TEST BAC XII Varianta 1
APRILIE 2003

Problemele 1-5 se referă la conţinutul: Fie funcţia f : $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = x^n e^x$, $n\in\mathbf{N}$ şi $I_n = \int_0^1 f(x)dx$.

1. Numărul punctelor de infexiune ale funcţiei f pentru n = 2 este:
   a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
2. Dacă *a* şi *b* sunt abscisele punctelor de extrem ale funcţiei pentru n = 2, atunci aria mărginită de dreptele x = a, x = b, y = 0 şi graficul funcţiei este:
   a) $2e^{-2}+10$; b) $2-10e^{-2}$; c) $e^{-2}+10$; d) $3e^{-2}+10$.
3. Volumul corpului generat prin rotirea în jurul axei Ox, a domeniului plan mărginit de graficul funcţiei f pentru n=1, axa Ox şi dreptele x=0 şi x=1 este:
   a) $\pi\frac{e^2-1}{4}$; b) $\pi\frac{e^2+1}{4}$; c) $\pi\frac{e^2-1}{3}$; d $\pi\frac{e^2+1}{3}$.
4. Suma I_n+nI_{n-1} este:
   a) 0; b) 1; c) 2e; d) e.
5. Şirul $x_n = I_n$ este:
   a) crescător; b) descrescător; c) crescător şi mărginit; d) nu este monoton.

Problemele 6, 7 se referă la: Fie $f\in\mathbf{Z}_3[X]$, $f = X^3+aX+\hat{2}$.

6. Dintre polinoamele de această formă, câte sunt divizibile cu un polinom de gradul întâi ?
   a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.
7. Pentru a = $\hat{2}$ numărul soluţiilor ecuaţiei f(x) = 0 va fi:
   a) 1; b) 2; c) 3; d) 0.

Problemele 8-10 se referă la: Se consideră determinantul

$$D(x)=\begin{vmatrix} 2x & -2x & 1 \\ 1-x^2 & x^2 & -1 \\ -2x-a & 2x+a & x-2 \end{vmatrix};\ a\in\mathbf{R}.$$

8. Valoarea lui a pentru care x = 2 este rădăcină dublă a ecuaţiei D(x)=0 este:
   a) $\frac{1}{2}$; b) 0; c) -4; d) nu există
9. Valoarea lui a pentru care suma pătratelor rădăcinilor ecuaţiei D(x) = 0 este 5, este:
   a) -4; b) -3; c) 4; d) 5.
10. Pentru a = 2 funcţia g : $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x) = \frac{D(x)}{x^2+1}$ admite un număr de asimptote egal cu:
    a) 1; b) 2; c) 3; d) 0.

Problemele 11-13 se referă la conţinutul: Fie G = $(0,\infty)-\{1\}$ şi legea de $x*y = x^{\ln\sqrt[3]{y}}$.

11. Ştiind că (G,∗) este grup, atunci elementul neutru al grupului este:
    a) e; b) e^2; c) e^3; d) e^4.
12. Elementul simetric al lui e este:
    a) e; b) e^3; c) e^9; d) e^7.

13. Funcția $f : \mathbf{R}^* \to G$, $f(x) = e^{ax}$ stabileşte un izomorfism de la grupul multiplicativ ($\mathbf{R}^*$, $\cdot$) grupul

(G,$*$) pentru a egal cu:

a) 3; b) 2; c) 1; d) -1.

Problemele 14, 15 se referă la conținutul: Se dă cercul $x^2+y^2-4x+6y-12=0$ şi dreapta

$3x - 4y + a = 0$.

14 Dreapta e tangentă cercului pentru a aparținând mulțimii;

a) {-5, 5}; b) {-10, 10}; c) {-15, 11}; d) {-43,7}.

15. Ecuația diametrului perpendicular pe dreaptă este:

a) $4x+3y+4=0$; b) $4x+3y-1=0$; c) $3x-4y+1=0$; d) $4x+3y+1=0$.

Problemele 16-21 se referă la următorul enunț:

Fie funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x)=\lambda x^2-(\lambda+1)x+\lambda+1$, $\lambda \in \mathbf{R}$.

16. Pentru $\lambda = -1$ mulțimea soluțiilor ecuației $\sqrt{|f(x)|} = 1$ este:

a) $S = \{0\}$; b) $S = \varnothing$; c) $S = \{-1,1\}$; d) $S = \{0,1\}$.

17. Graficul funcției f intersectează axa Ox dacă:

a) $\lambda \in \mathbf{R}$; b) $\lambda \in \left[-1, \frac{1}{3}\right]$; c) $\lambda \in (1,2)$; d) $\lambda \in (-\infty,0)$.

18. Pentru $\lambda = 1$ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{x+1}$ este:

a) 0; b) 1; c) -1; d) nu există.

19. Numărul $\int_0^1 (x-1)\sqrt{f(x)}dx$ pentru $\lambda=1$, este:

a) 0; b) 1; c) $2\sqrt{2}$, d) $\frac{1-2\sqrt{2}}{3}$.

20. Asimptotele funcției $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ sunt:

a) $y = x+1$ şi $x = 1$; b) $y = \lambda x-\lambda-1$ şi $x = 0$; c) $y = 1$ şi $x = 0$; d) $y = \lambda x-\lambda-1$ şi $x = -1$.

21. Ecuația tangentei la graficul funcției date, pentru $\lambda=1$, în $x = 1$ este:

a) $y =1$; b) $y = x+1$; c) $x = 0$; d) $y = 0$.

22. Primitivele funcției $f : (2,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^6-4}$ sunt funcțiile $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ date de relația:

a) $F(x) = \text{arctg}\, x^3 + X$; b) $F(x) = \arcsin x^3 + X$; c) $F(x) = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x^3+2}{x^3-2}\right| + X$,

d) $F(x) = \frac{1}{12}\ln\left|\frac{x^3-2}{x^3+2}\right| + X$.

Enunțul: Pe mulțimea numerelor întregi $\mathbf{Z}$ se definesc legile: $x * y = ax+y-2$ şi $x \Delta y = xy- b(x+y)+c$, unde $a,b,c \in \mathbf{Z}$, se referă la problemele 23-28.

23. ($\mathbf{Z}$,$*$) este grup pentru:

a) $a = 1$; b) $a = -1$; c) $a = 2$; d) $a = 3$.

24. Legea „Δ” admite element neutru e=3 dacă:
    a) b=2, c=3; b) b=3, c=2; c) b=2, c=6; d) b=2, c=5.
25. Numărul elementelor inversabile din **Z** în raport cu legea „Δ” este egal cu:
    a) 0, b) 2; c) 1; d) infinit.
26. Cu a,b,c determinați anterior (**Z**, $*$,Δ) este inel. Câți divizori ai lui zero are?
    a) 1; b) 2; c) 0; d) o infinitate.
27. În inelul (**Z**, $*$,Δ) ecuația $x\Delta x\Delta x\Delta x=3$ are:
    a) o soluție; b) nici o soluție; c) două soluții; d) patru soluții.
28. Funcția $f : \mathbf{Z}\to\mathbf{Z}$, $f(x) = \alpha x+\beta$, stabileşte un izomorfism între inelele: $(\mathbf{Z},*,\Delta)$ şi $(\mathbf{Z},+,\cdot)$ pentru:
    a) $\alpha=1$, $\beta= -2$; b) $\alpha=1$, $\beta=2$; c) $\alpha= -1$, $\beta= -2$; d) $\alpha= -1$, $\beta=2$.
29. Fie $x_1,x_2, ..., x_{199}$ rădăcinile ecuației $x^{199} +10x-5=0$. Atunci $S=\sum_{i=1}^{199} x_i^{199}$ are valoarea:
    a) $S = 1000$; b) $S = 995$; c) $S = 0$; d) $S = -50$.
30. În cubul de latură *a*, $ABCD\,A'B'C'D'$ să se afle distanța dintre $A'B$ şi $B'C$.
    a) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$; b) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$;

Notă: Se acordă : din oficiu 10 puncte şi pentru fiecare problemă câte 3 puncte.

Timp de lucru 3 ore.