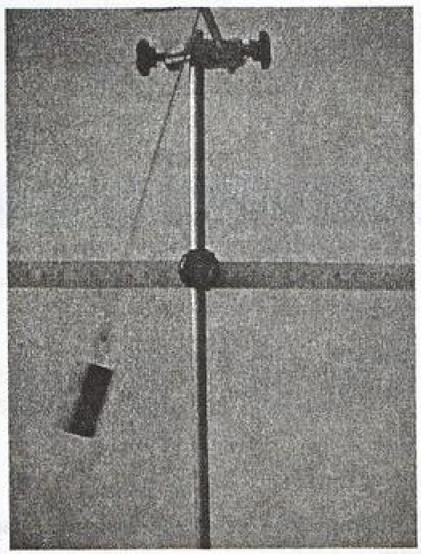


Fig. AE 3.4.1.

Exercițiul 3.4.1. O halteră cu masa neglijabilă de lungime 1m este mobilă , fără frecări, se poate roti în jurul unui ax ce trece prin mijlocul său. La extremitățile barei se află 2 bile de mase 400 g, respectiv 100g. Bara este lăsată liberă din poziția orizontală. Calculați viteza bilelor la trecerea barei prin poziția verticală de echilibru.

Soluție: În condițiile neglijării efectelor forțelor de frecare și de rezistență la înaintarea prin aer, pentru sistemul format din halteră și câmpul gravitațional terestru se poate aplica legea conservării energiei mecanice:

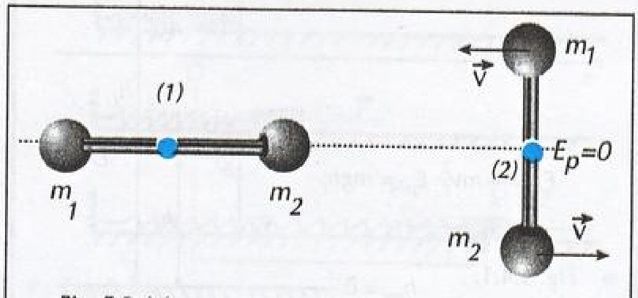


Fig. E 3.4.1.

$$E_{c1}+E_{p1}=E_{c2}+E_{p2}$$

În starea 1 haltera este în poziția orizontală, iar în starea 2 este în poziție verticală. Nivelul de energie potențială gravitațională zero va fi ales în starea 1. Deci energia mecanică în starea 1 are valoarea 0. În starea 2 ambele bile au viteza v și energia mecanică va fi:

$E_2=(m_1+m_2)\,v^2/2-m_1gl+m_2gl$

$0=(m_1+m_2)\,v^2/2-m_1gl+m_2gl$

Rezultă:

$v=[gl(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]^{1/2}=\sqrt{6}$ m/s.

Exercițiul 3.4.2.*

Un pendul simplu gravitațional are lungimea de suspensie L și masa bilei m. Când bila trece prin poziția de echilibru tensiunea din firul de suspensie are valoarea T. Aflați de la ce înălțime h coboară bila pendulului.

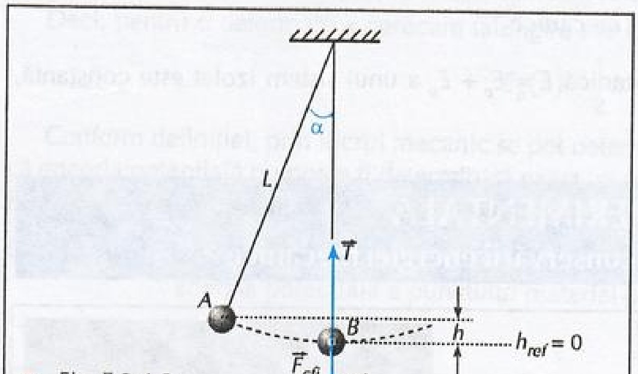


Fig. E 3.4.2.

Aplicație: L = 60 cm; m = 400 g; T = 4N.

Soluție: În SRN aflat în rotație solidar cu bila, aceasta este în repaus. Deci $\vec{T}+\vec{G}+\vec{F}_{cfi}=0$. De aici rezultă că $m\dfrac{v^2}{L}+mg=T \Rightarrow mv^2+mgL=TL \Rightarrow v^2=\dfrac{TL}{m}-gL$

$$E_A=E_B \Rightarrow E_{pA}=E_{cB} \Rightarrow h=\frac{TL}{2mg}-\frac{L}{2} \Rightarrow h=\frac{L}{2}\left(\frac{T}{mg}-1\right)$$

$$h=\frac{0{,}6}{2}\left(\frac{4\,\mathrm{N}}{0{,}4\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}-1\right)=0{,}006\,\mathrm{m}=6\mathrm{mm}.$$

3.4.1. Teorema de variație a energiei mecanice

Când în sistemul mecanic izolat acționează și forțe neconservative, energia mecanică are valori diferite de la o stare la alta, deci nu se mai conservă.

Enunț:
Într-un câmp de forțe conservative, în care acționează și forțe neconservative, variația energiei mecanice $E=E_C+E_P$ a unui sistem izolat este egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele neconservative:

$$\Delta E = L_{neconservativ}$$

Forțele de frecare acționează în sensul micșorării energiei sistemului, iar forțele de tracțiune în sensul măririi sale.

Exercițiul 3.4.3. O sanie cu masa de 20 kg coboară liber 20m pe un deal înalt de 10m, apoi continuă să alunece pe o porțiune orizontală parcurgând până la oprire distanța de 20m. Calculați valoarea coeficientului de frecare la alunecare între sanie și planul înclinat.

Soluție: Pentru sistemul format din sanie și câmpul gravitațional terestru se aplică teorema variației energiei mecanice: $\Delta E = L_{Ff1} + L_{Ff2}$

Considerând nivelul zero de energie potențială la baza dealului:

$\Delta E = 0 - mgh$, $L_{Ff1} = -\mu mgl\cos\alpha$; $L_{Ff2} = -\mu mgd$

Rezultă: $0 - mgh = -\mu mgl\cos\alpha - \mu mgd$

De unde:

$\mu = h/(l\cos\alpha + d)$

$\mu = 0,26.$

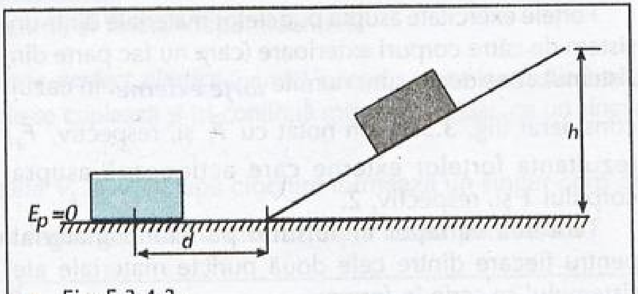


Fig. E 3.4.3.

3.5. Teorema variației impulsului pentru punctul material* Legea conservării impulsului*

Definiție: Se numește ***impuls al forței*** mărimea fizică vectorială $\vec{H}$ definită de relația:

$$\vec{H} = \vec{F}_m \cdot \Delta t \,,$$

unde $\vec{F}_m$ este forța medie. Conform definiției de mai sus $[H]_{SI} = \text{N} \cdot \text{s}$.

Din expresia matematică generală a principiului II, $\vec{F}_m = \dfrac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, se obține ***teorema variației impulsului pentru punctul material***.

Enunț: Variația impulsului punctului material în intervalul de timp Δt este egală cu impulsul forței medii aplicate punctului material în acest interval de timp:

$$\Delta \vec{p} = \vec{H} \quad \left(= \vec{F}_m \cdot \Delta t\right).$$

Dacă un punct material este izolat ($\vec{F} = 0$) variația de impuls va fi nulă ($\Delta \vec{p} = 0$), deci impulsul $\vec{p} = m\vec{v}$ va fi constant. Se obține astfel ***legea conservării impulsului***.

Enunț: Impulsul punctului material izolat se conservă în sistemele de referință inerțiale.

Observație:
Legea conservării impulsului punctului material este o consecință directă a teoremei variației impulsului.

Considerăm un sistem format din două puncte materiale de mase m_1 și m_2 aflate în interacțiune (fig. 3.5.1). Corpul 1 acționează asupra corpului 2 cu forța $\vec{F}_{12}$, iar corpul 2 reacționează asupra corpului 1 cu forța $\vec{F}_{21}$. Conform principiului III al mecanicii

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}, \quad \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0\,.$$

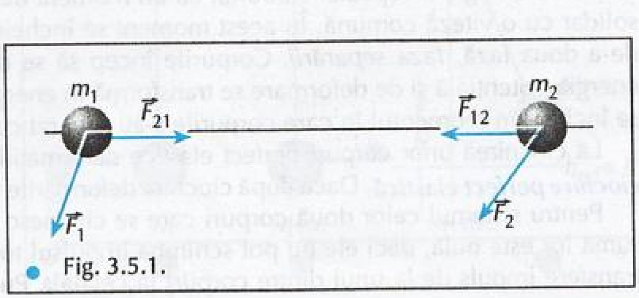


Fig. 3.5.1.

Forțele exercitate de punctele materiale din sistem, unul asupra altuia, se numesc ***forţe interne***.

Suma forţelor interne dintr-un sistem de puncte materiale este întotdeauna zero (ca urmare a principiului acţiunii şi reacţiunii).

Forţele exercitate asupra punctelor materiale dintr-un sistem de către corpuri exterioare (care nu fac parte din sistemul considerat) sunt numite ***forţe externe***. În cazul considerat (fig. 3.5.1) am notat cu $\vec{F}_1$ şi, respectiv, $\vec{F}_2$ rezultanta forţelor externe care acţionează asupra corpului 1 şi, respectiv, 2.

Teorema variaţiei impulsului punctului material pentru fiecare dintre cele două puncte materiale ale sistemului se scrie în forma:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_{21})\cdot\Delta t=\Delta p_1,\ (\vec{F}_2+\vec{F}_{12})\cdot\Delta t=\Delta p_2.$$

Adunând aceste două relaţii şi observând că $\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}=0$ găsim:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2)\cdot\Delta t=\Delta\vec{p}_1+\Delta\vec{p}_2.$$

$\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}_{ext}$ este rezultanta forţelor externe care acţionează asupra sistemului de puncte materiale, iar $\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{P}$ este impulsul total al sistemului. Atunci relaţia precedentă se rescrie în forma $\vec{F}_{ext}\cdot\Delta t=\Delta\vec{P}$.

Putem acum enunţa ***teorema variaţiei impulsului pentru un sistem de două puncte materiale***.

Enunţ: Variaţia impulsului total al unui sistem de două puncte materiale în intervalul de timp Δt este egală cu impulsul rezultantei forţelor externe aplicate sistemului în acest interval de timp:

$$\Delta\vec{P}=\vec{F}_{ext}\cdot\Delta t.$$

Dacă sistemul de două puncte materiale considerat este izolat $(\vec{F}_{ext}=0)$ variaţia impulsului total al sistemului este nulă $(\Delta\vec{P}=0)$, deci impulsul total al sistemului $\vec{P}=\vec{p}_1+\vec{p}_2$ va fi constant. Se obţine astfel ***legea conservării impulsului*** pentru un sistem de două puncte materiale.

Enunţ: Impulsul total al unui sistem izolat de două puncte materiale se conservă (în sisteme de referinţe inerţiale).

Observaţie:
Legea conservării impulsului pentru un sistem de două puncte materiale este o consecinţă directă a teoremei variaţiei impulsului.

Legea conservării impulsului are o serie de aplicaţii importante cum sunt cele legate de centrul de masă şi de ciocnirea corpurilor. Aceste probleme vor fi studiate în continuare.

3

3.5.1. Ciocniri*

Definiţie: Se numeşte ***ciocnire*** a două sau mai multe corpuri un proces de interacţiune care durează un timp finit, astfel încât atât înainte, cât şi după ciocnire corpurile nu interacţionează.

Descriere: Imediat ce corpurile vin în contact începe frânarea lor reciprocă, bruscă, şi deformarea lor. Energia cinetică de mişcare relativă a unui corp faţă de celălalt se transformă în energie potenţială de deformare şi în alte forme de energie (în special căldură). La un moment dat această transformare este completă. Corpurile se mişcă solidar cu o viteză comună. În acest moment se încheie prima fază a ciocnirii, *faza comprimării,* şi începe cea de-a doua fază, *faza separării*. Corpurile încep să se depărteze unul de altul, tind să revină la forma iniţială, energia potenţială şi de deformare se transformă în energie cinetică de mişcare relativă a corpurilor. Această fază se încheie în momentul în care corpurile s-au separat complet.

La ciocnirea unor corpuri perfect elastice deformaţiile dispar complet după ciocnire şi ciocnirea este numită ***ciocnire perfect elastică***. Dacă după ciocnire deformările nu dispar complet, ciocnirea este numită ***ciocnire plastică***.

Pentru sistemul celor două corpuri care se ciocnesc forţele care apar în procesul ciocnirii sunt forţe interne, suma lor este nulă, deci ele nu pot schimba impulsul total al sistemului care rămâne constant. Ele pot numai să transfere impuls de la unul dintre corpuri la celălalt. Putem atunci formula ***legea generală a ciocnirilor***.

Enunț: Suma vectorială a impulsurilor corpurilor imediat înainte de ciocnire este egală cu suma vectorială a impulsurilor lor imediat după ciocnire:

$$\vec{p}_{1i}+\vec{p}_{2i}=\vec{p}_{1f}+\vec{p}_{2f}\,.$$

Indicii i și f se referă la starea inițială (înainte de ciocnire) și finală (după ciocnire).

Vom considera mai întâi cazul *ciocnirii plastice*. **Ciocnirea perfect plastică** (numită uneori și *total neelastică*) este acel caz particular de ciocnire în care, prin ciocnire, corpurile se cuplează și își continuă mișcarea solidar, ca un singur corp.

Fie două corpuri de mase m_1 și m_2 în mișcare cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$. După ciocnire formează un singur corp de masă $m_1 + m_2$ care are viteza $\vec{u}$ (fig. 3.5.2). În acest caz legea generală a ciocnirilor ia forma particulară

$$m_1\cdot\vec{v}_1+m_2\cdot\vec{v}_2=(m_1+m_2)\cdot\vec{u}\,,$$

de unde:

$$\vec{u}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

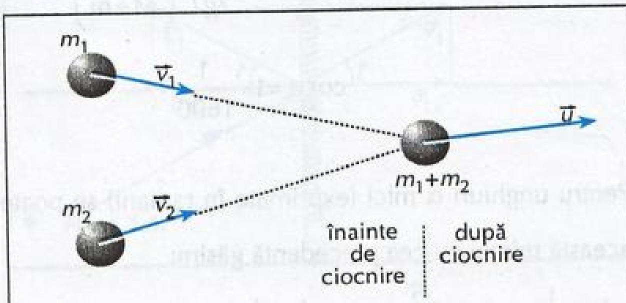


Fig. 3.5.2.

Observație: Pentru rezolvare se proiectează această relație vectorială pe axele SRI considerat. Se pot întâlni două cazuri concrete. În primul caz $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ au aceeași direcție. Se alege atunci SRI astfel încât axa Ox să coincidă cu direcția celor două viteze. Acestea vor avea proiecții nenule numai pe axa Ox și se va obține o singură ecuație pentru proiecții. Acesta este cazul unidimensional. Al doilea caz este cel al ciocnirii în plan, ilustrat în fig. 3.5.2. În acest caz, prin proiectarea relației vectoriale precedente pe axele SRI ales se obțin două ecuații pentru proiecții deoarece vitezele au, în general, proiecții nenule pe ambele axe ale SRI.

În ciocnirea perfect plastică o parte din energia cinetică a corpurilor se transformă în căldură. Căldura Q degajată la ciocnirea perfect elastică este dată de relația:

$$Q=E_{cf}-E_{ci}=\frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2-\left(\frac{1}{2}m_1\cdot v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2\right).$$

Folosind aici expresia de mai sus a vitezei $\vec{u}$ și efectuând calculele se obține:

$$Q=-\frac{1}{2}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2\,.$$

Observație: Deoarece $E_{cf}<E_{ci}$ căldura Q este întotdeauna negativă, ceea ce arată că sistemul considerat pierde energie.

Exercițiul 3.5.1. Un corp de masă M = 20 kg este suspendat de tavan printr-un fir ideal de lungime L = 5 m. De corpul M se ciocnește perfect plastic un corp de masă m = 10 g având viteza orizontală v = 500 m/s. Aflați unghiul maxim de deviere α după ciocnire.

Soluție: În figura E 3.5.1 sunt ilustrate trei situații definitorii ale ciocnirii: situația imediat înainte de ciocnire (a), situația imediat după ciocnire (b) și situația finală (c) în care corpul a urcat până la o înălțime maximă h (unde se oprește și pornește înapoi). Trecerea de la situația (a) la (b) corespunde ciocnirii plastice: $m\cdot\vec{v}+M\cdot 0=(M+m)\cdot\vec{u}$. Proiectând această relație pe axa Ox obținem:

$$mv=(M+m)u\Rightarrow u=\frac{m}{M+m}\cdot v\,.$$

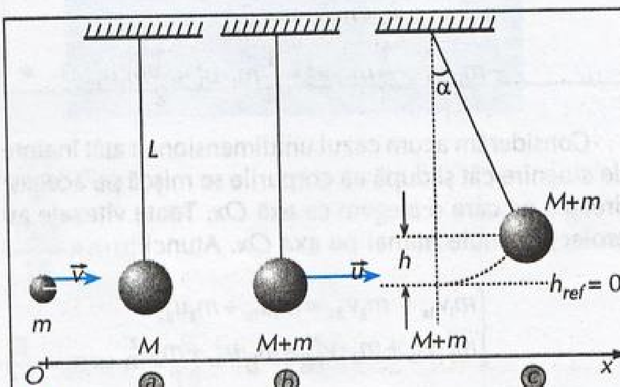


Fig. E 3.5.1.

Trecerea de la situația (b) la (c) este o mișcare în câmp gravitațional uniform (conservativ). Folosim legea conservării energiei:

$$E_b = E_c \Rightarrow E_{b,cin} + E_{b,pot} = E_{c,cin} + E_{c,pot} \Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)u^2 + (M+m)g\cdot 0 =$$

$$= \frac{1}{2}(M+m)\cdot 0 + (M+m)gh \Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)u^2 = (M+m)g\cdot L(1-\cos\alpha) \Rightarrow$$

$$u^2 = 2gL(1-\cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{u^2}{2gL} \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2gL}\cdot\left(\frac{m\cdot v}{M+m}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 5m}\cdot\left(\frac{10^{-2}\,kg\cdot 500\frac{m}{s}}{20{,}01kg}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{1}{1600}.$$

Pentru unghiuri α mici (exprimate în radiani) se poate folosi aproximația $\cos\alpha \approx 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$ $(|\alpha| << 1)$. Comparând această relație cu cea precedentă găsim:

$$\alpha^2 = \frac{1}{800} \Rightarrow \alpha = \frac{\sqrt{2}}{40} \text{ radiani } (\approx 2^\circ).$$

Considerăm acum cazul *ciocnirii perfect elastice,* în care deformările corpurilor dispar complet după ciocnire.

Definiție: Se numește ***ciocnire perfect elastică*** acea ciocnire în care energia cinetică a corpurilor se conservă:

$$E_{c1i} + E_{c2i} = E_{c1f} + E_{c2f}.$$

Indicii *i* și *f* se referă la starea inițială (înainte de ciocnire) și finală (după ciocnire).

Fie două corpuri de mase m_1 și m_2 în mișcare cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$. După ciocnire corpurile au vitezele $\vec{u}_1$ și $\vec{u}_2$. Se scriu cele două legi ale ciocnirii elastice – legea conservării impulsului și legea conservării energiei cinetice:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2;$$

$$\frac{1}{2}m_1\cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\cdot v_2^2 = \frac{1}{2}m_1\cdot u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2.$$

Considerăm acum cazul unidimensional: atât înainte de ciocnire cât și după ea corpurile se mișcă pe aceeași dreaptă pe care o alegem ca axă *Ox*. Toate vitezele au proiecții nenule numai pe axa *Ox*. Atunci:

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} \\ m_1\cdot v_{1x}^2 + m_2\cdot v_{2x}^2 = m_1\cdot u_{1x}^2 + m_2 u_{2x}^2, \end{cases}$$

deci:

$$\begin{cases} m_1\cdot(v_{1x} - u_{1x}) = m_2\cdot(u_{2x} - v_{2x}) \\ m_1\cdot(v_{1x}^2 - u_{1x}^2) = m_2\cdot(u_{2x}^2 + v_{2x}^2). \end{cases}$$

Împărțind, membru cu membru, a doua ecuație la prima obținem:

$$v_{1x} + u_{1x} = u_{2x} + v_{2x}.$$

Din această ecuație și din ecuația pentru impuls găsim:

$$u_{1x} = 2\cdot\frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} - v_{1x},$$

$$u_{2x} = 2\cdot\frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} - v_{2x}.$$

Un caz particular al ciocnirii perfect elastice este *ciocnirea cu un perete.* Prin **ciocnirea unui corp cu un perete** se înțelege ciocnirea corpului considerat (de masă m) cu un altul de masă mult mai mare ($M >> m$, m/M = neglijabil). Luând în relațiile precedente $m_1 = m$, $m_2 = M$, obținem:

$$u_{1x} = 2\cdot\frac{\frac{m}{M}\cdot v_{1x} + v_{2x}}{\frac{m}{M}+1} - v_{1x}\,,\ u_{2x} = 2\cdot\frac{\frac{m}{M}\cdot v_{1x} + v_{2x}}{\frac{m}{M}+1} - v_{2x}\,.$$

Deoarece m/M este neglijabil, rezultă relațiile:

$$u_{1x} = 2v_{2x} - v_{1x},\ u_{2x} = v_{2x}\,.$$

Din a doua relație se vede că viteza peretelui nu se schimbă prin ciocnire. Să presupunem în plus că peretele este în repaus; $v_{2x} = 0$. Atunci $u_{2x} = 0$, deci el rămâne în repaus și $u_{1x} = -v_{1x}$. Deci: după ciocnire corpul care a lovit frontal peretele are o viteză $\vec{u}_1$ egală în modul cu viteza dinaintea ciocnirii, $u_1 = v_1$, dar opusă ca sens (fig. 3.5.3).

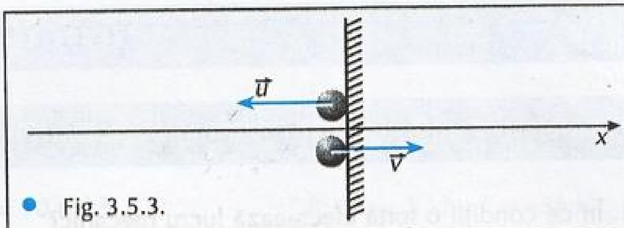


Fig. 3.5.3.

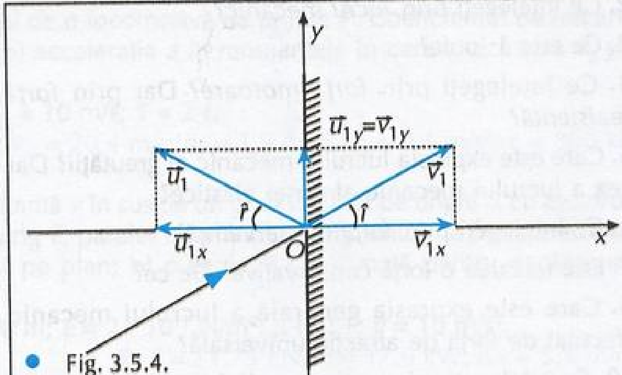


Fig. 3.5.4.

În cazul plan ($\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ nu au aceeași direcție) pentru rezolvare se proiectează ecuația impulsului pe cele două axe ale SRI considerat. De exemplu, în cazul ciocnirii oblice cu un perete, se descompune viteza $\vec{v}_1$ a corpului în două componente: $\vec{v}_{1x}$ perpendiculară pe perete și $\vec{v}_{1y}$ paralelă cu peretele (fig. 3.5.4). Pentru $\vec{v}_{1x}$ sunt aplicabile rezultatele ciocnirii frontale discutate mai sus, iar $\vec{v}_{1y}$ nu este afectat de ciocnire. Rezultă atunci că la ciocnirea oblică corpul suferă o reflexie, unghiul de reflexie $\hat{r}$ fiind egal cu unghiul de incidență $\hat{i}$: $\hat{r} = \hat{i}$ (fig. 3.5.4).

Exercițiul 3.5.2. Un corp de masă $M = 15$ g ciocnește perfect elastic un corp de masă necunoscută m, aflat în repaus și continuă să se miște pe aceeași direcție și în același sens cu a 4-a parte din viteza inițială. Aflați masa m.

Soluție: În acest caz (fig. E. 3.5.2) legile ciocnirii elastice iau forma:

$$\begin{cases} M\vec{v}_1 = M\cdot\dfrac{\vec{v}_1}{4} + m\vec{u}_2 \\ Mv_1^2 = M\cdot\dfrac{v_1^2}{16} + mu_2^2. \end{cases}$$

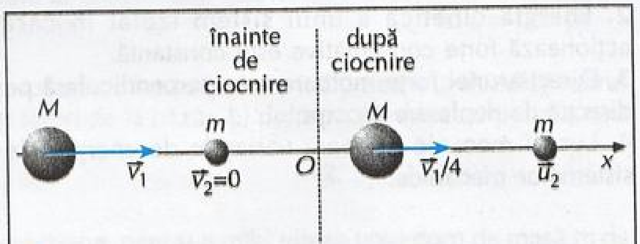


Fig. E 3.5.2.

Proiectând prima relație pe axa Ox obținem:

$$\begin{cases} Mv_1 = M\cdot\dfrac{v_1}{4} + mu_2 \\ Mv_1^2 = M\cdot\dfrac{v_1^2}{16} + mu_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\dfrac{3v_1}{4} = mu_2 \\ M\cdot\dfrac{15v_1^2}{16} = mu_2^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M^2\cdot\dfrac{9v_1^2}{16} = m^2u_2^2 \\ M\cdot\dfrac{15v_1^2}{16} = mu_2^2 \end{cases} \Rightarrow M\cdot\frac{9}{15} = m \Rightarrow m = \frac{9}{15}\cdot 15\,\mathrm{g} = 9\,\mathrm{g}.$$

ACTIVITĂȚI DE EVALUARE

Formulați răspunsuri pentru următoarele întrebări:

1. În ce condiții o forță efectuează lucru mecanic?
2. Ce înțelegeți prin *lucru mecanic?*
3. Ce este 1 Joule?
4. Ce înțelegeți prin *forță motoare?* Dar prin *forță rezistentă?*
5. Care este expresia lucrului mecanic al greutății? Dar cea a lucrului mecanic al forței elastice?
6. Ce înțelegeți prin *forță conservativă?*
7. Este frecarea o forță conservativă? De ce?
8. Care este expresia generală a lucrului mecanic efectuat de forța de atracție universală?
10. Ce înțelegeți prin *putere medie?*
11. Ce este 1 Watt?
12. Ce înțelegeți prin *energie cinetică?*
13. Cum se enunță teorema variației energiei cinetice?
14. Puteți da exemple de mărimi fizice energetice *de stare*, respectiv, *de proces?*
15. Ce este *energia potențială gravitațională?* Cum se definește?
16. Care este expresia matematică a energiei potențiale în câmp gravitațional uniform?
17. Care este expresia matematică a energiei potențiale în câmpul forțelor elastice? Ce convenție s-a folosit în obținerea acestei expresii?
18. Cum se enunță legea de conservare a energiei mecanice?
19. Ce înțelegeți prin *impuls al forței?*
20. Cum se enunță teorema variației impulsului punctului material? Ce consecință directă are ea? De ce? Exemplificați!
21. Ce înțelegeți prin *ciocnire?*
22. Care este *legea generală a ciocnirilor?*
23. Cum definiți ciocnirea perfect elastică?

Apreciați cu adevărat sau fals:

1. Energia potențială se poate defini numai în câmpuri conservative de forțe.
2. Energia cinetică a unui sistem izolat în care acționează forțe conservative este constantă.
3. Direcția unei forțe motoare este perpendiculară pe direcția de deplasare a corpului.
4. Lucrul mecanic măsoară variațiile de energie ale sistemelor mecanice.
5. 1W reprezintă puterea medie a unui dispozitiv care efectuează un lucru mecanic de 1 N într-un interval de timp de o secundă.
6. Forțele interne dintr-un sistem mecanic izolat nu pot modifica impulsul total al sistemului.
7. Într-o ciocnire perfect elastică unidimensională a două particule, viteza relativă a uneia față de cealaltă este nulă.

Explicați utilizând legile fizicii pe care le-ați studiat în acest capitol:

1. De ce înălțimea de la care este lăsat să cadă ciocanul care bate un cui este mult mai mare decât distanța pe care avansează cuiul în lemn?
2. De ce un automobil mai greu (masiv) trebuie să aibă frâne mai puternice decât unul mai ușor?
3. De ce o piatră aruncată vertical în sus își micșorează viteza ajungând să se oprească în condițiile neglijării forțelor de frecare?
4. De ce un automobil se deplasează mai greu pe teren nisipos decât pe asfalt?
5. De ce este mai avantajos de tăiat lemne pe un suport masiv decât pe pământ moale?
6. De ce o minge prost umflată sare la o înălțime mică în comparație cu mingea bine umflată?

Probleme

Problema 3.1. Un vehicul de masă m, pornit din repaus în mişcare rectilinie uniform accelerată cu accelerația a, parcurge distanța d. Coeficientul de frecare este μ. Aflați: a) forța de tracțiune F; b) lucrul mecanic L efectuat de forța de frecare.
Aplicație: $m = 500$ kg; $a = 4$ m/s²; $d = 72$ m; $\mu = 0,1$; $g = 10$ m/s². **R:** $F = 2,5$ kN; $L = -36$ kJ.

Problema 3.2. Un tren de masă totală m este tras orizontal de o locomotivă de putere P. Coeficientul de frecare tren - șine este μ. Aflați: a) viteza maximă v_M a trenului; b) accelerația a în momentele în care viteza este v_1 și, respectiv, v_2; c) lucrul mecanic L efectuat în timpul τ.
Aplicație: $m = 200$ t; $P = 400$ kW; $\mu = 0,01$; $v_1 = 1$ m/s; $v_2 = 10$ m/s; $\tau = 2$ s.
R: $v_M = 20,4$ m/s; $a_1 = 1,9$ m/s²; $a_2 = 0,1$ m/s²; $L = 800$ kJ.

Problema 3.3. Un corp de masă m este tras cu viteza constantă v în sus pe un plan înclinat de unghi α cu ajutorul unui cablu de oțel de secțiune S, lungime d și modul Young E, paralel cu planul. Coeficientul de frecare este μ. Aflați: a) forța de tracțiune F necesară ridicării corpului pe plan; b) puterea P consumată pentru deplasarea corpului cu viteza v; c) alungirea Δx a cablului.
Aplicație: $m = 2$ t; $v = 1,5$ m/s; $\alpha = 30°$; $S = 1$ cm²; $d = 10$ m; $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m²; $\mu = 0,1$; $g = 10$ m/s².
R: $F = 11,73$ kN; $P = 17,6$ kW; $\Delta x = 5,9$ mm.

Problema 3.4. Pe un plan înclinat, de bază b și înălțime h, se află un corp de masă m sub acțiunea unei forțe F, paralelă cu planul și îndreptată în sus. Coeficientul de frecare corp - plan este μ. Aflați: a) corpul urcă sau coboară? b) ce valoare trebuie să aibă forța, F_1, pentru a urca uniform corpul pe plan; c) lucrul mecanic, L, efectuat de forța F_1 în lungul planului.
Aplicație: $b = 40$ m; $h = 9$ m; $m = 100$ kg; $F = 500$ N; $\mu = 0,2$. **R:** urcă; $F_1 = 406,3$ N; $L = 16,66$ kJ.

Problema 3.5. Un automobil urcă o pantă de unghi necunoscut α ($< 5°$) cu viteza v_1. Coborând aceeași pantă, la aceeași putere dezvoltată de motor el are viteza v_2. Aflați ce viteză v va avea automobilul pe un drum orizontal, dacă puterea motorului rămâne neschimbată, considerând coeficientul de frecare același pe planul înclinat și pe planul orizontal.
Aplicație: $v_1 = 3$ m/s; $v_2 = 7$ m/s. **R:** $v = 4,2$ m/s.

Problema 3.6. Aflați lucrul mecanic L necesar pentru a alungi cu Δl o bară cilindrică din cauciuc, având secțiunea transversală S și lungimea inițială l_0. Modulul de elasticitate al cauciucului este E.
Aplicație: $\Delta l = 5$ mm; $S = 100$ mm²; $l_0 = 100$ cm; $E = 100$ kN/m². **R:** $L = 125$ μJ.

Problema 3.7. Un paralelipiped de densitate ρ are baza un pătrat cu latura a și are înălțimea h ($>a$). Aflați lucrul mecanic L necesar a) pentru a răsturna corpul în jurul unei laturi de la bază; b) pentru a readuce corpul din nou în poziția inițială.
Aplicație: $\rho = 7,2$ t/m³; $a = 0,3$ m; $h = 0,4$ m. **R.** $L_a = 127$ J; $L_b = 254$ J.

Problema 3.8. Aflați lucrul mecanic L efectuat de forța de tracțiune pentru a mări viteza unui corp de masă m de la v_1 la v_2 pe distanța d, dacă forța de frecare este F_f.
Aplicație: $m = 4$ kg; $v_1 = 5$ m/s; $v_2 = 10$ m/s; $d = 50$ m; $F_f = 2$ N. **R:** $L = 250$ J.

Problema 3.9. Aflați, din considerații energetice, pe ce distanță d pătrunde în gheață o rangă de masă m dacă forța medie de rezistență este F_r, iar viteza de lovire este v.
Aplicație: $m = 10$ kg; $F_r = 500$ N; $v = 4$ m/s. **R:** $d = 16$ cm.

Problema 3.10. Un om, stând pe mal, împinge o barcă de masă m cu forța orizontală F pe distanța d. Forța de rezistență întâmpinată de barcă este F_r. Aflați din considerații energetice: a) ce viteză v atinge barca; b) ce distanță d' parcurge barca, după aceea, până la oprire.
Aplicație: $m = 160$ kg; $F = 100$ N; $d = 1$ m; $F_r = 50$ N. **R:** $v = 0,79$ m/s; $d' = 1$ m.

3

Problema 3.11. Un cub de lemn de latură d este străpuns de jos în sus de un glonte de masă m care intră în cub cu viteza v_0 și iese din el cu viteza v. Aflați forța F exercitată de glonte asupra cubului fix.
Aplicație: $d = 50$ cm; $m = 10$ g; $v_0 = 100$ m/s; $v = 50$ m/s.
R: $F = 74{,}9$ N.

Problema 3.12. Un corp de masă m cade liber de la înălțimea h. Aflați energia cinetică E_c a corpului când el atinge solul.
Aplicație: $m = 2$ kg; $h = 19{,}6$ m.
R: $E_c = 384{,}16$ J.

Problema 3.13. Un fir elastic de lungime D, fixat la capătul superior, are atârnat la capătul inferior o bilă de masă m. Ridicând bila până la punctul de suspensie și dându-i drumul, ea produce o alungire maximă x. Aflați constanta de elasticitate k a firului.
Aplicație: $D = 1$ m; $m = 50$ g; $x = 0{,}2$ m.
R: $k = 29{,}4$ N/m.

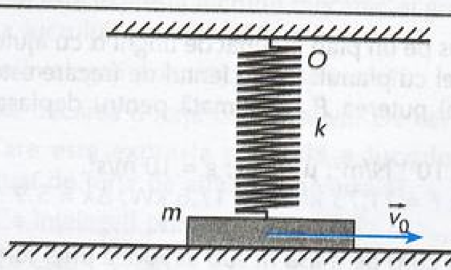


Fig. P 3.14.

Problema 3.14. Capătul superior al unui resort ideal nedeformat, de constantă de elasticitate k și lungime L_0, este fixat în punctul O. De capătul inferior al resortului este fixat un corp de masă m, așezat pe un plan orizontal pe verticala punctului O. Frecarea corp - plan se neglijează. Aflați ce viteză orizontală minimă v_0 trebuie imprimată corpului pentru ca acesta să se ridice de pe planul orizontal.
Aplicație: $k = 50$ N/m; $L_0 = 1$ m; $m = 1$ kg; $g = 10$ m/s^2.
R: $v_0 = 1{,}77$ m/s.

Problema 3.15. Pe un platan de masă neglijabilă, fixat de un resort vertical nedeformat cade o bilă de înălțimea h_1, măsurată de la platan în sus. Resortul capătă o comprimare maximă x_1. Aflați ce comprimare maximă x_2 capătă resortul dacă bila cade de la înălțimea h_2.
Aplicație: $h_1 = 1$ m; $x_1 = 1$ cm; $h_2 = 2$ m.
R: $x_2 = 1{,}4$ cm.

Problema 3.16. Un fir elastic supus acțiunii unei forțe F capătă alungirea x. Un capăt al firului se fixează iar de celălalt se atârnă un corp de masă m. Aflați de la ce înălțime h față de poziția sa de repaus trebuie lăsat să cadă acest corp pentru a produce aceeași alungire maximă x.
Aplicație: $F = 1$ N; $x = 2$ cm; $m = 25$ g.
R: $h = 2{,}57$ cm.

3 **Problema 3.17.** Un corp, suspendat cu ajutorul unui fir ideal de lungime L, se scoate din poziția de echilibru astfel încât firul întins face unghiul α cu verticala. Sub punctul de suspensie, la distanța d ($< L$) de acesta, se fixează un cui. Se lasă corpul liber. Aflați cu ce unghi maxim β va devia, în cealaltă parte, porțiunea de fir de lungime $L - d$.
Aplicație: $L = 2$ m; $\alpha = 30^o$; $d = 1{,}46$ m.
R: $\beta = 60^o$.

Problema 3.18. Pentru a atinge viteza de regim, pornind din repaus pe un drum orizontal, un camion este supus un timp τ unei forțe de tracțiune F care efectuează, în acest timp, lucrul mecanic L. În continuare, pentru a menține constantă viteza atinsă de camion este consumată puterea P. Aflați: a) accelerația a imprimată camionului; b) forța de frecare F_f între camion și drumul parcurs; c) coeficientul de frecare μ roți-drum.
Aplicație: $\tau = 10$ S; $F = 6$ kN; $L = 600$ kJ; $P = 40$ kW.
R: $a = 2$ m/s^2; $F_f = 2$ kN; $\mu = 0{,}1$.

Problema 3.19. Un tren de masă m pornește din repaus pe o linie ferată orizontală. După ce a parcurs distanța d atingând viteza v motorul se oprește. Coeficientul de frecare tren-șine este μ. Aflați: a) puterea medie P_m a motorului; b) distanța D parcursă de tren până când viteza lui scade la v'; c) lucrul mecanic L efectuat pentru învingerea forței de frecare pe întregul parcurs.
Aplicație: $m = 120$ t; $d = 500$ m; $v = 25$ m/s; $\mu = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$; $v' = 5$ m/s; $g = 10$ m/s^2.
R: $P_m = 1{,}05$ MW; $D = 4$ km; $L = 40{,}5$ MJ.

Problema 3.20. Un cablu omogen de lungime d și masă m, așezat pe un plan orizontal ca în Figură, este tras pe un plan înclinat de unghi α până ajunge cu capătul 2 în A. Coeficientul de frecare este μ. Aflați lucrul mecanic L efectuat.
Aplicație: $d = 81{,}6$ cm; $m = 0{,}5$ kg; $\alpha = 30^\circ$; $\mu = 0{,}54$.
R: $L = 3$ J.

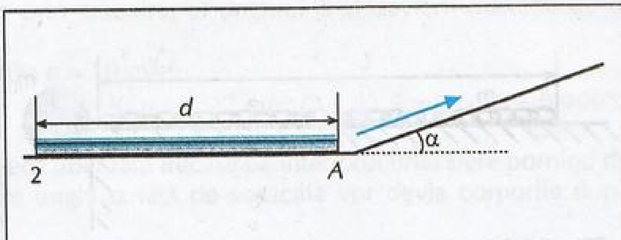


Fig. P 3.20

Problema 3.21*. Asupra unui corp în mișcare cu viteza v_0 pe un plan orizontal fără frecare începe să acționeze o forță F având direcția și sensul lui $\vec{v}_0$. După timpul τ de la aplicarea forței F energia cinetică a corpului devine E_c. Aflați: masa m a corpului; b) distanța d parcursă de corp în timpul τ, c) lucrul mecanic L efectuat de forță în timpul τ; d) variația Δp a impulsului corpului în timpul τ.
Aplicație: $v_0 = 5$ m/s; $F = 10$ N; $\tau = 10$ s; $E_c = 1$ kJ.
R: $m = 20$ kg; $d = 75$ m; $L = 750$ J; $\Delta p = 100$ kg · m/s.

Problema 3.22*. De un cadru vertical se fixează un fir ideal având la celălalt capăt o mică sferă. Pendulul astfel format este deviat de la verticală cu unghiul necunoscut α și se lasă liber. Când sfera trece prin B cadrul vertical se lasă liber. Sfera ajunge în C cu o viteză egală cu cea a cadrului. Aflați unghiul α.
R: $\cos\alpha = 1 - \pi/4$.

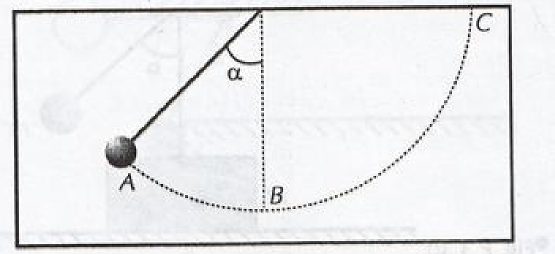


Fig. P 3.22.

Problema 3.23*. Două corpuri de mase m_1 și m_2 sunt legate printr-un resort ideal ca în figura P.3.23. Aflați cu ce forță F trebuie apăsat corpul m_1 pentru ca, lăsând apoi sistemul liber, corpul m_2 să se desprindă de pe suprafața orizontală.
Aplicație: $m_1 = 6$ kg; $m_2 = 4$ kg.
R: $F \geq 98$N.

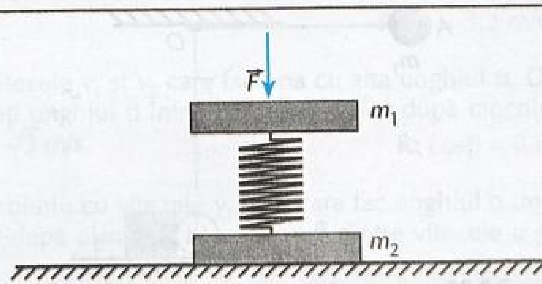


Fig. P 3.23.

Problema 3.24*. Două corpuri de masă m fiecare, legate printr-un resort ideal de constantă de elasticitate k în stare nedeformată, sunt așezate pe un plan orizontal, corpul 2 fiind rezemat de un perete (fig. P.3.24). Coeficientul de frecare corpuri-plan este μ. Aflați ce viteză minimă v s-a imprimat corpului 1 spre corpul 2 dacă acesta din urmă se desprinde de perete.
Aplicație: $m = 0{,}4$ kg; $k = 150$ N/m; $\mu = 0{,}2$.
R: $v = 0{,}39$ m/s.

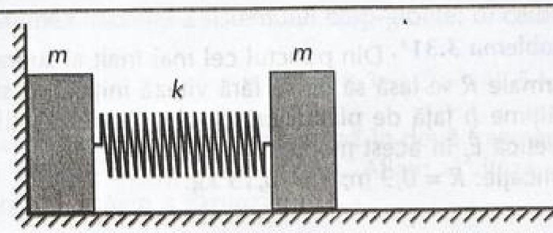


Fig. P 3.24.

Problema 3.25*. Un corp suspendat de un fir ideal oscilează în plan vertical cu amplitudinea unghiulară α. Aflați raportul r dintre tensiunile maximă și minimă de fir în timpul oscilațiilor.
Aplicație: $\alpha = 60^\circ$.
R: $r = 4$.

Problema 3.26*. Arătați că pentru ca o bilă de masă m să realizeze o rotație completă în plan vertical trebuie ca firul de suspensie a bilei să reziste la o tensiune de rupere $T_r = 6 \cdot mg$.

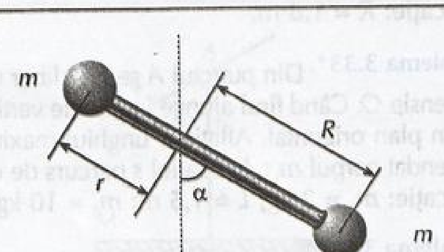


Fig. P 3.27.

* Problemele notate cu * sunt facultative.

3

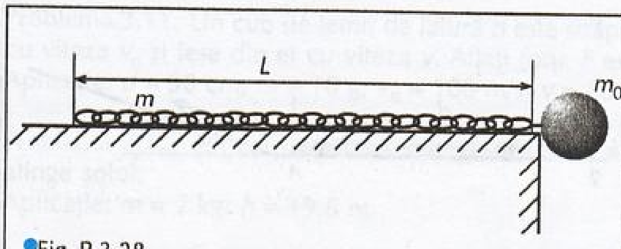


Fig. P 3.28.

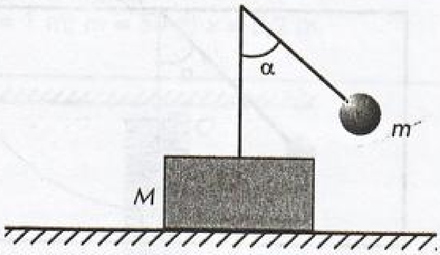


Fig. P 3.30.

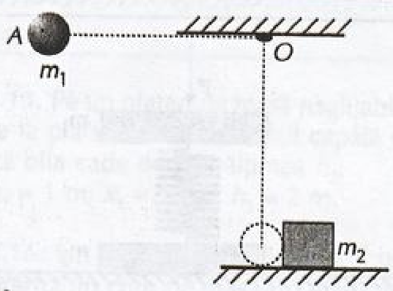


Fig. P 3.33.

Problema 3.27*. O halteră formată din două bile identice legate printr-o tijă ideală oscilează în plan vertical cu amplitudinea unghiulară α. Se dau r și R. Aflați viteza unghiulară ω a halterei când trece prin poziția verticală.
Aplicație: $\alpha = 60^o$; $r = 10$ cm; $R = 30$ cm.
R: $\omega = 4{,}43$ rad/s.

Problema 3.28*. O bilă de masă m_0 este prinsă de capătul unui lanț omogen, flexibil, de lungime L și masă m așezat pe o masă orizontală fără frecări. Lăsat liber lanțul alunecă de pe masă. Aflați viteza v a lanțului când părăsește masa.
Aplicație: $m_0 = 0{,}1$ kg; $L = 4$ m; $m = 0{,}3$ kg.
R: $v = 7$ m/s.

Problema 3.29*. Agățând un corp de capătul inferior al unui resort elastic ideal, de lungime L_0 în stare nedeformată, fixat la capătul superior, lungimea resortului devine $n \cdot L_0$. Se aduce resortul în stare nedeformată, împreună cu corpul, la orizontală și se lasă liber. Aflați alungirea x a resortului când trece prin poziția verticală.
Aplicație: $L_0 = 1$; $n = 2$.
R: $x = 1{,}823$ m.

Problema 3.30*. De un corp de masă M, așezat pe un plan orizontal, este fixată o tijă ideală de care se leagă, printr-un fir ideal, un corp de masă m. Inițial firul face unghiul α cu verticala. Se lasă sistemul liber. Când firul face unghiul β cu verticala corpul M începe să se miște în planul orizontal. Aflați coeficientul de frecare μ între corpul M și plan.
Aplicație: $M = 5$ kg; $m = 1$ kg; $\alpha = 60^o$; $\beta = 30^o$.
R: $\mu = 0{,}125$.

3

Problema 3.31*. Din punctul cel mai înalt al suprafeței exterioare a unui cilindru orizontal fix cu raza secțiunii normale R se lasă să cadă, fără viteză inițială, o sferă mică de masă m. Frecarea se neglijează. Aflați: a) la ce înălțime h față de planul orizontal pe care stă cilindrul, sfera părăsește suprafața cilindrului și, b) energia sa cinetică E_c în acest moment.
Aplicație: $R = 0{,}9$ m; $m = 0{,}15$ kg.
R: $h = 1{,}5$ m; $E_c = 0{,}44$ J.

Problema 3.32*. De pe vârful unei emisfere fixe de rază R, așezată pe un plan orizontal, alunecă fără frecare și fără viteză inițială un mic corp. Aflați durata T a căderii corpului după desprinderea sa de emisferă.
Aplicație: $R = 1{,}8$ m.
R: $t = 0{,}3$ s.

Problema 3.33*. Din punctul A se lasă liber un corp de masă m_1, legat printr-un fir ideal de lungime L de punctul de suspensie O. Când firul ajunge în poziție verticală corpul m_1 ciocnește perfect elastic un corp de masă $m_2(>m_1)$ așezat pe un plan orizontal. Aflați: a) unghiul maxim α cu care deviază față de verticală, după ciocnire, firul de care este suspendat corpul m_1; b) spațiul s parcurs de corpul m_2 până la oprire, coeficientul de frecare corp-plan fiind μ.
Aplicație: $m_1 = 2$ kg; $L = 1{,}5$ m; $m_2 = 10$ kg; $\mu = 0{,}12$.
R: $\cos\alpha = 5/9$; $s = 1{,}39$ m.

Problema 3.34*. Două corpuri punctiforme de mase m_1 și m_2, suspendate de același punct prin fire de lungime L fiecare, sunt deviate de la verticală cu unghiurile α_1 și, respectiv, α_2. Apoi sunt lăsate libere astfel încât se ciocnesc perfect plastic în planul vertical care conține punctul de suspensie. Aflați: a) viteza inițială u a corpului

format prin ciocnire; b) cantitatea de căldură Q degajată prin ciocnire; c) unghiul β al devierii maxime de la verticală după ciocnire.
Aplicație: $m_1 = 10$ g; $m_2 = 25$ g; $L = 1$ m; $\alpha_1 = 60^o$; $\alpha_2 = 30^o$; $g = 10$ m/s^2.

R: $u = 0{,}27$ m/s; $Q = 82{,}5$ mJ; $\cos\beta = 0{,}9963$.

Problema 3.35*. Două mici corpuri de mase m_1 și m_2 alunecă liber fără frecare pe interiorul unei sfere pornind de la capetele unui diametru orizontal al sferei. Aflați cu ce unghi α față de verticală vor devia corpurile după ciocnirea lor perfect plastică.
Aplicație: $m_1 = 100$ g; $m_2 = 300$ g.

R: $\cos\alpha = 0{,}75$.

Problema 3.36*. O bilă grea, suspendată de un fir ideal de lungime L, a fost deviată de la verticală până când firul a devenit orizontal și apoi a fost lăsată liberă. La revenire, când firul face unghiul α cu verticala, bila ciocnește perfect elastic un perete vertical. Aflați înălțimea h la care se ridică bila după ciocnire.
Aplicație: $L = 80$ cm; $\alpha = 30^o$.

R: $h = 0{,}17$ m.

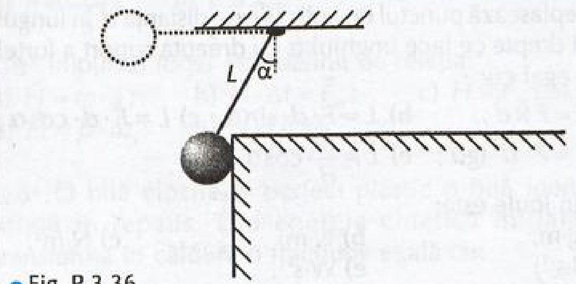


Fig. P 3.36.

Problema 3.37*. Trei sfere de mase m_1, m_2 și m_3 sunt dispuse succesiv în linie dreaptă. Prima sferă este lansată asupra lui m_2 cu viteza v_1. Aflați viteza u_3 imprimată celei de-a treia sfere. Ciocnirile sunt perfect elastice.
Aplicație: $m_1 = 10$ g; $m_2 = 20$ g; $m_3 = 5$ g; $v_1 = 3$ m/s.

R: $u_3 = 3{,}2$ m/s.

Problema 3.38*. Două sfere identice se mișcă rectiliniu cu vitezele v_1 și v_2 care fac una cu alta unghiul α. După ciocnirea lor perfect elastică sferele au vitezele u_1 și u_2. Aflați unghiul β între vitezele sferelor după ciocnire.
Aplicație: $v_1 = 4$ m/s; $v_2 = 6$ m/s; $\alpha = 30^o$; $u_1 = 5$ m/s; $u_2 = 3\cdot\sqrt{3}$ m/s.

R: $\cos\beta = 0{,}8$.

Problema 3.39*. Două corpuri de mase m_1 și m_2 se mișcă rectiliniu cu vitezele v_1 și v_2 care fac unghiul α una cu alta. Corpurile se ciocnesc perfect plastic. Aflați: a) viteza u după ciocnire; b) unghiul β dintre vitezele u și v_1; c) pierderea ΔE_c de energie cinetică în urma ciocnirii.
Aplicație: $m_1 = 2$ kg; $m_2 = 1$ kg; $v_1 = 1$ m/s; $v_2 = 2$ m/s; $\alpha = 60^o$.

R: $u = 1{,}155$ m/s; $\mathrm{tg}\beta = 0{,}577$; $\Delta Ec = 1$ J.

Problema 3.40*. Un glonte de masă m lovește de jos în sus cu viteza v un corp de masă M (> m) aflat în repaus și rămâne înfipt în el. Aflați: a) timpul τ de urcare până la înălțimea maximă a sistemului corp-glonte; b) căldura Q degajată prin ciocnire.
Aplicație: $m = 10$ g; $v = 300$ m/s; $M = 1$ kg; $g = 10$ m/s^2.

R: $\tau = 0{,}3$ s; $Q = 445{,}5$ J.

Problema 3.41*. Un obuz de masă M zboară cu viteza v. La un moment dat el explodează în două fragmente. Unul din ele are masa m_1 și continuă să se miște înainte, pe aceeași direcție, cu viteza v_1. Aflați: a) viteza v_2 a celui de-al doilea fragment; b) variația ΔE_c a energiei cinetice ca urmare a exploziei.
Aplicație: $M = 70$ kg; $v = 300$ m/s; $m_1 = 30$ kg; $v_1 = 500$ m/s.

R: $v_2 = 150$ m/s; $\Delta E_c = 1{,}05$ MJ.

Problema 3.42*. De un punct A este suspendată ca în figura P.3.42 o eprubetă de masă M, închisă cu un dop de masă m și conținând câteva picături de eter. Prin încălzirea eprubetei dopul zboară sub acțiunea presiunii exercitate de vaporii de eter. Aflați cu ce viteză orizontală minimă V trebuie să zboare dopul pentru ce eprubetă să efectueze o rotație completă în jurul punctului A dacă ea este suspendată: a) printr-o tijă ideală de lungime L sau; b) printr-un fir ideal de lungime L.
Aplicație: $M = 100$ g; $m = 10$ g; $L = 1$ m.

R: $V_a = 62{,}6$ m/s; $V_b = 70$ m/s.

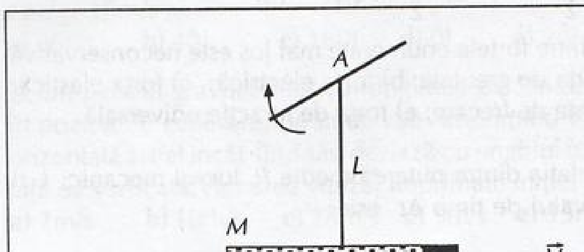


Fig. P 3.42

Problema 3.43*. Trei bărci de masă M fiecare alunecă una după alta pe suprafaţa unui lac cu viteza V_0 fiecare. La un moment dat din barca din mijloc se aruncă simultan în barca din faţă şi în cea din spate câte un sac de masă m, cu viteza v faţă de barca din mijloc. Aflaţi vitezele finale v_1, v_2 şi v_3 ale bărcilor.
Aplicaţie: $M = 90$ kg; $V_0 = 10$ m/s; $m = 10$ kg; $v = 2$ m/s. **R:** $v_1 = 10{,}2$ m/s; $v_2 = 10$ m/s; $v_3 = 9{,}8$ m/s.

Test de evaluare 1**

1. Lucrul mecanic efectuat de o forţă constantă, F, care îşi deplasează punctul de aplicaţie pe distanţa d în lungul unei drepte ce face unghiul α cu dreapta suport a forţei este egal cu:
a) $L = \vec{F} \times \vec{d}$; **b)** $L = F \cdot d \cdot \sin\alpha$; **c)** $L = F \cdot d \cdot \cos\alpha$; **d)** $L = F \cdot d \cdot \mathrm{tg}\alpha$; **e)** $L = \frac{F}{d} \cdot \cos\alpha$.

2. Un Joule este:
a) kg·m; **b)** N·m; **c)** N·m²; **d)** N·s⁻¹; **e)** W·s⁻¹.

3. O forţă este forţă motoare dacă:
a) face un unghi mai mare decât $\pi/2$ cu direcţia mişcării; **b)** face un unghi mai mic decât $\pi/2$ cu direcţia mişcării; **c)** dacă se opune mişcării; **d)** dacă este perpendiculară pe direcţia mişcării; **e)** dacă se exercită asupra corpului considerat.

4. Un corp se mişcă uniform pe un cerc de rază $R = 10$ m, sub acţiunea unei forţe centripete $F = 100$N. Lucrul mecanic efectuat de această forţă într-o perioadă a mişcării este:
a) $2000 \cdot \pi$ J; **b)** $1000 \cdot \pi$ J; **c)** 1000 J; **d)** 0 J; **e)** $1000 \cdot \pi^2$ J.

5. Lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate a unui corp la ridicarea acestuia pe distanţa h este:
a) independent de masa corpului; **b)** pozitiv; **c)** negativ; **d)** nul; **e)** independent de h.

6. Lucrul mecanic efectuat de forţa elastică este dat de expresia:
a) $\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$; **b)** $\frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_f^2 - x_i^2)$; **c)** $-\frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_f - x_i)$; **d)** $-\frac{1}{2} \cdot k \cdot x$; **e)** $-\frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_f^2 - x_i^2)$.

7. Dintre forţele enumerate mai jos este neconservativă
a) forţa de greutate; **b)** forţa electrică; **c)** forţa elastică; **d)** forţa de frecare; **e)** forţa de atracţie universală.

8. Relaţia dintre puterea medie P, lucrul mecanic, L şi intervalul de timp Δt este:
a) $P = L \cdot \Delta t$; **b)** $P = \frac{\Delta t}{L}$; **c)** $L = P \cdot (\Delta t)^2$; **d)** $L = \frac{P}{(\Delta t)^2}$; **e)** $P = \frac{L}{\Delta t}$.

9. Puterea medie este egală cu:
a) produsul dintre forţă şi distanţă; **b)** produsul scalar dintre forţă şi acceleraţie; **c)** produsul scalar dintre forţă şi viteza medie; **d)** produsul vectorial dintre forţă şi viteza medie; **e)** produsul vectorial dintre forţă şi impuls.

10. Expresia energiei cinetice a unui corp de masă m aflat în mişcare de translaţie cu viteza este:
a) $E_c = \frac{1}{2} mv$; **b)** $E_c = \frac{1}{2} mv^2$; **c)** $E_c = \frac{1}{2} m^2 v^2$; **d)** $E_c = \frac{3}{2} m \cdot v^2$; **e)** $E_c = \frac{1}{2} m^2 v$.

11*. Impulsul unui corp este $p = 4$ kg.m/s iar energia sa cinetică este $E_c = 8$ J. Masa corpului are valoarea:
a) 1 kg; **b)** 2 kg; **c)** 0,8 kg; **d)** 0,2 kg; **e)** 8 kg.

12. Un automobil se deplasează uniform accelerat pe un drum orizontal. Mişcarea are loc fără frecare. Viteza automobilului creşte de la valoarea $v_1 = 18$ km/h la $v_2 = 72$ km/h într-un interval de timp în care lucrul mecanic efectuat este $L = 150$ kJ. Masa corpului este:
a) 750 kg; **b)** 600 kg; **c)** 9000 kg; **d)** 800 kg; **e)** 1,2 t.

13*. Un corp aflat în mişcare are la un moment dat un impuls $p = 15$ N·s şi o energie cinetica $E_c = 37{,}5$ J. ştiind că $g = 10$m/s², greutatea corpului este:
a) 30 N; **b)** 7,5 N; **c)** 75 N; **d)** 5 N; **e)** 25 J.

14. Un alergător cu masa m_1 aleargă de două ori mai repede decât un alt alergător cu masa m_2. Care este relaţia dintre masele lor, dacă energiile lor cinetice sunt egale?
a) $m_2 = m_1$; **b)** $m_2 = \frac{m_1}{4}$; **c)** $m_2 = 4 \cdot m_1$; **d)** $m_2 = \frac{m_1}{2}$; **e)** $m_2 = 2 \cdot m_1$.

** Soluţiile corecte se pot afla din „Caietul elevului".

15. Variaţia energiei potenţiale gravitaţionale a unui corp punctiform de masă *m*:
a) este invers proporţională cu modulul acceleraţiei gravitaţionale; **b)** este proporţională cu pătratul masei corpului; **c)** este invers proportională cu modulul vitezei corpului; **d)** este invers proporţională cu masa corpului; **e)** nici una din variante;

16. Care dintre afirmaţiile următoare este corectă:
a) lucrul mecanic efectuat de forţele conservative este egal cu variaţia energiei mecanice; **b)** lucrul me-canic efectuat de forţele conservative este egal cu variaţia energiei mecanice şi de semn opus acesteia; **c)** lucrul mecanic efectuat de forţele conservative este egal cu suma energiilor cinetică şi potenţială; **d)** lucrul mecanic efectuat de forţele conservative este egal cu variaţia energiei potenţiale; **e)** lucrul mecanic efectuat de forţele conservative este egal cu variaţia energiei potenţiale şi de semn opus acesteia.

17. Care dintre afirmaţiile următoare este corectă:
a) energia mecanică se conservă în timp; **b)** în sisteme mecanice izolate energia mecanică se conservă întotdeauna; **c)** energia mecanică a unui sistem izolat este constantă în timp; **d)** energia mecanică a unui sistem aflat în câmp conservativ de forţe se conservă; **e)** datorită prezenţei forţelor de frecare energia mecanică nu se conservă niciodată.

18*. Un corp cade liber de la înălţimea *H* deasupra solului. La ce înălţime, *h* energia sa cinetică este egală cu energia potenţială?

a) $h=\frac{H}{2}$; **b)** $h=\frac{H}{4}$; **c)** $h=\frac{3H}{4}$;
d) $h=\frac{2H}{3}$; **e)** $h=\frac{H}{\sqrt{2}}$.

19*. Impulsul forţei este definit de relaţia:
a) $\vec{H}=m\cdot\vec{a}$; **b)** $\vec{H}\cdot\Delta t=\vec{F}_m$; **c)** $\vec{H}=\vec{F}_m\cdot\Delta t$;
d) $\vec{H}=\vec{p}\cdot\Delta t$; **e)** $\vec{H}=\vec{p}\times\vec{v}$.

20*. O bilă ciocneşte perfect plastic o bilă identică aflată în repaus. Din energia cinetică iniţială se transformă în căldură o fracţiune egală cu:

a) $\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{1}{3}$; **c)** $\frac{1}{4}$;
d) $\frac{2}{3}$; **e)** $\frac{3}{4}$.

Test de evaluare 2**

1. O minge cu masa de 300 g este aruncată vertical în sus cu viteza iniţială de 3 m/s. Calculaţi: lucrul mecanic efectuat de greutatea mingiei, variaţia energiei sale potenţiale şi variaţia energiei cinetice până la atingerea înălţimii maxime.

2. Un camion cu masa de 12 t se deplasează rectiliniu şi uniform cu viteza de 72 km/h faţă de şosea. Care este energia cinetică a camionului faţă de şosea? Dar faţă de şofer?

3. O minge cu masa de 2 kg se află în cădere liberă. În condiţiile neglijării forţelor de rezistenţă la înaintarea prin aer, ea trece pe la altitudinea de 20 m cu viteza de 4m/s. Calculaţi viteza şi energia sa la altitudinea de 8 m.

4. Pe un plan înclinat (sin α=0,6), este ridicat un corp de dimensiuni mici, coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi plan fiind μ=0,3. Randamentul acestui plan înclinat este:
a) 0,95 **b)** 0,71 **c)** 0,66 **d)** 0,5 **e)** 0,82

5. Un corp cu masa m=50kg este tractat pe o suprafaţă orizontală cu viteza constantă v=0,8m/s. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi suprafaţa orizontală este μ=0,1. Puterea medie dezvoltată în acest proces este:
a) 20W **b)** 40W **c)** 10W **d)** 50W **e)** 30W

6. Un "pistol" cu resort de constantă de elasticitate cu valoarea de 500N/m se "încarcă" prin comprimarea acestuia pe distanţa de 5cm. Ce viteză capătă bila lansată din acest pistol?

7. O piatră de masă m=100g cade liber în nisip de la înălţimea h=50m. După t=4s energia cinetică a pietrei este($g=10m/s^2$):
a) 80J **b)** 40J **c)** 160J **d)** 0J **e)** 20J

8. Un pendul gravitaţional cu lungimea de 5m se află în poziţia de echilibru, de unde i se imprimă o viteză orizontală astfel încât firul său deviază cu unghiul α=90° faţă de verticală. Valoarea vitezei imprimate iniţial este:
a) 7m/s **b)** 10m/s **c)** 14m/s **d)** 5m/s **e)** 15m/s

** Soluţiile corecte se pot afla din „Caietul elevului".

9*. În condițiile problemei anterioare, tensiunea în fir atunci când acesta face unghiul de 60° cu verticala este:
a) 45 N **b)** 22,5 N **c)** 60 N **d)** 50 N **e)** 11,25 N

10*. Se scurtează lungimea firului la 2m. Viteza minimă ce trebuie imprimată bilei pendulului atunci când firul se află în poziție verticală pentru ca aceasta să efectueze o rotație completă în plan vertical este:
(se consideră $g=10m/s^2$)

a) 10 m/s **b)** $5\sqrt{20}$ m/s **c)** 5 m/s
d) 2 m/s **e)** 20 m/s

11. O halteră cu masa neglijabilă de lungime 1m este mobilă , fără frecări, în jurul unui ax ce trece prin mijlocul său. La extremitățile barei se află 2 bile de mase 400 g, respectiv 100g. Bara este lăsată liberă din poziția orizontală. Calculați viteza bilelor la trecerea barei prin poziția verticală de echilibru.

12. Un cub de lemn cu masa μ=4 kg coboară liber pe un plan înclinat de unghi α=30°, având lungimea l=10 m. Coeficientul de frecare dintre el și plan este m=0,2. La baza planului cubul lovește un resort de constantă elastică k=1000 N/m². Dacă se consideră g=10 m/s², deformarea resortului este:
a) 0,25 m **b)** 0,5 m **c)** 0,6 m **d)** 0,1m **e)** 0,4 m

13*. O bilă cu masa m_1=10 kg se mișcă cu viteza v_1=10 m/s și ciocnește plastic o altă bilă de masă m_2=8 kg, care se mișcă în sens contrar cu viteza v_2=12 m/s. Viteza corpului format prin ciocnire este:
a) 0,22 m/s **b)** 0,15 m/s **c)** 0,3 m/s
d) 0,44 m/s **e)** 0,36 m/s

14*. Un corp de masă m_1=2 kg având viteza v_1=10 m/s ciocnește orizontal un alt corp de masă m_2=3 kg aflat în repaus, suspendat de un fir de lungime l=1,6 m. Unghiul maxim de deviere față de verticală a corpurilor după ciocnirea lor plastică are valoarea:
a) 0° **b)** 30° **c)** 45° **d)** 60° **e)** arccos0,8

Sinteză

• Lucrul mecanic efectuat de forța constantă F este mărimea fizică scalară definită prin relația: $L=\vec{F}\cdot\vec{d}=Fd\cdot\cos\alpha$, unde α este unghiul dintre direcția forței și direcția deplasării. $[L]_{SI}$= 1J
L_G= mgh; $L_{Ff}=-F_f d$; $L_{Fe}=-kx^2/2$
Lucrul mecanic efectuat de o forță (constantă sau nu) reprezintă aria figurii geometrice delimitate de graficul forței și respectiv proiecția sa pe direcția deplasării. *Lucrul mecanic este o mărime fizică de proces.*

3

• O forță este **conservativă** dacă lucrul mecanic pe care îl efectuează atunci când acționează asupra unui corp este independent de drumul parcurs și de legea de mișcare, depinzând numai de stările inițială și finală ale traiectoriei (ex: greutatea, forța elastică). Forța de frecare este **neconservativă** pentru că lucrul mecanic pe care îl efectuează depinde de drumul parcurs. Câmpul ale cărui forțe sunt conservative se numește câmp conservativ de forțe.

• **Randamentul** unui dispozitiv este o mărime fizică adimensională care măsoară raportul dintre lucrul mecanic util și lucrul mecanic efectuat pentru obținerea efectului util: $\eta=L_U/L_C$.

• **Puterea medie** a unui dispozitiv este o mărime fizică scalară care măsoară lucrul mecanic efectuat in unitatea de timp: P=L/Δt; $[P]_{SI}$= 1W.

• **Energia cinetică** a unui corp aflat în mișcare de translație în raport cu un sistem de referință inerțial este mărimea fizică scalară definită prin relația: $E_c=mv^2/2$.

• *Teorema de variație a energiei cinetice*: *variația energiei cinetice a unui punct material care se deplasează în raport cu un SR inerțial este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă care acționează asupra punctului material în timpul acestei variații:* $\Delta E_C=L_{if}$.

• **Energia potențială în câmp gravitațional uniform** este o mărime fizică de stare, dependentă de poziția corpului în câmp și definită prin relația: $\Delta E_p=-L_{if}$. Atribuind prin convenție valoarea 0 energiei potențiale gravitaționale la înălțimea *h*=0, expresia energiei potențiale gravitaționale devine E_p= *mgh*.

• **Energia potențială în câmpul forțelor elastice** se definește prin relația $\Delta E_p=-L_{if}$ unde L_{if} este lucrul mecanic efectuat de forța elastică la trecerea punctului material din starea inițială în starea finală. Atribuind prin convenție valoarea 0 energiei potențiale la alungire nulă, expresia energiei potențiale în câmpul forțelor elastice devine $E_p=kx^2/2$.

• *Legea conservării energiei mecanice*: *într-un câmp conservativ de forțe, energia mecanică* $E=E_C+E_p$, *a unui sistem izolat are valoare constantă în orice stare, deci se conservă.*

• *Teorema de variație a energiei mecanice: într-un câmp conservativ de forțe, în care acționează și forțe neconservative, variația energiei mecanice a unui sistem izolat este egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele neconservative:* $\Delta E=L_{neconservativ}$.

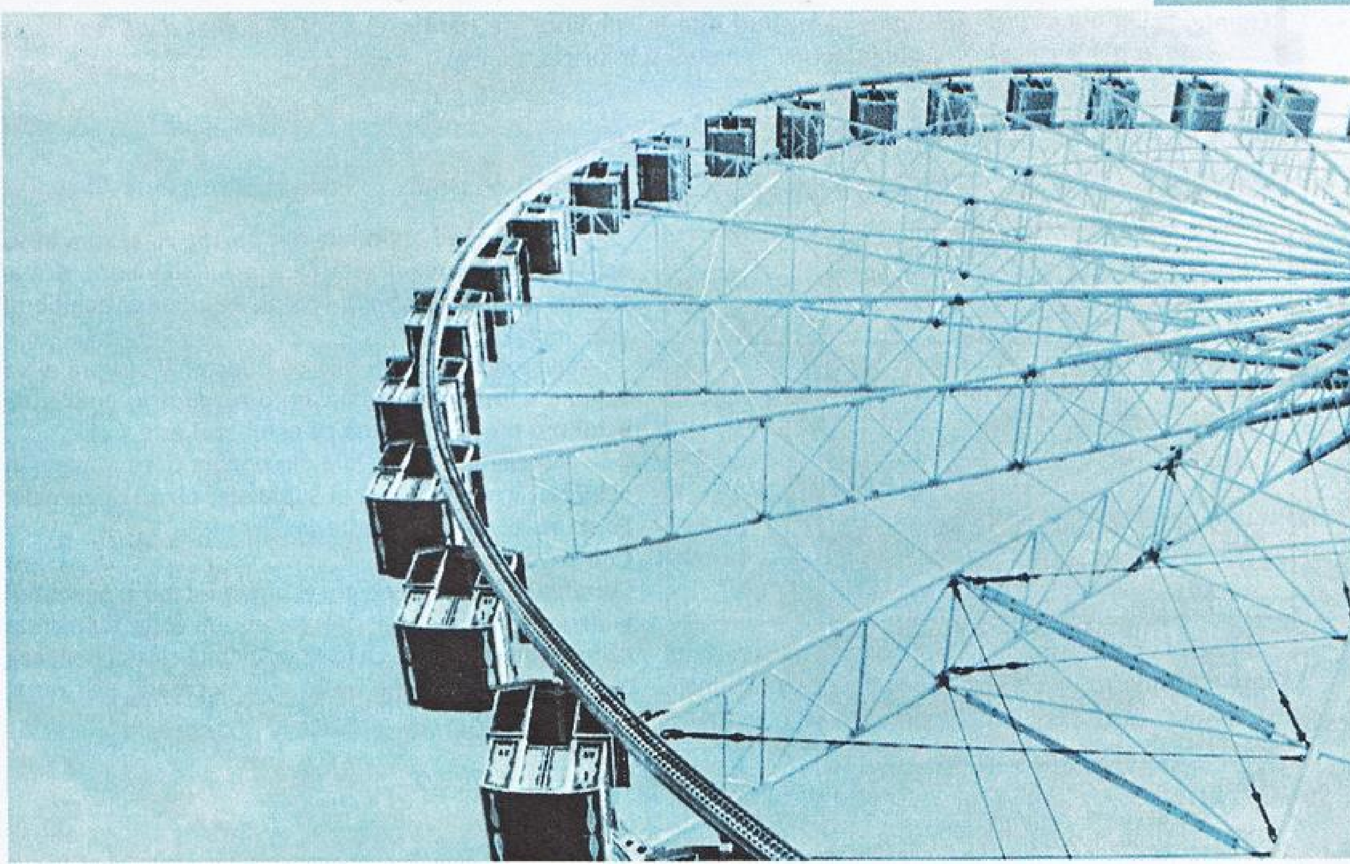
Capitolul 4

Elemente de statică

Obiective

În acest capitol veți studia:

- **Echilibrul de translație pentru punctul material și pentru solidul rigid**
- **Echilibrul de rotație pentru solidul rigid**



4.1. Echilibrul de translaţie

4.1.1. Echilibrul punctului material liber

Punctul material, fiind un corp fără dimensiuni, nu poate efectua mişcări de rotaţie în jurul unei axe care trece prin el însuşi. Sub acţiunea unui sistem de forţe, un punct material poate efectua numai mişcări de translaţie. Aţi învăţat în clasa a VII-a că mişcarea unui corp în care oricare segment determinat de două puncte ale corpului se deplasează paralel cu el însuşi se numeşte *mişcare de translaţie*. Echilibrul sistemului de forţe aplicate punctului material se numeşte **echilibru de translaţie.**

Enunţ: Punctul material liber este în echilibru (de translaţie) *dacă şi numai dacă* rezultanta sistemului de forţe care acţionează asupra lui este nulă:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0 .$$

Relaţia de mai sus exprimă condiţia de echilibru pentru punctul material liber.

4.1.2. Echilibrul punctului material supus la legături

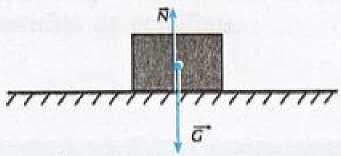


Fig. 4.1.1.

Definiţii: 1) Se numeşte *legătură* orice cauză fizică datorită căreia mişcarea în spaţiu a unui punct material (sau a unui corp oarecare) este limitată (fig. 4.1.1).
2) Un corp ale cărui deplasări în spaţiu sunt limitate de alte corpuri de care este legat sau cu care este în contact se numeşte *corp supus la legături*.

Definiţia 2 este ilustrată în figura 4.1.1, unde legătura corpului aflat pe plan este planul de sprijin.

Definiţie: Un corp care *nu* este legat de alte corpuri şi care se poate deplasa în orice direcţie din spaţiu se numeşte *corp liber*.

Formulăm acum condiţia de echilibru pentru punctul material supus la legături.

Enunţ: Un punct material supus la legături este în echilibru (de translaţie) *dacă şi numai dacă* rezultanta forţelor efectiv aplicate punctului material şi a forţelor de legătură este nulă.

4.1.3. Echilibrul punctului material supus la legături în câmp gravitaţional

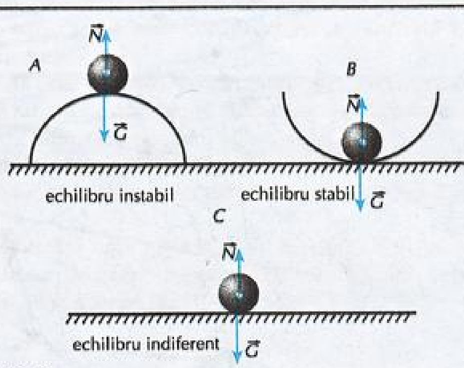


Fig. 4.1.2.

În cazul unui corp sprijinit pe o suprafaţă, în prezenţa câmpului gravitaţional, pot să apară trei situaţii distincte (fig. 4.1.2.):

– îndepărtând puţin bila din poziţia *A*, asupra ei va acţiona o forţă rezultantă care *o îndepărtează şi mai mult* de poziţia de echilibru din *A*. Se spune că echilibrul este *instabil*;

– îndepărtând puţin bila de punctul *B*, asupra ei va acţiona o forţă rezultantă care *o readuce* în poziţia de echilibru din *B*. Se spune că echilibrul este *stabil*;

– îndepărtând puţin bila din poziţia *C*, ea rămâne în echilibru în orice punct al suprafeţei plane orizontale. Se spune că echilibrul este *indiferent*.

Concluzie:
Condiţia de echilibru pentru echilibrul stabil al punctului material într-un câmp conservativ de forţe (cum este câmpul gravitaţional), ca forţa rezultantă care acţionează asupra corpului să fie nulă, este necesară, dar nu şi suficientă.

Se constată că:

– *poziția de echilibru stabil* a unui punct material sub acțiunea forței de greutate este aceea care corespunde *minimului* energiei potențiale în comparație cu valorile din pozițiile vecine;

– *poziția de echilibru instabil* a unui punct material sub acțiunea forței de greutate este aceea care corespunde *maximului* energiei potențiale în comparație cu valorile din pozițiile vecine.

4.1.4. Echilibrul de translație al solidului rigid liber

Corpurile pe care le-ați studiat până acum au fost modelate prin puncte materiale întrucât forma și dimensiunile lor nu au avut relevanță. În cazul în care vrem să studiem rezistența unui pod, stabilitatea unei scări sprijinite de un perete sau modul în care funcționează roata mare dintr-un parc de distracții, vom utiliza **modelul solidului rigid** .

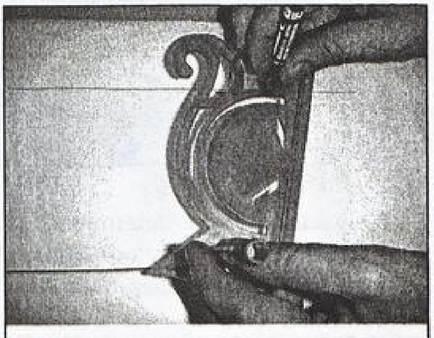


Fig. 4.1.3.

Un ***solid rigid*** este un corp ale cărui dimensiuni nu se modifică sub acțiunea forțelor aplicate. Un corp real care să fie riguros un solid rigid nu există. Solidul rigid este numai un *model* ideal al corpurilor reale.

Un solid rigid poate efectua sub acțiunea forțelor atât mișcări de translație cât și mișcări de rotație. În acest caz vor fi deci necesare două condiții de echilibru.

Un solid rigid se află în **mișcare de translație** dacă toate punctele sale se mișcă pe traiectorii rectiliniii identice, cu viteze și accelerații identice, ca în fig. 4.1.3.

Condiția de echilibru de translație pentru un solid rigid liber are următorul enunț.

Enunț: Solidul rigid este în echilibru de translație *dacă și numai dacă* rezultanta sistemului de forțe care acționează asupra lui este zero: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0$

Aceasta este prima condiție de echilibru, ***condiția de echilibru de translație***.

Lucrare de laborator

Studiul echilibrului de translație al punctului material

Veți verifica experimental condițiile de echilibru de translație pentru un punct material supus la legături.

Procedeu experimental

Punctul material va modela un nod sau un inel legat pe firele de ață.

Materialele din trusa de fizică necesare realizării experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: un dispozitiv pentru studiul mișcării circulare din trusa de fizică, trei tije și discuri crestate, cadru metalic cu scripeți fixați la distanțe reglabile, fire de ață, menghină de masă, tijă cu suport.

- Fixați dispozitivul pentru studiul mișcării circulare la marginea mesei cu ajutorul menghinei și potriviți diviziunea zero la capătul diametrului său vertical pentru a-l folosi la măsurarea unghiurilor.
- Fixați, cu ajutorul firelor de ață, cele trei tije cu discuri crestate ca în fig. 4.1.4.

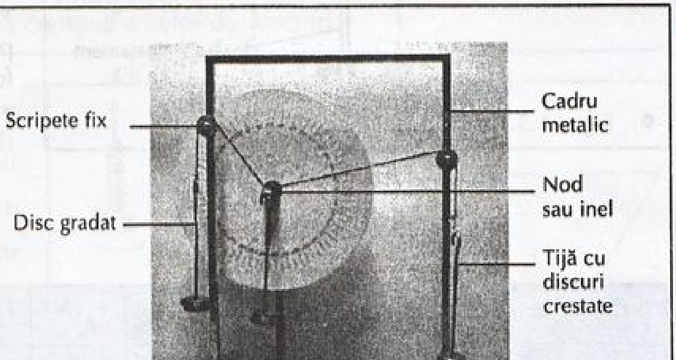


Fig. 4.1.4.

4

Înnodaţi tija din centrul imaginii pe fir sau utilizaţi un inel uşor pe care veţi lega capetele celor două fire şi de care veţi suspenda tija în cauză.

- Centraţi nodul (inelul) în dreptul centrului platanului.
- Ataşaţi discuri crestate în număr variabil pe cele trei tije.
- Tijele se vor deplasa pe direcţie verticală până la atingerea unei poziţii de echilibru stabil.
- Calculaţi valorile greutaţii pentru fiecare tijă împreună cu discurile ataşate. Masa tijei şi a discurilor mari este de 10g, a discurilor mici 5g, iar acceleraţia gravitaţională este de 9,8m/s².
- Măsuraţi unghiurile făcute de fire cu verticala care trece prin nod privind perpendicular pe firele de aţă în dreptul platanului.
- Introduceţi datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	G_1 (N)	G_2 (N)	G_3 (N)	α_1	α_2	R_x (N)	R_y (N)	R (N)

- Efectuaţi 10-12 determinări.
- Calculaţi rezultanta forţelor aplicate nodului.

Concluzii

- În limitele erorilor experimentale rezultanta forţelor aplicate nodului este nulă.
- Punctul material (nodul) se află în echilibru de translaţie dacă rezultanta forţelor aplicate lui este nulă.
- Identificaţi principalele surse de erori şi propuneţi soluţii pentru micşorarea lor.

Studiul echilibrului de translaţie al solidului rigid

1. Studiul experimental al compunerii forţelor paralele

Utilizaţi o bară gradată pe care montaţi doi călăreţi pentru a suspenda câte o tijă cu discuri crestate. Veţi verifica experimental că modulul rezultantei a două forţe paralele de acelaşi sens este egal cu suma modulelor forţelor componente.

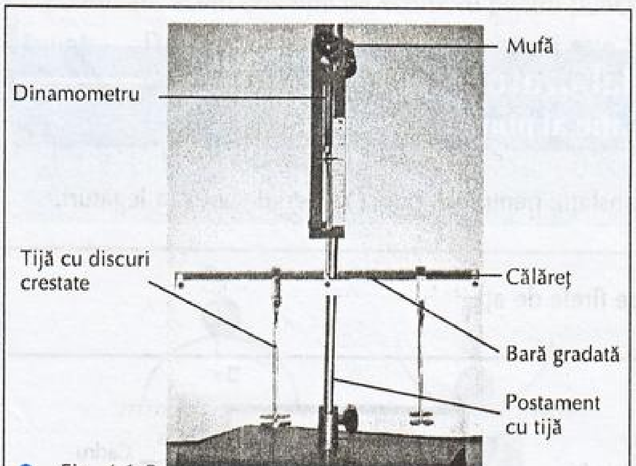


Fig. 4.1.5.

- Realizaţi montajul experimental din fig. 4.1.5. Utilizaţi un dinamometru de 2,5N pentru a suspenda bara gradată.
- Ataşaţi discuri crestate pe tije.
- Modificaţi poziţia călăreţilor pe bara gradată până când ea revine în poziţie orizontală.
- Introduceţi datele într-un tabel de forma indicată mai jos.
- Repetaţi aceste operaţii de câteva ori.

Concluzii şi întrebări

- În limitele erorilor experimentale rezultanta forţelor paralele aplicate barei este egală cu suma modulelor forţelor componente.
- În limitele erorilor experimentale se verifică relaţiile de calcul pentru braţele forţelor F_A şi F_B:

$$l_A = \frac{F_B}{F_A + F_B} \quad \text{şi} \quad l_B = \frac{F_A}{F_A + F_B}$$

Nr. crt.	L (m)	l_A (N)$_{citit}$	l_A (N)$_{citit}$	l_B (N)$_{citit}$	F_A (N)	F_B (N)	$F_A + F_B$ (N)	R (N)	l_A (N)$_{calculat}$	l_B (N)$_{calculat}$

4

2. Determinarea experimentală a centrului de greutate

Centrul de greutate al unui corp sau sistem de puncte materiale (CG), este punctul de aplicaţie al vectorului greutate şi este unic determinat indiferent de locul sau de orientarea corpului. Pentru corpuri omogene cu formă geometrică regulată centrul de greutate se află pe axa de simetrie sau în centrul de simetrie dacă acestea există (de exemplu în cazul unui pătrat se află la intersecţia diagonalelor). Cea mai simplă metodă de determinare a poziţiei centrului de greutate a unui corp indiferent de forma şi de omogenitatea sa este descrisă în continuare (figura E 4.1.6).

- Suspendaţi corpul într-un punct al său în care veţi lega şi un fir cu plumb.
- Marcaţi două puncte prin care trece firul cu plumb, apoi trasaţi dreapta care trece prin ele.
- Repetaţi operaţia pentru alt punct al corpului.Va rezulta altă dreaptă.
- Centrul de greutate se va găsi la intersecţia celor două drepte.
- Dacă veţi trasa o a treia dreaptă veţi constata că ea va trece prin CG. Deci centrul de greutate al unui corp este unic determinat.

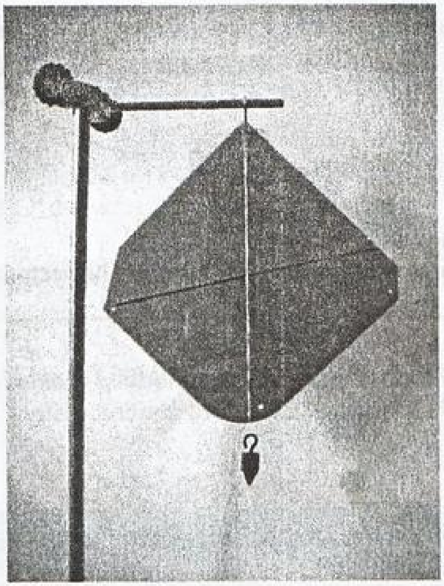


Fig. E 4.1.6.

4.2. Echilibrul de rotaţie
4.2.1. Produsul vectorial a doi vectori

Definiţie: Se numeşte ***produs vectorial*** al vectorilor $\vec{U}$ şi $\vec{V}$ un vector, notat $\vec{U}\times\vec{V}$, determinat de următoarele elemente:

a) *modulul* produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{V}$, egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin sinusul unghiului α dintre ei, $\left|\vec{U}\times\vec{V}\right| = U\cdot V\cdot\sin\alpha$;

b) *direcţia* produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{V}$, perpendiculară pe planul celor doi vectori $\vec{U}$ şi $\vec{V}$;

c) *sensul* produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{V}$, dat de regula burghiului (enunţată mai jos);

d) *originea* produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{V}$, în originea comună a celor doi vectori.

Regula burghiului:

Se aşează un burghiu perpendicular pe planul vectorilor $\vec{U}$ şi $\vec{V}$, cu mânerul în acest plan. Se roteşte mânerul burghiului astfel încât să se aducă primul vector $\vec{U}$ peste al doilea vector $\vec{V}$ *pe drumul cel mai scurt.* Atunci, sensul de deplasare al burghiului (înainte sau înapoi) dă sensul produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{V}$ (fig. 4.2.1).

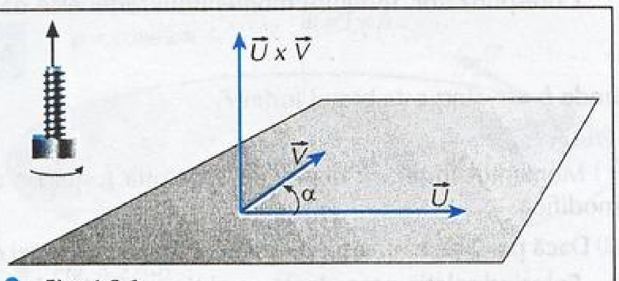


Fig. 4.2.1. **Regula burghiului**

4

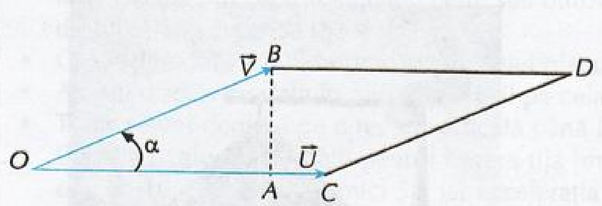


Fig. 4.2.2.
Interpretarea geometrică a produsului vectorial a doi vectori

Interepretare geometrică:

Modulul produsului vectorial este egal cu aria paralelogramului construit cu cei doi vectori ca laturi (fig. 4.2.2).

Într-adevăr,

$$\left|\vec{U}\times\vec{V}\right| = UV\cdot\sin\alpha = U(V\cdot\sin\alpha) = OC\cdot AB = S\,.$$

Proprietățile produsului vectorial:

1) Produsul vectorial este nul dacă: a) unul dintre cei doi vectori este nul; b) cei doi vectori sunt paraleli.

2) Produsul vectorial are modulul maxim când cei doi vectori sunt perpendiculari.

3) Produsul vectorial este anticomutativ:

$$\vec{U}\times\vec{V} = -\vec{V}\times\vec{U}.$$

4.2.2. Momentul forței față de un punct

Definiție: Se numește ***brațul forței față de un punct*** lungimea perpendicularei coborâte din acel punct pe dreapta suport a forței.

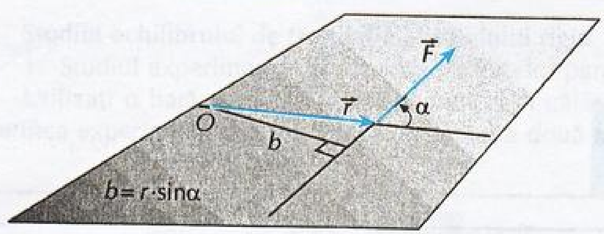


Fig. 4.2.3-a.
Brațul forței față de un punct

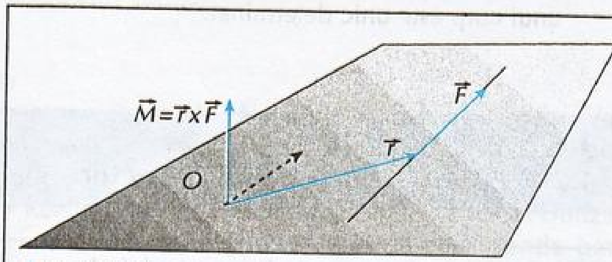


Fig. 4.2.3-b.
Momentul unei forțe

Definiție: Se numește ***momentul forței $\vec{F}$ față de un punct numit pol*** mărimea fizică vectorială definită de relația:

$$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}\,,$$

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al originii vectorului forță față de polul O (fig. 4.2.3-b).

Corespunzător, modulul momentului forței este dat de expresia:

$$M = b\cdot F,$$

unde $b = r\cdot\sin\alpha$ este brațul forței F.

Observații:

1) Momentul forței nu depinde de poziția forței pe dreapta suport, deoarece brațul forței, $b = r\cdot\sin\alpha$, nu se modifică.

2) Dacă polul se află pe suportul forței, momentul forței este nul ($\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 0 \Rightarrow b = 0$)

Folosind relația precedentă se obține unitatea de măsură a momentului unei forțe:

$$[M]_{SI} = [b]_{SI}\cdot[F]_{SI} = 1\text{m}\cdot 1\text{N} = 1\text{N}\cdot\text{m}\,.$$

Observație:

Unitatea de măsură pentru momentul forței, 1 N·m, se folosește ca atare. Nu se înlocuiește cu 1J deoarece ea este unitate de măsură a unei mărimi cu semnificație fizică diferită de cea a energiei sau lucrului mecanic.

Exercițiul 4.2.1

Un om învârte o manivelă cu o frecvență ν, cu forța F, descriind un cerc cu raza R. Aflați: a) viteza unghiulară de rotație; b) momentul M al forței; c) puterea P dezvoltată de om.

Aplicație: $\nu = 2\text{Hz}$; $F = 50$ N; $R = 30$ cm.

Soluție:

a) $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 12{,}56 \Rightarrow \omega = 12{,}6$ rad/s;

b) $M = R \cdot F = 0{,}3 \cdot 50 = 15$ Nm;

c) $\left.\begin{matrix} v = \omega R \\ P = F \cdot v \end{matrix}\right\} \Rightarrow P = 2\pi\nu FR = 12{,}6\,\text{rad/s} \cdot 15\,\text{Nm} = 189\,\text{W}$.

4.2.3. Momentul cinetic

Definiție: Se numește ***moment cinetic al unui punct material față de un pol*** mărimea fizică vectorială:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p},$$

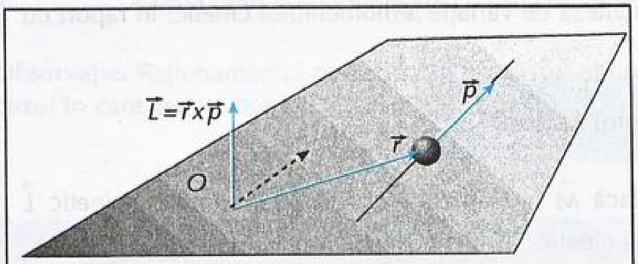


Fig. 4.2.4.

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al originii vectorului impuls față de polul O (fig. 4.2.4).

Unitatea de măsură se obține din relația de definiție:

$$[L]_{SI} = [r]_{SI} \cdot [p]_{SI} = 1\,\text{m} \cdot 1\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 1\,\text{m} \cdot 1\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{s} = 1\,\text{m} \cdot 1\,\text{N} \cdot 1\,\text{s} = 1\,\text{J} \cdot 1\,\text{s} = 1\,\text{J} \cdot \text{s}.$$

Observații:

1) Momentul cinetic al unui punct material izolat, în raport cu orice pol, se conservă: $L = b \cdot mv =$ constant (fig. 4.2.5-a).

2) Fie un punct material aflat în mișcare circulară uniformă. Momentul cinetic al punctului material în raport cu centrul cercului traiectorie se conservă: $L = r \cdot mv =$ constant (fig. 4.2.5-b).

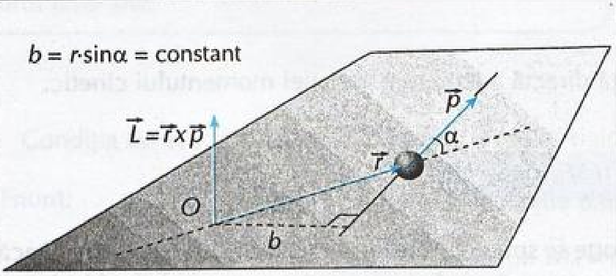


Fig. 4.2.5-a

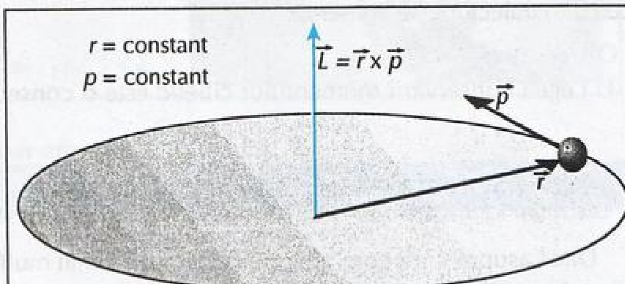


Fig. 4.2.5-b

4.2.4. Teorema variației momentului cinetic

Considerăm un punct material de masă m în mișcare pe o traiectorie oarecare în raport cu SRI ales. La un moment dat t punctul material are vectorul de poziție $\vec{r}$ și impulsul $\vec{p} = m\vec{v}$ și deci momentul cinetic $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. La un moment imediat ulterior $t' = t + \Delta t$, Δt foarte mic, punctul material are vectorul de poziție

$$\vec{r}' = \vec{r} + \Delta\vec{r}\text{ , impulsul } \vec{p}' = \vec{p} + \Delta\vec{p}\text{ ,deci momentul cinetic } \vec{L}' = \vec{r}' + \vec{p}'.$$

Atunci, variația $\Delta\vec{L}$ a momentului cinetic în intervalul de timp Δt este

$$\Delta\vec{L} = \vec{L}' - \vec{L} = (\vec{r} + \Delta\vec{r}) \times (\vec{p} + \Delta\vec{p}) = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times \vec{p} + \vec{r} \times \Delta\vec{p} + \Delta\vec{r} \times \vec{p} + \Delta\vec{r} \times \Delta\vec{p} - \vec{r} \times \vec{p}.$$

De aici, împărțind la Δt, găsim:

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{r} \times \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \times \vec{p} + \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \times \vec{p} \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = \vec{r} \times \vec{F} + \vec{v} \times \vec{p} + \vec{v} \times \Delta\vec{p}$$

Deoarece $\vec{v}$ și $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ sunt coliniari $\vec{v} \times \vec{p} = 0$. În plus, pentru Δt foarte mic variația $\Delta\vec{p}$ a impulsului este și ea foarte mică și deci produsul $\vec{v} \times \Delta\vec{p}$ va fi neglijabil. Atunci relația precedentă se reduce la forma

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{r} \times \vec{F}\ .$$

Putem acum formula ***teorema variației momentului cinetic***.

Enunț: Momentul forței în raport cu un pol este egal cu viteza de variație a momentului cinetic, în raport cu același pol:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}\text{ , pentru } \Delta t \text{ foarte mic.}$$

Din teorema variației momentului cinetic rezultă că, dacă $\vec{M} = 0$, atunci $\Delta\vec{L} = 0$, deci momentul cinetic $\vec{L}$ se conservă. Se obține astfel legea conservării momentului cinetic.

Enunț: Dacă momentul forței rezultante în raport cu un pol este permanent nul, atunci momentul cinetic în raport cu acel pol *se conservă* (este constant).

Exemple:

– În cazul unui punct material izolat $\vec{F} = 0$, deci $\vec{M} = 0$ față de orice pol. De aceea, momentul cinetic al unui punct material izolat se conservă în raport cu orice pol.

– În mișcarea circulară uniformă forța este centripetă,deci momentul ei în raport cu centrul cercului traiectorie este permanent nul. De aceea, pentru un punct material în mișcare circulară uniformă momentul cinetic în raport cu centrul cercului traiectorie se conservă.

Observație:

1) Legea conservării momentului cinetic este o consecință directă a teoremei variației momentului cinetic.

4.2.5. Sistem de forțe concurente. Teorema lui Varignon

Dacă asupra unui corp acționează simultan mai multe forțe se spune că ele formează un ***sistem de forțe***. Dacă efectele produse de două sisteme de forțe diferite sunt identice, sistemele de forțe respective sunt numite ***echivalente***. Două sisteme de forțe echivalente cu un al treilea sistem de forțe sunt și ele echivalente. Dacă un sistem de forțe

4

este echivalent cu o singură forță, aceasta este numită ***rezultantă*** a sistemului de forțe.

Când dreptele suport ale forțelor se întâlnesc toate într-un singur punct se poate spune că forțele sunt concurente. Rezultanta unui sistem de forțe concurente se obține prin operația de adunare a vectorilor conform regulii paralelogramului, triunghiului sau poligonului.

Observație: Când forțele care acționează asupra unui corp sunt paralele (au dreptele suport paralele) este necesară o procedură de compunere specifică.

Considerăm că asupra unui punct material acționează simultan două forțe concurente $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$. În raport cu un pol O cele două forțe au momentele $\vec{M}_1=\vec{r}\times\vec{F}_1$ și, respectiv, $\vec{M}_2=\vec{r}\times\vec{F}_2$, unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al punctului material în raport cu polul O. Adunând aceste două relații obținem:

$$\vec{M}=\vec{M}_1+\vec{M}_2=\vec{r}\times\vec{F}_1+\vec{r}\times\vec{F}_2,$$

unde am notat cu $\vec{M}$ rezultanta celor două momente: $\vec{M}=\vec{M}_1+\vec{M}_2$. Folosind apoi proprietatea de distributivitate a produsului vectorial față de adunarea vectorilor, obținem

$$\vec{M}=\vec{r}\times\left(\vec{F}_1+\vec{F}_2\right)=\vec{r}\times\vec{R},$$

unde $\vec{R}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ este rezultanta forțelor care acționează asupra punctului material. Rezultatul pe care l-am obținut este cunoscut sub numele de ***teorema lui Varignon***.

Enunț: În raport cu un pol dat, arbitrar ales, rezultanta momentelor forțelor concurente care acționează asupra unui corp este egală cu momentul rezultantei forțelor respective.

Observație: Raționamentul precedent și rezultatul obținut, teorema lui Varignon, se generalizează imediat și la cazul în care asupra corpului considerat acționează 3 sau mai multe forțe concurente.

4.2.6. Echilibrul de rotație al solidului rigid

Un solid rigid se află în **mișcare de rotație** atunci când toate punctele sale descriu cercuri concentrice (fig. 4.2.6) cu centrele situate pe axa de rotație (o dreaptă perpendiculară pe planele acestor cercuri).

Definiție: Solidul rigid este în ***echilibru de rotație*** când se află în repaus sau când se rotește uniform în jurul unei axe.

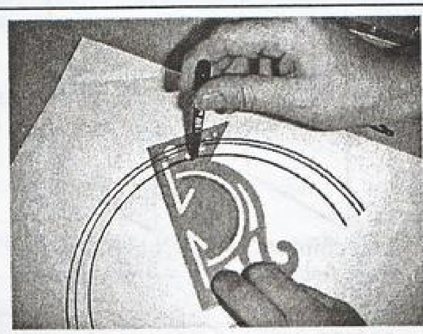


Fig. 4.2.6.

Condiția de echilibru de rotație pentru un solid rigid liber are următorul enunț.

Enunț: Solidul rigid este în echilibru de rotație *dacă și numai dacă* momentul rezultant al forțelor aplicate solidului este nul: $\vec{M}=\vec{M}_1+\vec{M}_2+\ldots+\vec{M}_n=0$.

Aceasta este a doua condiție de echilibru, ***condiția de echilibru de rotație***.

4

Exercițiul 4.2.3. O bară de greutate $G = 100$ N este sprijinită cu un capăt de un suport ca în figura E 4.2.3-a. Aflați ce forță verticală trebuie să acționeze asupra celuilalt capăt al barei pentru a o menține orizontală.

Soluție:

Reprezentăm forțele care acționează asupra barei (N este reacțiunea suportului).

Bara este în echilibru de rotație față de punctul O sub acțiunea celor trei forțe (fig. E 4.2.3-b).

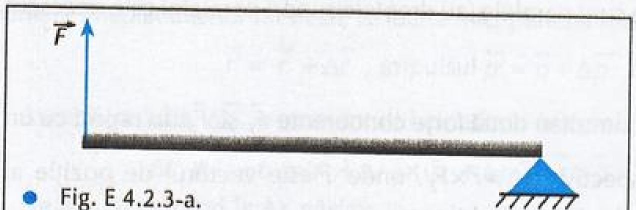


Fig. E 4.2.3-a.

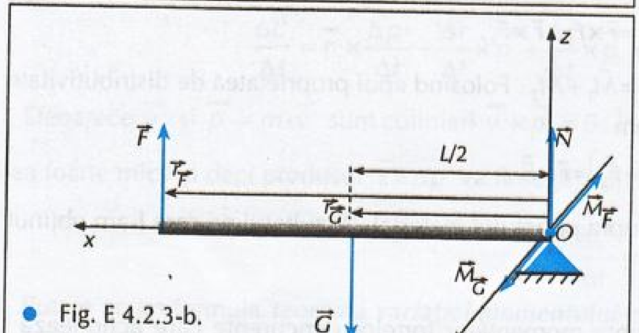


Fig. E 4.2.3-b.

Condiția de echilibru se scrie în forma:

$$O:\ \vec{M}_{\vec{F}} + \vec{M}_{\vec{G}} + \vec{M}_{\vec{N}} = 0$$

$$\vec{M}_{\vec{F}} = \vec{r}_{\vec{F}} \times \vec{F},\ \vec{M}_{\vec{G}} = \vec{r}_{\vec{G}} \times \vec{G},\ \vec{M}_{\vec{N}} = 0 \times \vec{N} = 0.$$

Atunci, condiția de echilibru se reduce la forma mai simplă:

$$O:\ \vec{M}_{\vec{F}} + \vec{M}_{\vec{G}} = 0\,.$$

Conform regulii burghiului aceste două momente sunt orientate în lungul axei Oy. Proiectăm relația vectorială precedentă pe axa Oy și obținem:

$$Oy:\ +M_{\vec{G}} - M_{\vec{F}} = 0\,.$$

Dar: $M_{\vec{G}} = G \cdot \dfrac{L}{2}$ (brațul lui G este jumătate din lungimea barei) și $M_{\vec{F}} = F \cdot L$.

Înlocuind aceste expresii în ecuația de mai sus găsim:

$$G \cdot \frac{L}{2} - F \cdot L = 0 \Rightarrow \frac{G}{2} - F = 0 \Rightarrow F = \frac{G}{2} = \frac{100\text{N}}{2} = 50\text{N}.$$

4.2.7. Echilibrul solidului rigid suspendat

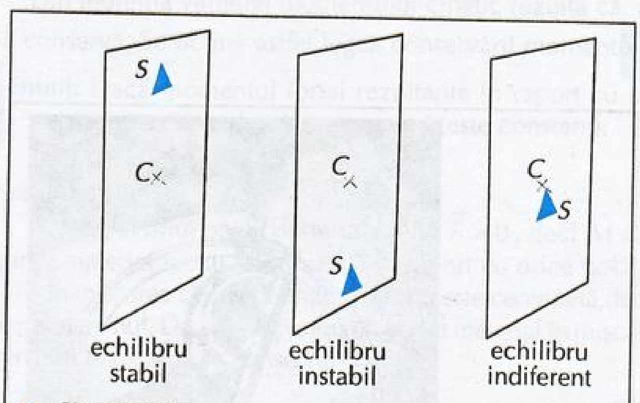


Fig. E 4.2.7.

Se constată că, îndepărtând puțin un solid suspendat de poziția sa de echilibru static, pot să apară trei cazuri (figura 4.2.7).

a) Solidul revine la poziția inițială. Se spune că echilibrul este ***stabil***. Această situație apare când centrul de greutate (C) al solidului este situat sub nivelul punctului de suspensie (S).

b) Solidul se îndepărtează și mai mult de poziția de echilibru. Se spune că echilibrul este ***instabil***. Această situație se manifestă atunci când centrul de greutate al solidului este situat deasupra nivelului punctului de suspensie.

c) Solidul rămâne în repaus în orice poziție. Se spune că echilibrul este ***indiferent***. Această situație apare atunci când solidul este suspendat chiar de centrul său de greutate.

Lucrare de laborator
Studiul echilibrului de rotație al solidului rigid

Veți verifica experimental condițiile de echilibru de rotație pentru un solid rigid.

Procedeu experimental

Efectul de rotație al unei forțe este măsurat de valoarea momentului acelei forțe față de un punct (pol) prin care trece axa de rotație. Veți studia echilibrul de rotație al unui platan aflat în compunerea dispozitivului pentru studiul mișcării circulare din trusa de fizică pentru liceu, care este un solid rigid suspendat.

Materialele din trusa de fizică necesare realizarii experimentului pentru o echipă de 2-3 elevi sunt: un dispozitiv pentru studiul mișcării circulare din trusa de fizică, trei bolțuri, trei tije și discuri crestate, o menghină de masă, fire de ață.

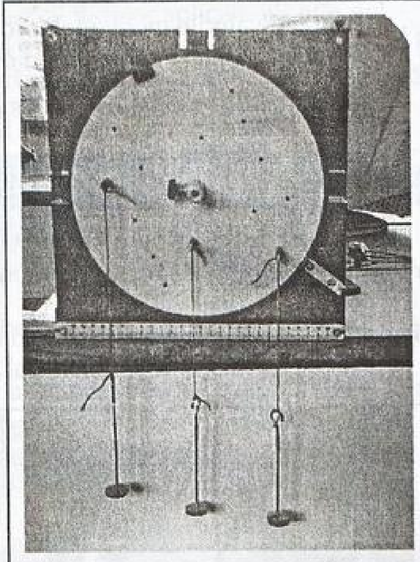


Fig. 4.2.8.

- Fixați dispozitivul pentru studiul mișcării circulare la marginea mesei cu ajutorul menghinei.
- Blocați platanul.
- Fixați, cu ajutorul bolturilor și al firelor de ață, cele trei tije în trei orificii de pe platan.(fig. 4.2.8)
- Atașați discuri crestate pe cele trei tije.
- Greutățile tijelor cu discuri crestate vor produce rotația platanului in jurul unei axe care trece prin centrul său.
- Deblocați platanul și veți constata că el se rotește până ajunge într-o poziție de echilibru stabil.
- Calculați valorile greutații pentru fiecare tijă împreună cu discurile atașate. Masa tijei și a discurilor mari este de 10g, a discurilor mici 5g, iar accelerația gravitațională este de 9,8m/s².
- Măsurați brațele acestor greutăți (cu ajutorul riglei dispozitivului) privind perpendicular pe firele de ață în dreptul riglei. Valorile brațelor forțelor aflate în stânga zero-ului riglei se consideră negative.
- Introduceți datele într-un tabel de forma indicată în continuare:

Nr. crt.	F_2 (N)	F_3 (N)	d_1 (cm)	d_2 (cm)	d_3 (cm)	M_1 (N·cm)	M_2 (N·cm)	M_3 (N·cm)	M_{rez} (N·cm)

- Efectuați 10-12 determinări.
- Calculați valorile momentelor forțelor față de centrul platanului, utilizând relația: $M = b \cdot F$, unde b este brațul fortei față de polul considerat, adică perpendiculara din acel punct pe dreapta suport a forței.
- Efectuați suma algebrică a momentelor forțelor aplicate platanului.

Concluzii

- În limitele erorilor experimentale suma momentelor forțelor care rotesc platanul în sens orar este egală cu suma celor care îl rotesc antiorar, deci valoarea momentului rezultant al forțelor care acționează asupra platanului este nulă.
- Solidul rigid (platanul) se află în echilibru de rotație (este în repaus sau în mișcare de rotație uniformă) dacă momentul rezultant al forțelor aplicate lui este nul.
- Identificați principalele surse de erori și propuneți soluții pentru micșorarea lor.

Aprofundări

Măsurați forța necesară răsturnării unui paralelipiped cu găuri în jurul unei axe care trece prin muchia aflată în contact cu suportul de lemn (figura 4.2.9).

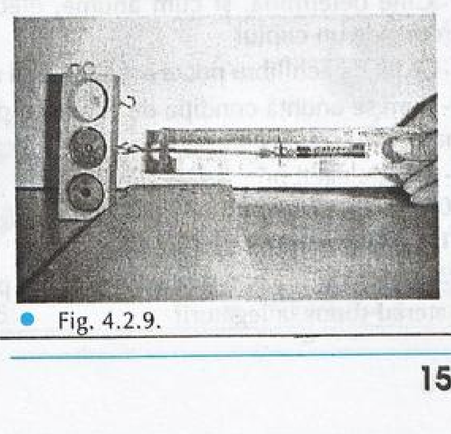


Fig. 4.2.9.

4

- Studiaţi dependenţa acestei forţe de poziţia cârligului utilizat.
- Modificaţi poziţia centrului de greutate prin ataşarea de corpuri adiţionale în cele trei găuri.
- Indicaţi în fiecare situaţie braţele greutaţii, respectiv al forţei aplicate pentru a produce răsturnarea.
- Proiectaţi un tabel în care să puteţi culege datele experimentale
- Calculaţi valorile momentelor forţelor aplicate paralelipipedului.
- Verificaţi condiţia de echilibru de rotaţie a paralelipipedului.

4.2.8. Echilibrul solidului rigid cu bază de sprijin

Fie un solid aşezat pe o suprafaţă plană. Unind punctele corpului aflate în contact cu suprafaţa plană, şi anume pe cele mai depărtate, se obţine în general un poligon a cărui suprafaţă se numeşte ***bază de susţinere***.

Enunţ: Un corp solid aşezat pe o suprafaţă plană este în echilibru dacă verticala coborâtă din centrul său de greutate cade în interiorul bazei sale de susţinere.

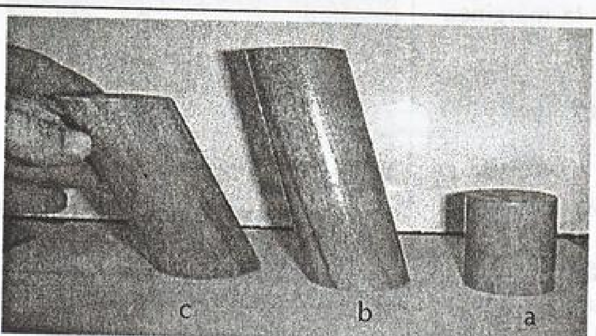


Fig. 4.2.10.
Echilibrul solidului rigid care are o bază de sprijin

Aceasta este condiţia de echilibru pentru un solid aşezat pe o suprafaţă plană.

În cazurile a) şi b) (fig. 4.2.10) corpurile sunt în echilibru deoarece verticala coborâtă din centrul de greutate cade *în interiorul* bazei de sprijin. În cazul c) corpul nu este în echilibru deoarece verticala coborâtă din centrul de greutate cade *în exteriorul* bazei de sprijin.

ACTIVITĂŢI DE EVALUARE

Formulaţi răspunsuri pentru următoarele întrebări:

1. Ce înţelegeţi prin *sistem de forţe*?
2. Ce sunt *sistemele de forţe echivalente*?
3. Cum se enunţă *teorema lui Varignon*?
4. Ce puteţi spune despre rezultanta a două forţe paralele de acelaşi sens, aplicate simultan aceluiaşi corp?
5. Ce înţelegeţi prin *cuplu de forţe*?
6. Cine determină, şi cum anume, efectul de rotaţie produs de un cuplu?
7. Ce fel de echilibru poate avea punctul material liber?
8. Cum se enunţă condiţia de echilibru pentru punctul material?
9. Ce înţelegeţi prin *legătură?*
10. Ce este un *corp supus la legături?*
11. Ce înţelegeţi prin corp liber?
12. Cum se enunţă condiţia de echilibru pentru punctul material supus la legături?
13. Ce tipuri de echilibru se pot întâlni în cazul punctului material supus la legături în câmp gravitaţional? În ce situaţii se manifestă fiecare dintre ele?
14. Ce legătură există între tipul de echilibru şi valoarea energiei potenţiale?
15. Ce înţelegeţi prin *solid rigid?*
16. Ce fel de mişcări poate efectua solidul rigid?
17. Câte condiţii de echilibru sunt necesare în cazul solidului rigid suspendat?
18. Ce tipuri de echilibru se pot întâlni în cazul solidului rigid suspendat?
19. Ce legătură există între tipul de echilibru şi valoarea energiei potenţiale?
20. Ce înţelegeţi prin bază de susţinere? Care este baza de susţinere a unui scaun cu trei picioare?
21. Cum se enunţă condiţia de echilibru pentru un solid rigid aşezat pe o suprafaţă plană?

4

Apreciați cu adevărat sau fals:

1. Un punct material se află în echilibru stabil în câmp gravitațional când energia sa potențială este minimă în raport cu valorile din pozițiile vecine.
2. Centrul de greutate al unui solid rigid care are un centru de simetrie se află pe una din axele de simetrie.
3. Solidul rigid se află în echilibru de rotație atunci când momentul rezultant al forțelor aplicate lui este nul.
4. Un solid rigid așezat pe o suprafață plană este în echilibru atunci când verticala coborâtă din centrul său de greutate cade înafara bazei sale de sprijin.

Explicați utilizând legile fizicii pe care le-ați studiat în acest capitol:

1. De ce sfoara care susține un tablou suspendat pe perete este mai rezistentă atunci când lungimea sa este mai mare?
2. De ce clanțele ușilor se montează pe latura opusă balamalelor?
3. De ce cu șurubelnițele cu mânerul gros se desfac mai ușor șuruburile?
4. De ce pentru a ne ridica de pe scaun trebuie să ne aplecăm în față?
5. De ce este greu să mergem pe o bârnă (șină)?

Probleme

Problema 4.1. Un corp de masă m, fixat la capătul B al unei tije ideale AB de lungime L articulată în A, este deplasat sub acțiunea unei forțe orizontale necunoscute F la distanța d de verticala coborâtă din A. Aflați: a) forța F; b) tensiunea T din tijă.
Aplicație: $m = 112$ g; $L = 20$ cm; $d = 12$ cm.

R: $F = 0{,}82$ N; $T = 1{,}37$ N

Problema 4.2. De un punct A se atârnă prin două fire ideale AB și AC o tijă ideală BC. De capătul B se atârnă un corp de masă m. Aflați masa m_x a corpului atârnat de capătul C dacă tija rămâne orizontală, firul AB face unghiul α cu verticala și unghiul $\pi/2$ cu firul AC.
Aplicație: $m = 10$ kg; $\alpha = 30°$.

R: $m_x = (10/3)$ kg

Problema 4.3. Un fir ideal de lungime L se rupe dacă de unul din capetele sale se atârnă un corp de o anumită greutate. Pentru a suspenda de fir un corp de o greutate de n ori mai mare se fixează capetele firului în punctele A și B situate pe o aceeași orizontală, $AB = d$, iar corpul mai greu se fixează la mijlocul firului. Aflați pentru ce valoare a lui n se rupe firul în acest caz.
Aplicație: $L = 1{,}2$ m; $d = 0{,}72$ m.

R: $n = 1{,}536$

Problema 4.4. Un fir ideal este fixat în A și este trecut peste scripetele fix ideal din B. La capătul liber al firului se atârnă greutatea necunoscută G, iar în punctul C un alt corp de greutate G_1. Sistemul se află în echilibru. Aflați: a) greutatea G astfel încât tensiunea din firul AC să fie de n ori mai mare decât în firul BC, iar unghiul

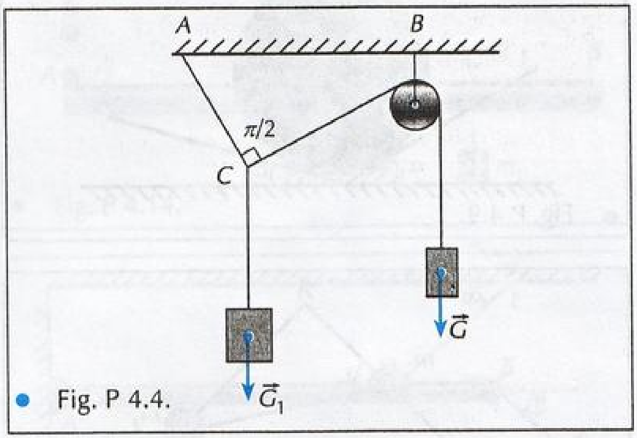


Fig. P 4.4.

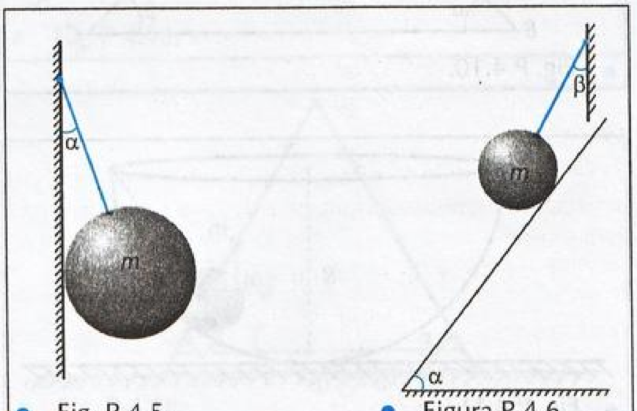


Fig. P 4.5. Figura P 4.6.

ACB să aibă valoarea $\pi/2$; b) tensiunea T din AC; c) forța F care acționează asupra scripetelui B.
Aplicație: $G_1 = 180$ N; $n = 2$.

R: $G = 80{,}5$ N; $T = 161$ N; $F = 136{,}9$ N

Problema 4.5. O bilă omogenă de masă m se sprijină pe un perete vertical neted, fără frecări, fiind suspendată de un fir prins de perete și care face unghiul α cu verticala (fig. P.4.5). Aflați, la echilibru: a) tensiunea T în fir; b) reacțiunea N a peretelui.
Aplicație: $m = 10$ kg; $\alpha = 30°$.

R: $T = 113{,}16$ N; N = 56,58 N

Problema 4.6. O bilă omogenă de masă m se sprijină pe un plan înclinat de unghi α. Bila este suspendată cu ajutorul unui fir ideal care face unghiul β cu verticala(fig. P.4.6). Aflați, la echilibru: a) tensiunea T în fir; b) reacțiunea N a planului înclinat.
Aplicație: $m = 10$ kg; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$.

R: $T = 84{,}87$ N; $N = 49$ N

Problema 4.7. Fie bara omogenă BC, de greutate G și lungime L, rezemată în A ca în figura P.4.7. Aflați, în funcție de $x = BA$, forța verticală F care trebuie să acționeze la echilibru în B pentru a menține bara orizontală.
Aplicație: $G = 40$ N; $L = 1$ m; $x = 0{,}8$ m.

R: $F = 15$ N

Problema 4.8. O bară omogenă de greutate G și lungime necunoscută L este articulată în capătul A și sprijinită pe reazemul C la distanța D de capătul articulat. Capătul liber este tras de un fir ideal trecut peste un scripete fix ideal astfel încât să facă unghiul α cu orizontala, de capătul firului fiind atârnat un corp de greutate G_1. La distanța d de A se atârnă de bară un corp de greutate G_2. Aflați forța verticală de reacțiune N a reazemului C, considerând bara orizontală (fig. P.4.8).
Aplicație: $G = 250$ N; $D = 3L/4$; $\alpha = 45°$; $G_1 = 282$ N; $d = L/4$; $G_2 = 800$ N.

R: $N = 168$ N

Problema 4.9. O sferă de masă m se sprijină pe două suprafețe formând cu orizontala unghiurile α_1 și α_2 ca în figura P.4.9. Frecările se neglijează. Aflați forțele N_1 și N_2 cu care sfera apasă pe cele două suprafețe.
Aplicație: $m = 5$ kg; $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = 15°$.

R: $N_1 = 17{,}88$ N; $N_2 = 34{,}75$ N.

Problema 4.10. Un cadru rigid de sârmă în formă de triunghi, ABC, este așezat în plan vertical. Se dau unghiurile α și β. Pe laturile AB și AC alunecă fără frecare două bile de mase m_1 și m_2 legate între ele printr-un fir ideal, ca în figura P.4.10. Firul este mai scurt decât latura BC. Aflați: a) unghiul γ format de fir cu latura AB la

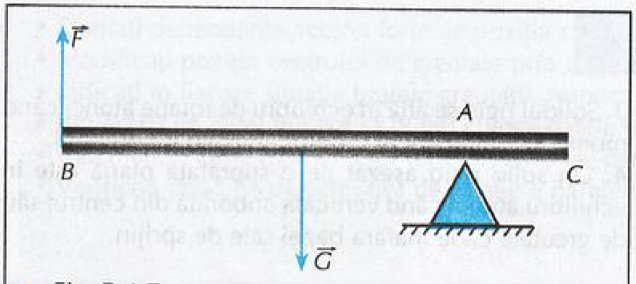


Fig. P 4.7.

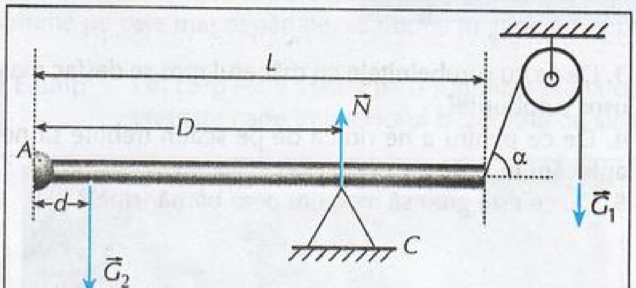


Fig. P 4.8.

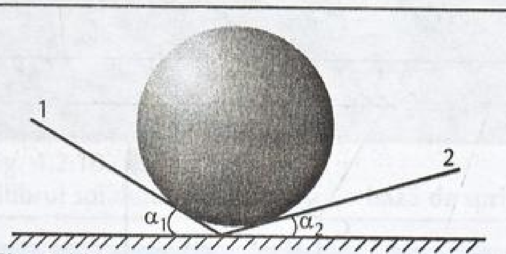


Fig. P 4.9.

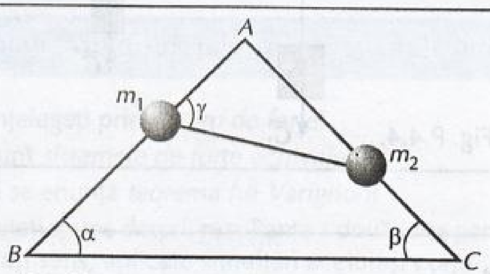


Fig. P 4.10.

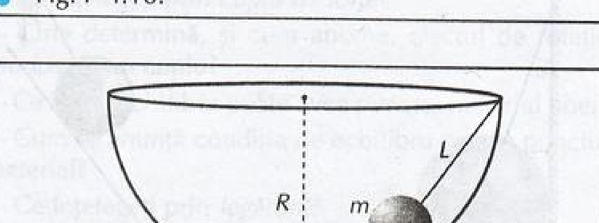


Fig. P 4.11.

4

echilibru; b) tensiunea T în fir în acest caz.
Aplicație: $\alpha = \beta = 45^{o}$; $m_1 = 1$ kg; $m_2 = 2$ kg.

R: $tg\gamma = 2$; $T = 15{,}49$ N.

Problema 4.11. O bilă de masă m, suspendată de un fir ideal de lungime L, este sprijinită fără frecare în interiorul unei calote semisferice de rază R (figura P.4.11). Aflați tensiunea T în fir.

Aplicație: $m = \sqrt{3}$ kg ; $L = R$. **R: $T = 9{,}8$ N.**

Problema 4.12. Aflați cu ce forță verticală F trebuie apăsată pana 1 de masă neglijabilă și unghi θ pentru a scoate pana 2 de masă m (figura P.4.12). Unghiul de frecare este peste tot φ.
Aplicație: $\theta = 45^{o}$; $m = 1$ kg; $\varphi = 15^{o}$.

R: $F = 63{,}3$ N.

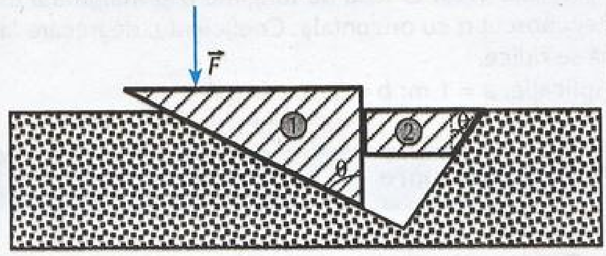


Fig. P 4.12.

Problema 4.13. Două corpuri de mase m_1 și m_2 sunt suspendate prin fire ideale de capetele A și C ale unei tije ideale, la distanțele $AB = L_1$ și $BC = L_2$ de punctul de sprijin B. Corpul m_2 este așezat pe sol. Aflați cu ce unghi minim α trebuie deviat față de verticală firul cu corpul m_1 pentru ca la revenire corpul m_2 să se desprindă de sol (figura P.4.13).
Aplicație: $m_1 = 2$ kg; $m_2 = 3$ kg; $L_1 = 30$ cm; $L_2 = 40$ cm.

R: $\alpha = 60^{o}$.

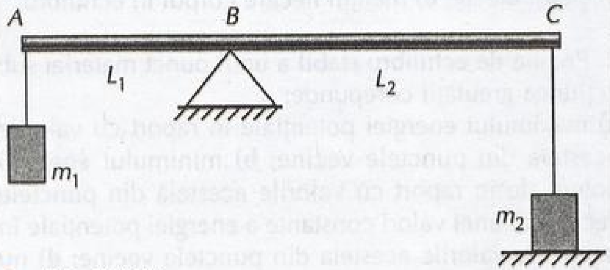


Fig. P 4.13.

Problema 4.14. Pe bara omogenă și orizontală AB, suspendată la mijloc, $AO = OB$, se lasă să cadă în A, de la înălțimea h, bile de masă m fiecare, câte n_0 bile pe secundă. Bilele ciocnesc bara perfect elastic. Aflați ce masă m_1 trebuie suspendată în punctul C al barei, $OC = CB$, astfel încât bara să rămână orizontală (figura P.4.14).
Aplicație: $h = 1{,}225$ m; $m = 10$ g; $n_0 = 20$.

R: $m_1 = 0{,}4$ kg.

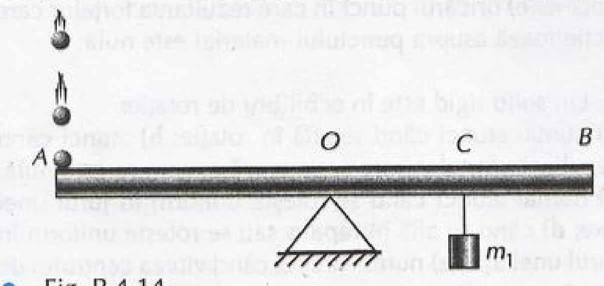


Fig. P 4.14.

Problema 4.15. O scândură omogenă AB de greutate G și lungime L, articulată în A și legată de tavan prin firul ideal DE care face unghiul α cu orizontala, $DB = d$, este orizontală și în B acționează cu o forță F orientată cu unghiul β sub orizontală ca în figura P.4.15. Aflați: a) reacțiunea N_A în articulație; b) unghiul γ făcut de N_A cu orizontala; c) tensiunea T în firul DE.
Aplicație: $G = 100$ N; $L = 4$ m; $\alpha = 45^{o}$; $d = 1$ m; $F = 100$ N; $\beta = 60^{o}$.

R: $N_A = 398{,}4$ N; $tg\gamma = 0{,}0615$; $T = 421$ N.

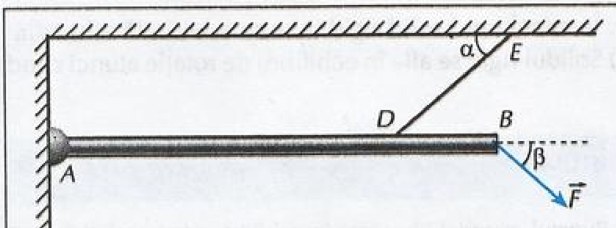


Fig. P 4.15.

Problema 4.16. Pe o scară dublă de masă neglijabilă, articulată la capătul superior și având capetele inferioare legate printr-un fir ideal, urcă un om de masă m până la mijlocul scării. Unghiul format de fiecare latură cu podeaua este α. Frecările se neglijează. Aflați tensiunea T din fir (fig. P.4.16).
Aplicație: $m = 60$ kg; $\alpha = 60^{o}$.

R: $T = 85$ N.

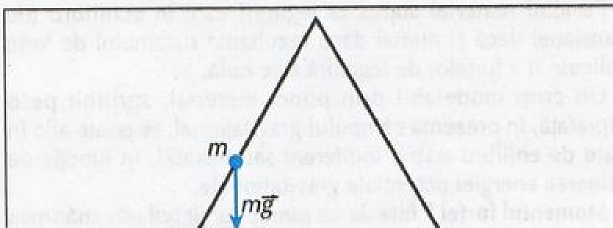


Fig. P 4.16.

Problema 4.19. O ladă de lungime b și înălțime a este trasă orizontal uniform de o forță oarecare sub unghiul necunoscut α cu orizontala. Coeficientul de frecare ladă–plan este μ. Aflați pentru ce valoare a lui α lada începe să se ridice.
Aplicație: $a = 1$ m; $b = 2$ m; $\mu = 0,4$.

R: $tg\alpha = 3$.

Test de evaluare 1**

1. Două sisteme de forțe sunt echivalente dacă:
a) rezultanta lor este nulă; **b)** rezultantele lor au aceeași valoare; **c)** forțele lor au aceeași orientare; **d)** produc aceleași efecte; **e)** mențin fiecare corpul în echilibru.

2. Poziția de echilibru stabil a unui punct material sub acțiunea greutății corepunde:
a) maximului energiei potențiale în raport cu valorile acesteia din punctele vecine; **b)** minimului energiei potențiale în raport cu valorile acesteia din punctele vecine; **c)** unei valori constante a energiei potențiale în raport cu valorile acesteia din punctele vecine; **d)** nu are legătură cu valorile energiei potențiale din punctele vecine; **e)** oricărui punct în care rezultanta forțelor care acționează asupra punctului material este nulă.

3. Un solid rigid este în echilibru de rotație:
a) numai atunci când se află în rotație; **b)** atunci când rezultanta forțelor care acționează asupra sa este nulă; **c)** numai atunci când se rotește uniform în jurul unei axe; **d)** când se află în repaus sau se rotește uniform în jurul unei axe; **e)** numai atunci când viteza centrului de masă este nulă.

4. În cazul unui solid rigid nu este adevărată afirmația:
a) Solidul rigid se află în echilibru de rotație atunci când momentul rezultant al forțelor aplicate lui este nul.
b) Solidul rigid suspendat se află în echilibru stabil în câmp gravitațional dacă centrul său de greutate se află sub punctul de suspensie.
c) Solidul rigid suspendat se află în echilibru instabil în câmp gravitațional dacă centrul său de greutate se află deasupra punctului de suspensie.
d) Solidul rigid suspendat se află în echilibru indiferent în câmp gravitațional dacă centrul său de greutate coincide cu punctul de suspensie.
e) Atunci când momentul rezultant al forțelor aplicate solidul rigid este nul acesta nu se poate afla în mișcare de translație.

5. Unitatea de măsură SI pentru momentul forței este:
a) $kg \cdot m/s$ **b)** $kg \cdot m^2/s$ **c)** $kg \cdot m^2/s^2$
d) $kg \cdot m/s^2$ **e)** $kg^2 \cdot m^2/s$

6. Explicați cum se modifică poziția centrului de greutate al unui creion atunci când consumăm jumătate din el.

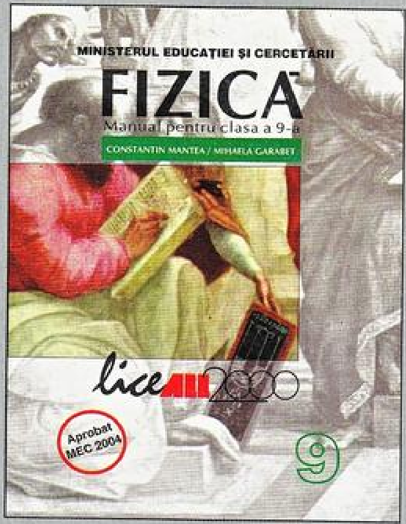
7. O locomotivă cu greutatea de 10^6N se oprește pe un pod lung de 30 m. Știind că reacțiunea suportată de unul dintre picioarele podului valorează $0,7 \cdot 10^5$N calculați la ce distanță de picioarele podului s-a oprit locomotiva?

Sinteză

- Punctul material liber este în echilibru (de translație) dacă și numai dacă rezultanta sistemului de forțe care acționează asupra lui este nulă. $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0$
- Punctul material supus la legături este în echilibru (de translație) dacă și numai dacă rezultanta sistemului de forțe aplicate și a forțelor de legătură este nulă.
- Un corp modelabil prin punct material, sprijinit pe o suprafață, în prezența câmpului gravitațional, se poate afla în stare de ehilibru stabil, indiferent sau instabil, în funcție de valoarea energiei potențiale gravitaționale.
- **Momentul forței F față de un punct** numit pol este mărimea fizică vectorială definită prin relația: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. $[M]_{SI} = 1$Nm
- Solidul rigid liber este în echilibru de translație dacă și numai dacă rezultanta sistemului de forțe care acționează asupra lui este nulă. $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0$
- Solidul rigid liber este în echilibru de rotație dacă și numai dacă momentul rezultant al forțelor care acționează asupra lui este nul. $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + ... + \vec{M}_n = 0$.
- Solidul rigid suspendat se poate afla în stare de ehilibru stabil, indiferent sau instabil, în funcție de poziția relativă a punctului de suspensie și a centrului său de greutate.
- Un solid rigid așezat pe o suprafață plană este în echilibru dacă verticala coborâtă din centrul său de greutate cade în interiorul bazei sale de susținere.

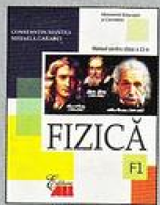
** Soluțiile corecte se pot afla din „Caietul elevului”.

FIZICĂ – Manual pentru clasa a 9-a



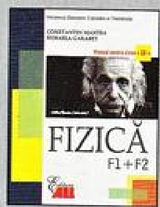
CONSTANTIN MANTEA
MIHAELA GARABET

FIZICĂ
clasa a 10-a
CONSTANTIN MANTEA
MIHAELA GARABET



FIZICĂ (F1)
clasa a 11-a
CONSTANTIN MANTEA
MIHAELA GARABET

FIZICĂ (F2)
clasa a 11-a
CONSTANTIN MANTEA
MIHAELA GARABET



FIZICĂ (F1+F2)
clasa a 12-a
CONSTANTIN MANTEA
MIHAELA GARABET

www.all.ro
ISBN 973-571-493-0
9789735714932

Preț MEC: 3,36 Lei