

TEST BAC XII Varianta 1
APRILIE 2003

Problemele 1-5 se referă la conținutul: Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^n e^x$, $n \in \mathbf{N}$ și $I_n = \int_0^1 f(x) dx$.

1. Numărul punctelor de inflexiune ale funcției f pentru $n = 2$ este:
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
2. Dacă a și b sunt abscisele punctelor de extrem ale funcției pentru $n = 2$, atunci aria mărginită de dreptele $x = a$, $x = b$, $y = 0$ și graficul funcției este:
a) $2e^{-2} + 10$; b) $2 - 10e^{-2}$; c) $e^{-2} + 10$; d) $3e^{-2} + 10$.
3. Volumul corpului generat prin rotirea în jurul axei Ox , a domeniului plan mărginit de graficul funcției f pentru $n=1$, axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$ este:
a) $\pi \frac{e^2 - 1}{4}$; b) $\pi \frac{e^2 + 1}{4}$; c) $\pi \frac{e^2 - 1}{3}$; d) $\pi \frac{e^2 + 1}{3}$.
4. Suma $I_n + nI_{n-1}$ este:
a) 0; b) 1; c) $2e$; d) e .
5. Șirul $x_n = I_n$ este:
a) crescător; b) descrescător; c) crescător și mărginit; d) nu este monoton.

Problemele 6, 7 se referă la: Fie $f \in \mathbf{Z}_3[X]$, $f = X^3 + aX + \hat{2}$.

6. Dintre polinoamele de această formă, câte sunt divizibile cu un polinom de gradul întâi?
a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.
7. Pentru $a = \hat{2}$ numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 0$ va fi:
a) 1; b) 2; c) 3; d) 0.

Problemele 8-10 se referă la: Se consideră determinantul

$$D(x) = \begin{vmatrix} 2x & -2x & 1 \\ 1 - x^2 & x^2 & -1 \\ -2x - a & 2x + a & x - 2 \end{vmatrix}; a \in \mathbf{R}.$$

8. Valoarea lui a pentru care $x = 2$ este rădăcină dublă a ecuației $D(x) = 0$ este:
a) $\frac{1}{2}$; b) 0; c) -4; d) nu există
9. Valoarea lui a pentru care suma pătratelor rădăcinilor ecuației $D(x) = 0$ este 5, este:
a) -4; b) -3; c) 4; d) 5.
10. Pentru $a = 2$ funcția $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \frac{D(x)}{x^2 + 1}$ admite un număr de asimptote egal cu:
a) 1; b) 2; c) 3; d) 0.

Problemele 11-13 se referă la conținutul: Fie $G = (0, \infty) - \{1\}$ și legea de $x * y = x \ln \sqrt[3]{y}$.

11. Știind că $(G, *)$ este grup, atunci elementul neutru al grupului este:

- a) e ; b) e^2 ; c) e^3 ; d) e^4 .
12. Elementul simetric al lui e este:
a) e ; b) e^3 ; c) e^9 ; d) e^7 .
13. Funcția $f: \mathbf{R}^* \rightarrow G$, $f(x) = e^{ax}$ stabilește un izomorfism de la grupul multiplicativ (\mathbf{R}^*, \cdot) grupul $(G, *)$ pentru a egal cu:
a) 3; b) 2; c) 1; d) -1.

Problemele 14, 15 se referă la conținutul: Se dă cercul $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ și dreapta

$$3x - 4y + a = 0.$$

- 14 Dreapta e tangentă cercului pentru a aparținând mulțimii;
a) $\{-5, 5\}$; b) $\{-10, 10\}$; c) $\{-15, 11\}$; d) $\{-43, 7\}$.
15. Ecuația diametrului perpendicular pe dreaptă este:
a) $4x + 3y + 4 = 0$; b) $4x + 3y - 1 = 0$; c) $3x - 4y + 1 = 0$; d) $4x + 3y + 1 = 0$.

Problemele 16-21 se referă la următorul enunț:

$$\text{Fie funcția } f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \lambda x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 1, \lambda \in \mathbf{R}.$$

16. Pentru $\lambda = -1$ mulțimea soluțiilor ecuației $\sqrt{|f(x)|} = 1$ este:
a) $S = \{0\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{-1, 1\}$; d) $S = \{0, 1\}$.
17. Graficul funcției f intersectează axa Ox dacă:
a) $\lambda \in \mathbf{R}$; b) $\lambda \in \left[-1, \frac{1}{3}\right]$; c) $\lambda \in (1, 2)$; d) $\lambda \in (-\infty, 0)$.
18. Pentru $\lambda = 1$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{x+1}$ este:
a) 0; b) 1; c) -1; d) nu există.
19. Numărul $\int_0^1 (x-1)\sqrt{f(x)} dx$ pentru $\lambda=1$, este:
a) 0; b) 1; c) $2\sqrt{2}$; d) $\frac{1-2\sqrt{2}}{3}$.
20. Asimptotele funcției $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ sunt:
a) $y = x+1$ și $x = 1$; b) $y = \lambda x - \lambda - 1$ și $x = 0$; c) $y = 1$ și $x = 0$; d) $y = \lambda x - \lambda - 1$ și $x = -1$.
21. Ecuația tangentei la graficul funcției date, pentru $\lambda=1$, în $x = 1$ este:
a) $y = 1$; b) $y = x+1$; c) $x = 0$; d) $y = 0$.
22. Primitivele funcției $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^6 - 4}$ sunt funcțiile $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ date de

relația:

$$\text{a) } F(x) = \operatorname{arctg} x^3 + X; \text{ b) } F(x) = \operatorname{arcsin} x^3 + X; \text{ c) } F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2} \right| + X,$$

$$\text{d) } F(x) = \frac{1}{12} \ln \left| \frac{x^3 - 2}{x^3 + 2} \right| + X.$$

Enunțul: Pe mulțimea numerelor întregi \mathbf{Z} se definesc legile: $x * y = ax + y - 2$ și $x \Delta y = xy - b(x + y) + c$, unde $a, b, c \in \mathbf{Z}$, se referă la problemele 23-28.

23. $(\mathbf{Z}, *)$ este grup pentru:
a) $a = 1$; b) $a = -1$; c) $a = 2$; d) $a = 3$.
24. Legea „ Δ ” admite element neutru $e=3$ dacă:
a) $b=2, c=3$; b) $b=3, c=2$; c) $b=2, c=6$; d) $b=2, c=5$.
25. Numărul elementelor inversabile din \mathbf{Z} în raport cu legea „ Δ ” este egal cu:
a) 0, b) 2; c) 1; d) infinit.
26. Cu a, b, c determinați anterior $(\mathbf{Z}, *, \Delta)$ este inel. Câți divizori ai lui zero are?
a) 1; b) 2; c) 0; d) o infinitate.
27. În inelul $(\mathbf{Z}, *, \Delta)$ ecuația $x \Delta x \Delta x \Delta x = 3$ are:
a) o soluție; b) nici o soluție; c) două soluții; d) patru soluții.
28. Funcția $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$, $f(x) = \alpha x + \beta$, stabilește un izomorfism între inelele: $(\mathbf{Z}, *, \Delta)$ și $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ pentru:
a) $\alpha=1, \beta=-2$; b) $\alpha=1, \beta=2$; c) $\alpha=-1, \beta=-2$; d) $\alpha=-1, \beta=2$.
29. Fie x_1, x_2, \dots, x_{199} rădăcinile ecuației $x^{199} + 10x - 5 = 0$. Atunci $S = \sum_{i=1}^{199} x_i^{199}$ are valoarea:
a) $S = 1000$; b) $S = 995$; c) $S = 0$; d) $S = -50$.
30. În cubul de latură a , $ABCD A'B'C'D'$ să se afle distanța dintre $A'B$ și $B'C$.
a) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$; b) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$;

Notă: Se acordă : din oficiu 10 puncte și pentru fiecare problemă câte 3 puncte.

Timpe de lucru 3 ore.